DIVISIONS, QUOTIENTS ET FRACTIONS.

« Il n'y a que deux catégories de personnes sur Terre :

Ceux qui aiment les Maths et Ceux qui vont aimer les Maths. »

- Pré requis pour prendre un bon départ :

	A refaire	*A revoir*	*En cours d'acquisition*	*Maîtrisé*
Tables de multiplication parfaitement sues dans les 2 sens ! ▪ *Produit de 2 nombres.* ▪ *Décomposition d'un nombre en produit de facteurs.*				
Technique de la division.				
Divisions par 10 ou 100 ou 1 000 etc.				

NOM et Prénom : ……………………………………………… $6^{ème}$ …..

I. DIVISION ENTIERE OU DIVISION EUCLIDIENNE.

Questionnement : **(on résoudra les deux situations ci-dessous plus tard p.15.)**

- Combien de tables de 6 places sont remplies par 88 élèves à la cantine ? Y aura-t-il des places restantes pour les profs ?
- Dans le roman de Jules Verne, Philéas Fogg doit faire le tour du Monde en 80 jours. Combien cela fait-il de semaines entières ?

Pour trouver les solutions à ces deux situations, on a besoin de la technique de la division entière.

A. Définition de la division euclidienne (ou division entière) :

Effectuer la **division euclidienne (ou division entière)** d'un nombre *entier* (appelé **dividende**) par un nombre *entier différent de 0* (appelé **diviseur**), c'est trouver **deux nombres entiers** appelés le **quotient** et le **reste**, qui vérifient l'égalité ① suivante et la condition ② suivante :

Dividende	Diviseur
	Quotient
Reste	

***Egalité ①* : Dividende = Diviseur × Quotient + Reste et *Condition ②* : Reste < Diviseur**

En fait, ***la division euclidienne est une division entière*** *où l'on ne poursuit pas les calculs après la virgule.*

Eh ! Ne vous enfuyez pas ! Restez ! Cette définition a l'air compliquée mais vous allez voir sur les trois exemples qui suivent qu'elle est simple à appliquer. Et c'est ce qui nous importe !

- Exemple ① : Effectuons la division euclidienne de 45 par 7 (qu'on notera **45 ÷R 7**).

……… → 4 5 | 7 ← ……………

- 4 2 |

……………… → 3 | 6 ← ……………..

Puis on écrit l'égalité ① et la condition ② :

45 = 7 × 6 + 3 et reste 3 < diviseur 7

- Exemple ② : Effectuons la division euclidienne de 5 par 12 (qu'on note …… ÷R ……).

5	12
5	0

Puis on écrit toujours l'égalité ① et la condition ② :

5 = 12 × ……. + ……. et reste ……..< diviseur …….

Lorsque le dividende est *inférieur* au diviseur, le quotient est égal à …… et le reste est égal au ……………………………….. !

- Exemple ③ : Effectuez la division euclidienne de 18 par 6 (qu'on note ……………….).

1 8	6
- . .	.
.	

Puis on écrit toujours l'égalité ① et la condition ② :

….. = ……. × …… + …… et ……………… < ……..…...…….

Définition : Dans cet exemple ②, le **reste est nul**. On dit alors que « **6 est un diviseur de 18 ».** Dit autrement, **« 18 est un multiple de 6 »**. Dit autrement, 18 est dans la table de multiplication de 6.

- Attention !

La condition ② « reste < diviseur » est essentielle ! Ex : l'égalité 33 = 7 × 3 + 12 *n'est pas* euclidienne car le reste 12 > diviseur 7 (en fait, la division a été mal faite : on n'a pas assez trouvé de 7 dans 33 !).

Par contre, l'égalité 33 = 7 × 4 + 5 provient elle bien d'une division euclidienne car reste 5 < diviseur 7.

B. Six exercices sur la technique de la division euclidienne :

1) Posez les 2 divisions suivantes puis **écrivez pour chacune l'égalité euclidienne ① et la condition ② :**

La division euclidienne de 13 par 5. | 47 ÷R 11

2) L'égalité 26 = 25 × 1 + 1 provient-elle d'une division entière ? ……. car ……..……… < …………

L'égalité 26 = 5 × 4 + 6 provient-elle d'une division euclidienne ? …….. car …………………………….

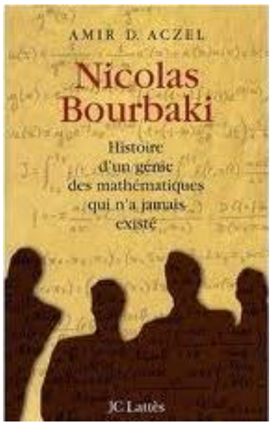
3) Calculez mentalement 5 × 11 + 7 = ………..

Dans la division euclidienne de 62 par 11, quel est le quotient ? ………… Quel est le reste ? …………

Attention : Dans la division euclidienne de 62 par 5, quel est le quotient ? ……… Quel est le reste ? ………

4) Grâce à la calculatrice (touche ÷R sur les Casio et touche ├ pour les Texas), écrivez l'égalité euclidienne ① et la condition ② pour les divisions entières suivantes :

38 975 ÷R 89 | 554 782 ÷R 457



C. Un peu d'histoire et de vocabulaire :

1. D'où vient l'expression « division euclidienne » ?

Ce terme a été introduit par les mathématiciens du groupe Bourbaki au milieu du XX$^{\text{ème}}$ siècle, en l'honneur d'Euclide, le grand mathématicien grec qui enseigna à Alexandrie au III$^{\text{ème}}$ siècle av. J.C, et qui ne connaissait pas encore les nombres décimaux.

Cherchez sur Internet quelques informations sur Euclide et collez son portrait.

2. Le sens des mots :

- *Dividende* vient du latin *dividendus,* qui signifie : qui doit être divisé.
- *Quotient* vient du latin *quoties,* qui signifie : combien de fois.

II. QUOTIENT D'UN DECIMAL PAR UN DECIMAL NON NUL (≠ 0).

A. Définition du quotient ; Lien avec la multiplication :

➢ Deux exemples :

Exemple ① : On veut trouver le salaire mensuel de Philémon Banilon, sachant qu'il gagne 18 000 € par an.

Ce salaire mensuel est le nombre inconnu qui, quand on le multiplie par 12, donne 18 000 €.

$$12 \times \boxed{} = 18\,000$$

nombre de …………. salaire ……….……..……. en € salaire …………..…..…….. en €

Pour trouver ce facteur manquant dans cette multiplication, il faut effectuer l'opération 18 000 ……. 12.

c-à-d $\boxed{} = 18\,000 \div 12$

Exemple ② : On veut trouver le prix d'un kg de tripes sachant que 1,2 kg de tripes coûtent 6 €.

Le prix d'un kg de tripes est le nombre inconnu qui, qd on le ……….…………….……. par 1,2 donne ….

$$1{,}2 \times \boxed{} = 6$$

…………………… prix d'………..…..……. en € prix ………………… en €

Pour trouver ce terme manquant dans cette multiplication, il faut effectuer l'opération …….. ÷ ………

c-à-d $\boxed{}$ = …….. ÷ ………

➢ Définition du Quotient ; Lien entre le quotient, la multiplication et la division :

❶ Le facteur manquant dans la multiplication $d \times \boxed{} = n$ avec $d \neq 0$ s'appelle le **quotient de n par d.** **(d ≠ …..).**

Quotient de n par d

❷ Ce quotient s'obtient en effectuant la division : $\boxed{} = n \div d$

➢ Deux remarques :

❸ Le **quotient** est donc le **résultat d'une division** par un nombre (différent de ……).

❹ Rechercher un facteur (terme) inconnu dans une multiplication revient à calculer un quotient grâce à une ………………………...

➢ Exemples : **❶ Un quotient peut être un nombre entier :**

33 ÷ 3 = ……. 36 ÷ 12 = …..... …… ÷ 9 = 11 2,5 ÷ …… = 1

……. ÷ ……. = 8 ……… ÷ 4 = 8 64 ÷ …….. = 8

❷ Un quotient peut être un nombre décimal :

10 ÷ 4 = ……… 2,7 ÷ 10 = ……….. 25,8 ÷ ……… = 0,258

…….. ÷ ………. = 2,5 ………. ÷ 4 = 2,5 100 ÷ ……… = 2,5

B. Technique de la division décimale :

Poser la division de n par d (avec d $\neq$ 0) permet de trouver :

- **soit la valeur exacte du quotient *quand la division se termine et tombe juste*.**

Application : Calculer en posant la division le quotient de 169 par 13 puis le quotient de 63 par 5.

1 6 9	1 3
- . .	
. .	. .
- . .	
.	

6 3, 0	5
- .	
. .	. . .
- . .	
. .	
- . .	
.	

J'ai laissé les soustractions dans les opérations. Mais à l'avenir on s'en passera.

- **soit des valeurs approchées du quotient [troncature, arrondi, valeur approchée par défaut (inférieure) ou par excès (supérieure)] quand la division ne se termine pas et ne tombe pas juste :**

Application : En posant la division, calculez le quotient de 25 par 3 (arrêtez les calculs au $\frac{1}{100}$ ème), puis remplissez le tableau ci-contre.

	8,33
Troncature à l'unité	
Arrondi à la dizaine	
Valeur approchée par défaut au centième	
Valeur approchée par excès au dixième	

III. ECRITURES FRACTIONNAIRES.

Hélas, certains quotients ne sont pas des nombres entiers ni même des nombres décimaux !

- Je pense par exemple à 2 ÷ 7 ou à π ÷ 1,1 : quand on pose ces divisions, elles ne se « terminent » jamais. ☹
- Autre « problème » : ces écritures en ligne sont **source d'erreurs de priorité** de la part des élèves !

Par exemple : Dans l'écriture 5 – 5 ÷ 5, l'erreur de priorité de faire le calcul 5 – 5 est souvent faite !

Dans l'écriture $5 - \frac{5}{5}$, impossible de faire cette erreur de calcul !

D'où l'introduction d'une écriture plus simple du quotient : ***l'écriture fractionnaire*** !

A. Ecritures fractionnaires ; vocabulaire :

❶ **L'écriture fractionnaire** du quotient n ÷ d est de la forme $\mathbf{\frac{n}{d}}$ et se lit « n sur d ».

❷ Le nombre « d » en dessous de la barre de fraction, (d ≠ …...), « **dénomine** » l'écriture fractionnaire.

Autrement dit, le nombre « d » sous la barre de fraction donne *le nom de famille* de l'écriture fractionnaire.

Ce nombre « d » s'appelle le ……………………..……………

Ex : $\frac{2}{5}$ fait partie de la famille des « cinquièmes ». $\frac{7}{8}$ fait partie de la famille des « ……………..………..… ».

❸ Le nombre « n » au dessus de la barre de fraction « **numérote** » l'écriture fractionnaire dans sa famille.

Ce nombre « n » s'appelle le ………………………………

Ex : Dans $\frac{7}{3}$, le numérateur 7 indique que $\frac{7}{3}$ est le septième dans la famille des « tiers ».

Dividende ………………………………

$n \div d = \frac{n}{d}$

Diviseur ≠ …… ……………………………... ≠ ……

Dorénavant, **on utilisera TOUJOURS l'écriture fractionnaire** !

➢ Exercice 1 : Ecrivez sous forme fractionnaire **sans rien calculer** :

Ex : $2 \div 3 = \frac{2}{3}$ ❶ **On écrit d'abord la BARRE DE FRACTION EN PREMIER !**

❷ **Cette barre de fraction doit être mise EXACTEMENT au milieu du signe = .**

neuf quarts = deux demis = un tiers = la moitié de k = une demi pomme =

π ÷ 2,3 = (r – 1) ÷ (t – 1) = ——— vitesse moyenne = distance ÷ durée = ———

B. Quatre cas particuliers d'écritures fractionnaires :

Quatre cas particuliers importants à retenir : Quelles que soient les valeurs de n et de d (d ≠ 0), on a :

❶ $\frac{0}{d}$ = ……. 0 divisé par n'importe quel nombre (sauf 0) donne tjs …….. ex : $\frac{0}{2{,}257}$ = …..

❷ $\frac{n}{1}$ = …….. Tout nombre divisé par 1 redonne …………………….. ex : $\frac{8{,}8}{1}$ = …….

❸ $\frac{d}{d}$ = …… Tout nb non nul divisé par ……………………… donne …… ex : $\frac{\pi}{\pi}$ = ……..

❹ Un pourcentage est une écriture fractionnaire dont le dénominateur vaut ……… c-à-d $k\ \% = \frac{k}{100}$.

7 % = $\frac{....}{....}$ $\frac{0{,}10}{100}$ = ………% 100 % = $\frac{……..}{100}$ $\frac{0{,}05}{100}$ = ……… % 2 500 % = $\frac{………}{100}$

Maintenant, nous allons voir des écritures fractionnaires un peu spéciales.

IV. LES FRACTIONS.

Une fraction est une écriture fractionnaire un peu particulière.

A. Définition des fractions :

Définition : **Lorsque le numérateur n et le dénominateur d** (d ≠ ……) d'une écriture fractionnaire $\frac{n}{d}$ sont **des NOMBRES ENTIERS**, alors $\frac{n}{d}$ s'appelle une ……………………… Ex : $\frac{2}{7}$ mais non $\frac{7}{1{,}2}$

Contre exemple : Donner deux écritures fractionnaires qui ne sont pas des fractions : ……… ou ………

- A retenir : ❶ **Tout nombre entier peut s'écrire sous forme de fraction :**

$18\,695 = \frac{18\,695}{\dots\dots}$ $\quad 5 = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ $\quad 11 = \frac{\dots\dots}{9}$ $\quad 4 = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{5} = \frac{40}{\dots\dots}$

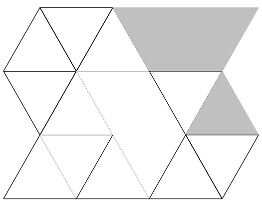
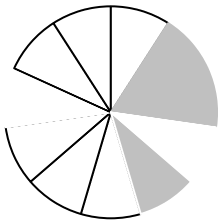
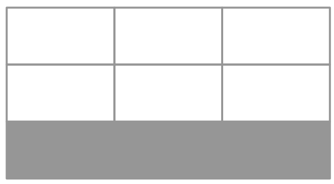
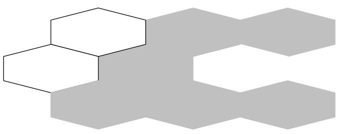
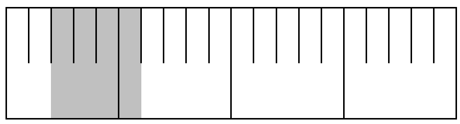
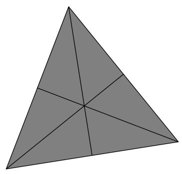
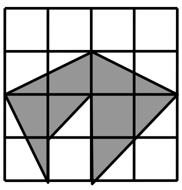
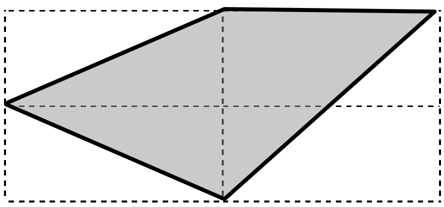
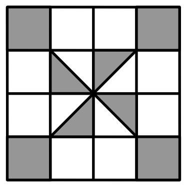
❷ **Tout nombre décimal peut s'écrire sous forme de fraction :**

$1{,}5 = \frac{15}{\dots\dots}$ $\quad 0{,}7 = \frac{\dots\dots}{10}$ $\quad 5{,}78 = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots\dots}{100\,000}$

Dorénavant, on remplacera TOUJOURS les nombres décimaux par des fractions dans les calculs !

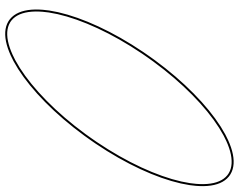
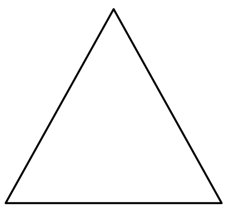
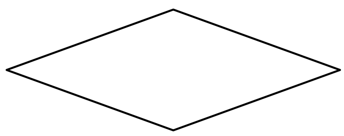
B. Illustration graphique des fractions :

- Pour chaque figure, quelle proportion (fraction) de la surface totale représente la surface coloriée ?

Complétez la formule : Proportion coloriée = $\frac{\text{Nombre de } \dots\dots\dots\dots\dots\dots}{\text{Nombre } \dots\dots\dots\dots\dots\dots}$

- Hachurez : un quart de l'ellipse   un tiers du triangle équilatéral   trois quarts du losange

V. QUOTIENTS EGAUX ; SIMPLIFICATION DES FRACTIONS.

On remarque facilement que $10 \div 5$ et $20 \div 10$ donnent le même quotient. Donc $\frac{10}{5} = \frac{20}{10} = \frac{10 \times 2}{5 \times 2}$. Généralisons :

A. Formule très importante des quotients égaux :

Soient $k \neq 0$ et $d \neq 0$, alors $\frac{n}{d}$ et $\frac{n \times k}{d \times k}$ sont 2 écritures fractionnaires du **même quotient** c-à-d :

Quelques soient les valeurs des trois quantités n, d et k (avec $d \neq 0$ et $k \neq 0$), on a l'égalité :

❶ Transformation →

$$\frac{\mathbf{n}}{\mathbf{d}} = \frac{\mathbf{n \times k}}{\mathbf{d \times k}}$$

← ***❷ Simplification***

- Le sens ❶ de cette égalité servira à la …………………………………… des fractions.
- Le sens ❷ de cette égalité servira à la …………………..………..……… des fractions.

B. Sens ❶ : Transformation des fractions.

- La formule des quotients égaux vue dans le sens ❶ : $\frac{\mathbf{n}}{\mathbf{d}} = \frac{\mathbf{n \times k}}{\mathbf{d \times k}}$ se comprend de la façon suivante :

« On ne change pas une écriture fractionnaire lorsqu'on multiplie en même temps

le numérateur n *et* *le dénominateur d par un même nombre non nul k. »*

Vue dans ce sens ❶, cette égalité servira en général à transformer une fraction de départ en une autre fraction « plus grande ».

- Méthode sur un exemple :

Soit la fraction 3/2. On veut mettre cette fraction sur 14.

Autrement dit, on veut trouver une fraction égale à 3/2 mais avec 14 au dénominateur au lieu de 2.

Méthode : Mettre une fraction sur un dénominateur plus grand.	
$\frac{3}{2} = \frac{3 \times \overset{②}{7}}{2 \times \underset{①}{7}} = \frac{\overset{③}{21}}{\underset{③}{14}}$	① On veut passer de 2 à 14 au dénominateur donc on multiplie « en bas » par 7 (car $2 \times 7 = 14$). ② Comme on a multiplié par 7 « en bas » (au dénominateur), on doit forcément multiplié par le même nombre 7 « en haut » (au numérateur), à cause de la règle des quotients égaux vue dans le sens 1. ③ Puis on calcule les produits 2×7 et 3×7.

- Application : Compléter les transformations suivantes.

- $\frac{1}{4} = \frac{1 \times \ldots}{4 \times \ldots} = \frac{\ldots}{20}$ $\quad \frac{3}{5} = \frac{3 \times \ldots}{5 \times \ldots} = \frac{\ldots}{15}$ $\quad \frac{6}{7} = \frac{\ldots \times \ldots}{7 \times \ldots} = \frac{\ldots}{28}$ $\quad \frac{4}{9} = \frac{4 \times \ldots}{\ldots \times \ldots} = \frac{\ldots}{45}$ $\quad \frac{7}{8} = \frac{\ldots \times \ldots}{\ldots \times \ldots} = \frac{\ldots}{56}$
- $\frac{3}{8} = \frac{\ldots}{40}$ $\quad \frac{2}{3} = \frac{\ldots}{27}$ $\quad \frac{5}{6} = \frac{\ldots}{48}$ $\quad \frac{9}{7} = \frac{18}{\ldots}$ $\quad \frac{6}{11} = \frac{36}{\ldots}$ $\quad \frac{5}{\ldots} = \frac{10}{8}$ $\quad \frac{\ldots}{4} = \frac{28}{16}$
- Mettre $\frac{5}{6}$ sur 30 : $\frac{\ldots}{30}$ $\quad$ Mettre $\frac{7}{12}$ sur 36 : $\frac{\ldots}{\ldots}$ $\quad$ Mettre $\frac{3}{25}$ sur 100 : $\frac{\ldots}{\ldots}$

C. Sens ❷ : Simplification des fractions et écritures fractionnaires.

La formule des quotients égaux vue dans le sens ❷ : $\dfrac{\mathbf{n} \times \mathbf{k}}{\mathbf{d} \times \mathbf{k}} = \dfrac{\mathbf{n}}{\mathbf{d}}$ se comprend de la façon suivante :

« Lorsqu'il apparait le même facteur commun k « en haut et en bas » (au numérateur et au dénominateur), on peut tout simplement le supprimer ! »

Vue dans ce sens ❷, cette égalité servira à simplifier les fractions.

1. Fractions irréductibles : définition.

On sait qu'un quotient peut avoir plusieurs écritures fractionnaires. Une est meilleure que toutes les autres :

Définition de la fraction irréductible :

La meilleure écriture fractionnaire d'un quotient, c-à-d la plus simple, s'appelle la *fraction irréductible*[1].

Cette écriture vérifie les 2 conditions suivantes : le numérateur et le dénominateur sont :

❶ entiers ❷ et sans facteurs communs entre eux[2] (autre que 1).

2. Simplification en fraction irréductible : méthode.

- On veut par exemple simplifier la fraction 35/40 sous forme de fraction irréductible.

Cela revient à « réduire » le numérateur et le dénominateur de départ en faisant disparaître les facteurs en commun, jusqu'à ce qu'il n'y en ait plus (autres que 1). Voyons cela en détails :

Méthode : Simplifier une écriture fractionnaire sous forme irréductible.	
$\dfrac{35}{40} = \dfrac{7 \times 5 ①}{8 \times 5 ①} = ② \dfrac{7}{8}$ F.I.③	① On décompose en produits (en multiplications) le numérateur 35 et le dénominateur 40 afin de faire apparaître le facteur commun 5. ② Comme on avait « en haut et en bas » (au numérateur et au dénominateur le même facteur 5, on peut le faire « disparaître » grâce à la règle des quotients égaux vue dans le sens 2. On obtient donc 7/8. ③ Il n'y a plus de facteurs communs (mis à part 1) entre le numérateur 7 et le dénominateur 8. La fraction 7/8 est donc bien une fraction irréductible (F.I.).

- Application : Simplifier au maximum (sous forme irréductible) en complétant les égalités suivantes :

$\dfrac{6}{8} = \dfrac{3 \times \ldots}{4 \times \ldots} = \dfrac{\ldots}{\ldots}$ $\dfrac{24}{16} = \dfrac{8 \times \ldots}{8 \times \ldots} = \dfrac{\ldots}{\ldots}$ $\dfrac{21}{18} = \dfrac{3 \times \ldots}{6 \times \ldots} = \dfrac{\ldots}{\ldots}$ $\dfrac{36}{27} = \dfrac{\ldots \times 4}{\ldots \times \ldots} = \dfrac{\ldots}{\ldots}$ $\dfrac{12}{16} = \dfrac{\ldots \times \ldots}{\ldots \times \ldots} = \dfrac{\ldots}{\ldots}$

[1] Irréductible : qu'on ne peut plus réduire. « Dans un coin reculé de la Gaule se dressait un petit village d'irréductibles gaulois. »

[2] Le numérateur et le dénominateur *ne sont pas* dans une même table de multiplication commune. Ex : 2 et 7 ou bien 26 et 19.

D. Exercices sur la simplification des fractions :

① Simplifier en colonnes sous forme de Fraction Irréductible (F.I.) ou d'un nombre entier :

• Ex : $\frac{45}{27} = \frac{\mathbf{9} \times 5}{\mathbf{9} \times 3}$ $= \frac{5}{3}$ F.I	$\frac{42}{48} =$ $=$	$\frac{26}{39} =$	$\frac{56}{16} =$	$\frac{8}{64} =$	$\frac{21}{49} =$

• Ex : $\frac{0{,}24}{0{,}8} = \frac{0{,}24 \times 100}{0{,}8 \times 100}$ $= \frac{24}{80}$ $= \frac{3 \times \mathbf{8}}{10 \times \mathbf{8}}$ $= \frac{3}{10}$ F.I.	$\frac{1{,}5}{4{,}5} =$	$\frac{0{,}8}{2} =$	$\frac{9}{0{,}01} =$

② A quelles Fractions Irréductibles (F.I.) sont égales les pourcentages suivants :

Ex : 50 % $= \frac{50}{100}$ $= \frac{\mathbf{50} \times 1}{\mathbf{50} \times 2}$ $= \frac{1}{2}$ F.I.	25 % =	20 % =	10 % =

Simplification : conseils.

❶ Connaître **parfaitement ses tables de** ……………………........... surtout dans le sens de la décomposition.

❷ Simplifier toujours **par paire(s)** de facteurs identiques au numérateur et au dénominateur.

❸ Simplifier par 1 ne sert strictement à rien.

❹ Simplifier toujours **au maximum** !

E. Critères de divisibilité ; Application à la simplification :

Est-il simple de simplifier $\frac{126}{342}$? …………

Effectivement non. Toute la difficulté est de décomposer 126 et 342 en faisant apparaître des facteurs communs. Comment trouver ces facteurs communs ? C'est là qu'interviennent les critères de divisibilité :

- **❶ Un entier est divisible par 2 (c-à-d dans la table de 2) lorsque son dernier chiffre est ……………**

Donner un entier à 3 chiffres, qui est pair et dont la somme des chiffres est 5 : ………………

Comment s'appellent les entiers non divisibles par 2 ? ……………………

- **❷ Un entier est divisible par 3 lorsque la somme de ses chiffres est divisible par 3.**

Exemples : *234 est dans la table de 3 car la somme de ses chiffres 2 + 3 + 4 = 9 et 9 est dans la table de 3.*

1 243 est-il divisible par 3 ? ………… car …………………………………………………………………..

Donner un entier négatif à 3 chiffres, divisible par 3 : …………

Donner un entier divisible par 2 et par 3 : …………. Est-il divisible par 6 ? ………… car ...... × …... = …...

- **❸ Un entier est divisible par 5 (c-à-d dans la table de 5) lorsque son dernier chiffre est …… ou …..**

Donner un entier négatif à 2 chiffres divisible par 5 et dont la somme des chiffres est 13 : …………

Donner un entier divisible par 2 et par 5 : ……… Est-il divisible par 10 ? ……….. car …... × …... = …...

Donner un entier divisible par 3 et par 5 : ……… Est-il divisible par 15 ? ……….. car …... × …... = …...

Donner un entier divisible par 2 et 3 et 5 : ……… Est-il divisible par …… ? ……….. car …………………..

- **❹ Un entier est divisible par 10 ou 100 ou 1000 etc. lorsqu'il se termine par …. ou ….. ou …… etc.**

En effet, on sait que 10 = …… × ……. Donc un nombre est divisible par 10 quand il est dans la table de 2 et la table de 5.

Donc son dernier chiffre doit être ou 0 ou 5, et pair en même temps. Ce dernier chiffre ne peut être que : ……

➢ Application : Hachurer les cases du tableau qui sont vraies :

Nombres	div. par 2	div. par 3	div. par 5	div. par 6	div. par 10	div. par 15	div. par 30
75							
120							
-90							
132							

➢ Ces 4 critères de divisibilité seront amplement suffisants pour trouver des facteurs communs quand on voudra simplifier des fractions du style 126/342.

Méthode : $\frac{126}{342} = \frac{63 \times 2}{171 \times 2} = \frac{63}{171} = \frac{21 \times 3}{57 \times 3} = \frac{21}{57} = \frac{3 \times 7}{3 \times 19} = \frac{7}{19} \longrightarrow$ Fraction Irréductible (F.I.).

126 et 342 sont pairs donc divisibles par 2.

La somme des chiffres de 63 et celle de 171 sont divisibles par 3.

La somme des chiffres de 21 et celle de 57 sont divisibles par 3.

Il n'y a plus de facteurs communs autres que 1.

Remarque :

Puisque 126 et 342 sont divisibles par 2 puis 3 et encore par 3, j'aurai pu aller plus vite en remarquant qu'ils étaient donc divisibles par 6 (= 2 × 3) ou par 9 (= 3 × 3). Au moins, la façon de faire était systématique !

Réflexe : Fractions ⇒ Simplification !

➢ <u>Exercice</u> : Simplifier en colonnes sous forme d'une fraction irréductible ou d'un entier :

$\frac{55}{30} =$

$\frac{125}{75} =$

$\frac{56}{62} =$

$\frac{78}{54} =$

$\frac{96}{84} =$

$\frac{480}{660} =$

$\frac{24}{120} =$

$\frac{39}{36} =$

Ensuite, vérifiez vos calculs avec votre calculatrice en utilisant les touches / (Texas) ou d/c (Casio) qui permettent de simplifier automatiquement les fractions.

➢ <u>Situation</u> : A la loterie « Entub » vous avez 48 chances sur 180 de gagner. A la loterie « Arnaq », vous avez 15 chances de gagner sur 75. A quelle loterie jouez vous ? Justifiez évidemment ! Analyse-Synthèse !

VI. POSITION D'UN POINT SUR UNE DROITE REPEREE.

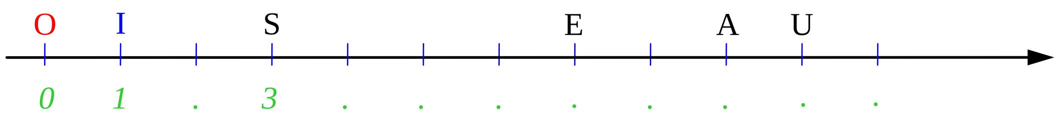
On a parfois besoin de repérer sur une droite (un axe) la **position d'un point par rapport à un point fixe** de cette droite **appelé « Point Origine »**. Pour cela, il faut d'abord munir cet axe d'un repère.

A. Deux définitions : Axe repéré ; Abscisse.

➢ *Un axe muni d'un repère est une droite :*

1. ***orientée*** *par une flèche (en général de gauche à droite lorsqu'elle est horizontale ou de bas en haut lorsqu'elle est verticale).*
2. *sur laquelle on a placé* ***un point fixe appelé l'Origine*** *(lettre O généralement mais pas toujours !).*
3. *qu'on a* ***graduée régulièrement*** *à partir de ce point origine* ***à l'aide de la longueur unité*** *OI (1 cm ou 1 carreau généralement).*
4. *à chaque graduation unité est associé un nombre entier. A l'origine correspond toujours le nombre 0.*
   Les nombres positifs sont ici à droite de 0. Plus on va vers la droite et plus les nombres augmentent.

Et c'est tout ! ;-}



- Définition : Le nombre qui donne **la position d'un point** sur un axe repéré s'appelle l'**abscisse.**
- Notation : L'abscisse d'un point M se note $\mathbf{x_M}$ **(**on lit « x indice M », l'indice M est écrit **en dessous** du x).
- Exemple : Sur la droite plus haut, l'abscisse du point S vaut 3 ce qui se note : $x_S = 3$.

➢ Exemples : En reprenant la droite ci-dessus :

L'abscisse du point O est le nombre 0 (car le point O est l'Origine) c-à-d x_O = ………

L'abscisse du point I est le nombre 1 (car la longueur OI est la longueur unité) c-à-d x_I = ……

L'abscisse de E est ……… c-à-d x_E = ………

x_A = …… c-à-d l'abscisse du point …… est égale à …

x_U = …… c-à-d …………………………… du point …….. est égale à …..

B. Abscisses fractionnaires :

On veut placer sur l'axe gradué ci-dessous le point R d'abscisse fractionnaire 5/3.

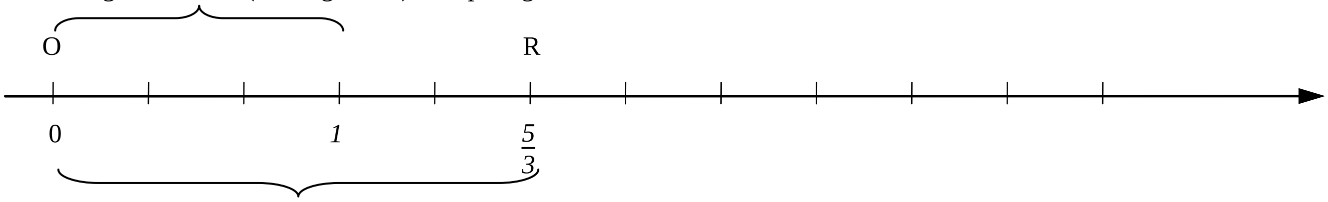
Abscisse fractionnaire (origine visible) : méthode.

Dans l'abscisse $\frac{5}{3}$ qui donne la position du point R, on a les deux informations suivantes :

❶ Le **dénominateur** 3 dit que les *segments unité (segments compris entre 2 entiers consécutifs, donc de longueur 1)* doivent être partagés en 3 morceaux.

❷ Le **numérateur** 5 dit qu'il faut placer R à 5 graduations à droite du point origine O.

❶ Les segments unité (de longueur 1) sont partagés en 3 morceaux.

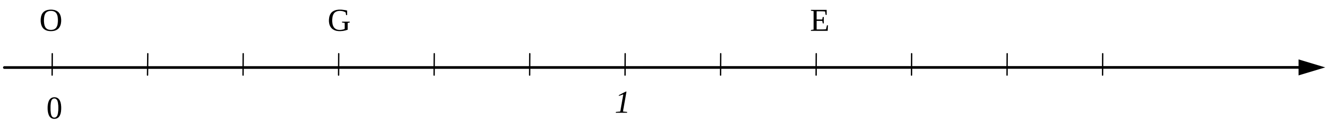


❷ Puis on compte 5 morceaux à partir du point origine O.

A vous maintenant !

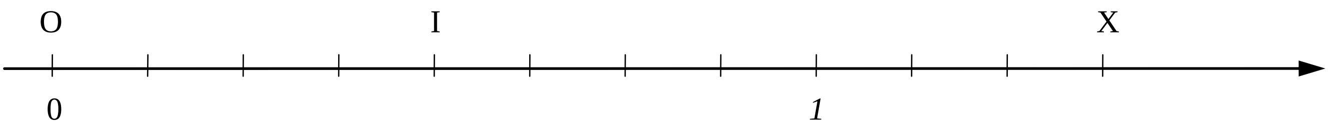
- <u>Exercice 1 :</u>

1. Ecrire les abscisses (sous la forme d'entier ou de fraction irréductible) des points G, R et E :
2. Placer le point R d'abscisse $x_R = \frac{5}{6}$ (cela peut s'écrire R($\frac{5}{6}$)) et le point S(2).



- <u>Exercice 2 :</u>

1. Ecrire les abscisses (sous la forme la plus simple) des points I et X.
2. Placer les points U(9/8), E($\frac{7}{7}$) et D($\frac{1}{4}$).



- <u>Exercice 3 :</u> Plus dur !

Sur l'axe *ci-dessous*, comment trouver l'abscisse du point D lorsque le point origine n'est plus visible ?

<u>Abscisse fractionnaire (origine *non* visible) : méthode en …… étapes</u>.

① On repère d'abord un segment unité (compris entre 2 entiers consécutifs) : celui entre 5 et 6 par exemple.

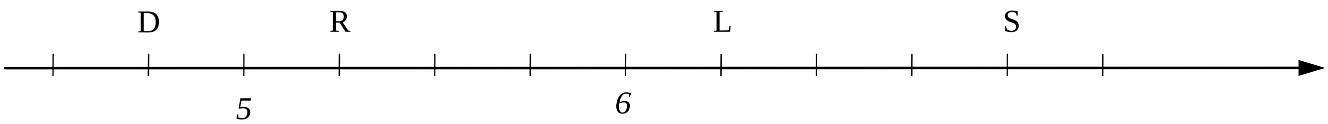
② Puisque le segment unité entre 5 et 6 est composé de 4 morceaux, alors les abscisses (positions) des points peuvent s'écrire sous forme de fraction sur 4.

③ Puis on met sur 4 l'une des positions existantes : $5 = \frac{5}{1} = \frac{5 \times 4}{1 \times 4} = \frac{20}{4}$.

④ Puisque R est à 1 graduation *après* 5, alors l'abscisse de R est donnée par $\frac{20}{4} + \frac{1}{4} = \frac{21}{4}$ c-à-d $x_R = \frac{21}{4}$.

<u>A vous maintenant</u> : Ecrire les abscisses (sous la forme la plus simple possible !) des points D, R, L et S.

Puis placer les points O($\frac{23}{4}$) et E($\frac{13}{2}$).



VII. EXERCICES RECAPITULATIFS ET SITUATIONS.

A. Utilité de la division euclidienne :

La division entière peut servir par exemple :

- aux problèmes de partage entier (nombre de groupes à former : situation ① par exemple).
- aux problèmes de conversion temporelle (conversion de jours en semaines ou de minutes en heures minutes : situation ②).
- aux problèmes de répartition entière (durée par exercice dans un contrôle : situation ③ par exemple).

Exercices à faire sur la page de gauche : Méthode par Analyse-Synthèse bien sûr !

❶ Combien de tables de 6 places sont remplies par 88 élèves à la cantine ? Y aura-t-il des places restantes pour les profs ?

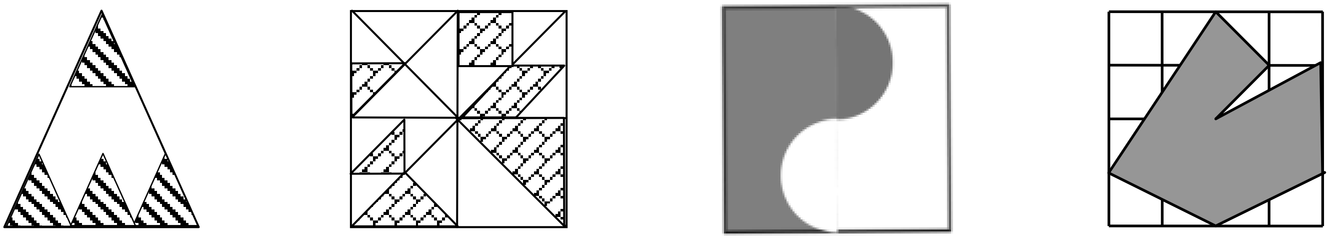
❷ Dans le roman de Jules Verne, Phileas Fogg fait le tour du Monde en 80 jours. Combien cela fait-il de semaines entières ?

❸ A un contrôle de maths, il y a 7 exercices d'importance équivalente. Le contrôle dure 1 heure.

Combien de minutes doit-on réserver à chaque exercice ? Combien de minutes reste-t-il pour relire ?

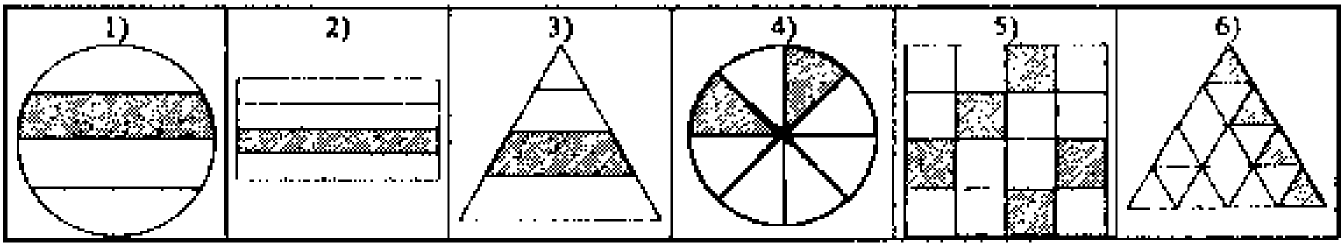
B. Exercices récapitulatifs sur Quotients et Fractions :

➢ Exercice 1 : Pour chaque figure, quelle fraction de la surface totale représente l'aire coloriée ?



Compléter la formule : Fraction coloriée = $\frac{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$

➢ Exercice 2 : Quelles sont les surfaces pour lesquelles on a hachuré le quart ? Justifier.

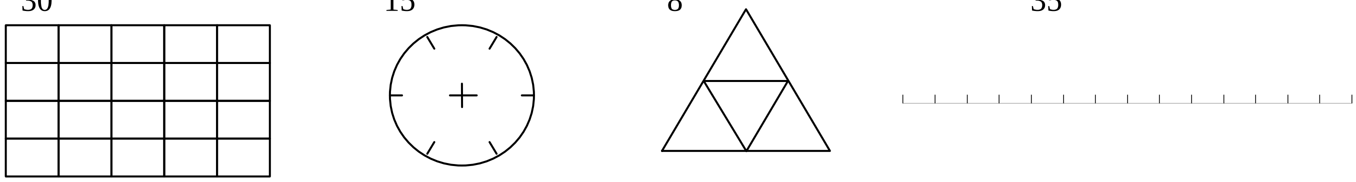


➢ Exercice 3 : Simplifier en colonnes sous la forme la plus simple possible les fractions suivantes :

$\frac{12}{18} =$	$\frac{25}{55} =$	$\frac{48}{12} =$	$\frac{240}{1\,200} =$	$\frac{126}{54} =$

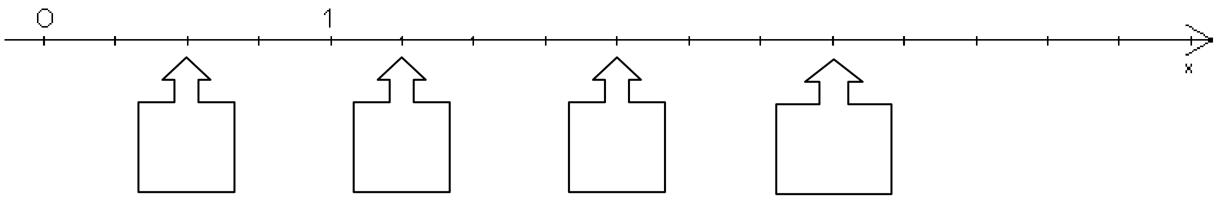
➢ <u>Exercice 4 : Des fractions aux figures.</u> Représenter en couleur :

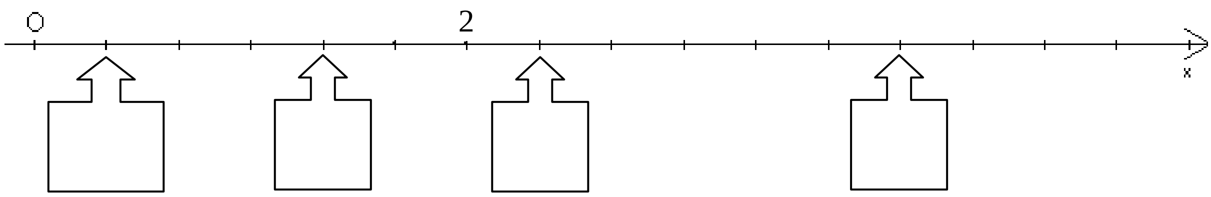
$\frac{6}{30}$ de ce rectangle $\frac{10}{15}$ de ce disque $\frac{3}{8}$ de ce triangle $\frac{15}{35}$ de ce segment

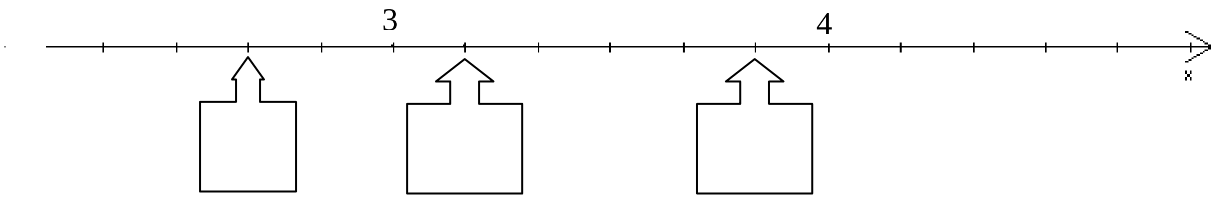


$\frac{7}{21}$ de ce triangle équilatéral $\frac{1}{6}$ de ce rectangle $\frac{25}{15}$ de ce segment

➢ <u>Exercice 5 : Abscisses fractionnaires.</u> Compléter chaque abscisse avec une fraction.







➢ <u>Exercice 6 : Fractions égales.</u> Compléter les égalités suivantes :

- $\frac{5}{6} = \frac{\text{……..}}{18}$ $\frac{45}{54} = \frac{5}{\text{……..}}$ $\frac{\text{……}}{36} = \frac{7}{4}$ $\frac{56}{63} = \frac{8}{\text{…..}} = \frac{40}{\text{……}}$ $\frac{35}{15} = \frac{\text{……}}{3} = \frac{49}{\text{……}}$

- Simplifier les fractions avant de compléter les égalités suivantes :

$\frac{18}{24} = \frac{15}{\text{……}}$	$\frac{\text{……..}}{14} = \frac{3}{21}$	$\frac{16}{\text{……}} = \frac{36}{81}$

C. Situations :

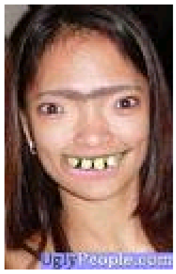
Situations à résoudre sur votre cahier d'exercices : Méthode par Analyse-Synthèse bien sûr !

Laissez les espaces vides des situations pour la correction.

❶ Un prof de maths a corrigé 2 paquets de 26 copies sans s'arrêter. Il met 10 minutes par copie.

Combien d'heures et de minutes a-t-il travaillé ? Mérite-t-il une pause ?

•



Cécile Ourkessa

❷ Beignets vs Cacahuètes. D'après contrôle 2004. (…………………….. / 3 pts)

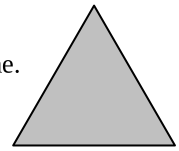
A la plage, Cécile Ourkessa veut acheter pour ses amies 5 beignets à 2,10 € l'un.

Mais elle constate qu'il lui manque 1,50 €. Elle décide alors d'acheter plutôt des cacahuètes à 1,30 € le paquet.

1. Combien a Cécile ? (………………… / 1,5 pts)
2. Combien peut-elle acheter de paquets de cacahuètes ? (……………… / 1 pt)
3. Combien lui reste-t-elle ? (……………… / 0,5 pts)

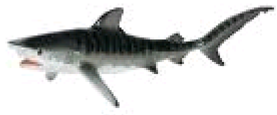
1.

❸ D'après le n°14 p.75 Maths 6ème Magnard 2005.



Un triangle équilatéral a pour périmètre 8 cm. Calculer la longueur exacte de ses côtés puis valeur arrondie au 1/10ème.

❹ « Les (vieilles) Dents de la Mer ». Contrôle 2006 (………………………. / 3 pts)



Un vieux requin tigre collectionneur d'hameçons en possède 98 de toutes tailles. Il les range minutieusement dans des boîtes par paquets de 15 hameçons et chaque boîte peut contenir 3 paquets.

1. Combien de hameçons peut contenir une boîte ? (……………….… / 1 point)
2. De combien de boîtes aura-t-il besoin pour sa collection ? (……..……….…. / 1 point)
3. Combien de hameçons lui manque-t-il pour former un dernier paquet ? (…………………..…. / 1 pt)

VIII. POUR PREPARER LE TEST ET LE CONTROLE.

- **Faire *en temps limité* les évaluations des années précédentes sur mon site (//yalamaths.free.fr, espace 6ème, Division euclidienne, écritures fractionnaires).**
- **Comparer avec les corrigés. Refaire si besoin.**

A. Conseils :

- **Réflexe : Fraction ⇒ ……………………………….. !**
- Connaître les critères de divisibilité pour pouvoir décomposer en multiplications avant de simplifier.
- **Connaître parfaitement ses tables de multiplication !**
- Situation : Analyse-Synthèse ! Lisez bien l'énoncé.

  Répondez en plusieurs étapes si besoin au lieu d'essayer de répondre en une fois.

  Une réponse sans justification NE VAUT RIEN !

B. Erreurs à ne pas faire :

- Erreur très courante : confondre division entière euclidienne (÷R) et division classique (barre de fraction) dans une situation.
- Dans une division euclidienne, avoir le reste > diviseur ! Faux. Corrigez.
- Mélanger multiplications et divisions par 0,1 ou 0,01 ou etc. ou 10 ou 100 ou etc.

C. Remplir le tableau de compétences sur la fiche de contrat :

Quel est l'intitulé du prochain contrat ? ……………………………………………………..

MARIUS (*Marcel Pagnol)*

CÉSAR (à Marius) - Eh bien, pour la deuxième fois, je vais te l'expliquer, le picon-citron-curaçao. Approche-toi ! Tu mets d'abord un tiers de curaçao. Fais attention : un tout petit tiers. Bon. Maintenant, un tiers de citron. Un peu plus gros. Bon. Ensuite, un BON tiers de Picon. Regarde la couleur. Regarde comme c'est joli.

Et à la fin, un GRAND tiers d'eau. Voilà.

MARIUS - Et ça fait quatre tiers.

CÉSAR - Exactement. J'espère que cette fois, tu as compris.

MARIUS - Dans un verre, il n'y a que trois tiers.

CÉSAR - Mais, imbécile, ça dépend de la grosseur des tiers.

MARIUS - Eh non, ça ne dépend pas. Même dans un arrosoir, on ne peut mettre que trois tiers.

CÉSAR - Alors, explique-moi comment j'en ai mis quatre dans ce verre.

MARIUS - Ça, c'est de l'Arithmétique.