CORRECTION DEVOIR PROPORTIONNALITE

Livre (Magnard 6ème 2005) n°1-5-9-34-37-51 p.197 à 202.

Les commentaires sont *en petit et en italique.*

- N°1 p. 197 : Mouvement uniforme.

Situation ① : *Le véhicule se déplace à vitesse constante (régulière) : il s'agit donc d'un problème de mouvement uniforme donc une situation de proportionnalité. On applique la méthode en 3 étapes :*

1. Tableau de pplté :

Le véhicule roule à la vitesse moyenne de 120 km/h : cela signifie qu'il parcourt 120 km en 1 heure. Cette vitesse nous donne une colonne complète du tableau.

Distance parcourue (en km)	120	60	180	210
Durée de parcours (en minutes)	60	x	y	z

$\times c = \frac{1}{2}$

2. Coefficient de pplté c + Relation de proportionnalité *(attention au sens !)* :

- Le coefficient c vérifie : $120 \times c = 60$ donc $c = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$ F.I !

Le coefficient est bien égal à la colonne complète inversée.

- Durée de parcours (en minutes) $= \frac{1}{2} \times$ Distance parcourue (en km)

3. Calcul des 4èmes proportionnelles x, y et z + Réponses en français :

Le calcul de x, y et z revient à appliquer la formule 3 fois (c-à-d par multiplication verticale par c).

$x = 60 \times \frac{1}{2}$

$x = \frac{60 \times 1}{2}$

$x = \frac{30 \times \mathbf{2} \times 1}{\mathbf{2}}$

$x = 30$!

$y = 180 \times \frac{1}{2}$

$y = \frac{180 \times 1}{2}$

$y = \frac{90 \times \mathbf{2} \times 1}{\mathbf{2}}$

$y = 90$!

$z = 210 \times \frac{1}{2}$

$z = \frac{210 \times 1}{2}$

$z = \frac{105 \times \mathbf{2} \times 1}{\mathbf{2}}$

$z = 105$!

L'automobiliste parcourt 60 km en 30 minutes soit en une demi-heure.

L'automobiliste parcourt 180 km en 90 minutes soit en une heure et demie soit 1h 30 minutes.

L'automobiliste parcourt 210 km en 105 minutes soit en 1h 45 minutes.

Pour convertir des minutes en heures minutes, on utilise une division ………..…………………...…. par 60.

Remarque : On aurait pu trouver ces résultats par d'autres méthodes :

Pour x, on remarque qu'on passe de la 2ème à la 3ème colonne en divisant par 2 donc x = 60 ÷ 2 = 30.

Pour y, on remarque que la 4ème colonne = 2ème colonne + 3ème colonne donc y = 60 + x = 60 + 30 = 90.

Ou bien, pour y, on peut remarquer qu'on passe de la 3ème colonne à la 4ème en multipliant par 3 donc y = 3 × x = 3 × 30 = 90.

Dans ces 3 cas, il faut écrire sur et sous le tableau les multiplications horizontales qu'on utilise entre les colonnes.

<u>Situation ②</u> : *Le marcheur marche régulièrement (donc à vitesse constante) donc on a une situation de mouvement uniforme donc une situation de proportionnalité. On applique la méthode en 3 étapes :*

1. <u>Tableau de pplté :</u>

Le marcheur parcourt 3 km en 40 minutes. Cette phrase nous donne une colonne complète du tableau.

Distance parcourue (en km)	3	6	9	10
Durée de parcours (en minutes)	40	x	y	z

$\times c = \frac{40}{3}$

2. <u>Coefficient de pplté c + Relation de proportionnalité *(attention au sens !)* :</u>

- Le coefficient c vérifie : $3 \times c = 40$ donc $c = \frac{40}{3}$ F.I ! *Le coefficient est égal à la colonne complète inversée.*
- Durée de parcours (en minutes) $= \frac{40}{3} \times$ Distance parcourue (en km)

3. <u>Calcul des 4èmes proportionnelles x, y et z + Réponses en français :</u>

Le calcul de x, y et z revient à appliquer la formule 3 fois (c-à-d par multiplication verticale par c).

$x = 6 \times \frac{40}{3}$	$y = 9 \times \frac{40}{3}$	$z = 10 \times \frac{40}{3}$
$x = \frac{6 \times 40}{3}$	$y = \frac{9 \times 40}{3}$	$z = \frac{10 \times 40}{3}$
$x = \frac{2 \times \mathbf{3} \times 40}{\mathbf{3}}$	$y = \frac{\mathbf{3} \times 3 \times 40}{\mathbf{3}}$	$z = \frac{400}{3}$ F.I !
x = 80 !	y = 120 !	

Le marcheur parcourt 6 km en 80 minutes soit 1h 20 minutes.

Le marcheur parcourt 9 km en 120 minutes soit 2h.

Le marcheur parcourt 10 km en $\frac{400}{3}$ minutes soit 133 minutes et $\frac{1}{3}$ minutes soit 2h 13 minutes et 20s.

Pour convertir des minutes en heures minutes, on utilise une division ……….…………………..…. par 60.

<u>Remarque</u> *: On aurait pu trouver ces résultats par d'autres méthodes :*

Pour x, on remarque qu'on passe de la $2^{ème}$ à la $3^{ème}$ colonne en multipliant par 2 donc x = 40 ×2 = 80.

Pour y, on remarque que la $4^{ème}$ colonne = $2^{ème}$ colonne + $3^{ème}$ colonne donc y = 40 + x = 40 + 80 = 120.

Ou bien, pour y, on peut remarquer qu'on passe de la $2^{ème}$ colonne à la $4^{ème}$ en multipliant par 3 donc y = 3 ×40 = 120.

Dans ces 3 cas, il faut écrire sur et sous le tableau les multiplications horizontales qu'on utilise entre les colonnes.

➢ N° 5 p.197 : Reconnaître une situation de proportionnalité.

Plaçons les différentes informations dans un tableau et regardons si on a bien un tableau de pplté, autrement dit si on passe bien d'une ligne à l'autre en multipliant toujours par le même coefficient.

Contenance du seau (en litres)	0	1	2	4	7
Poids **brut** du seau (en kg)	1,5	2,5	3,5	5,5	***8,5 et non 7,5***

Prenons la 3$^{\text{ème}}$ colonne : on passe de 1 à 2,5 en multipliant par 2,5. Mais quand on prend la 4$^{\text{ème}}$ colonne, on **ne peut pas** passer de 2 à 3,5 en multipliant par 2,5 ! Donc ce tableau **n'est pas** un tableau de pplté.

En fait, on le voit tout de suite avec la première colonne : il est impossible de passer de 0 à 1,5 par une multiplication !

Remarque : *Si au lieu de s'intéresser au poids brut du seau, on s'intéressait au poids net du seau, c-à-d au poids du contenu du seau, on trouve le tableau suivant (en retranchant le poids du seau vide aux valeurs) :*

Contenance du seau (en litres)	*0*	*1*	*2*	*4*	*7*
*Poids **net** du seau (en kg)*	*0*	*1*	*2*	*4*	*7*

Cette fois ci, on a bien un tableau de pplté (coefficient de pplté = 1) !

Et on a la relation de pplté : *Poids **net** du seau (en kg) = 1 × Contenance du seau (en litres).*

De plus, on remarque qu'on obtient la formule :

*Poids **brut** du seau (en kg) = 1 × Contenance du seau (en litres) + Poids vide du seau.*

Autrement dit *Poids **brut** du seau (en kg) = 1 × Contenance du seau (en litres) + 1,5.*

*C'est une relation de **quasi** proportionnalité qui sera vue en classe de 3$^{\text{ème}}$: la relation affine.*

➢ N°9 p.197 : *Il semble évident qu'on a affaire à une situation de proportionnalité ! Méthode en 3 étapes.*

1. Tableau de pplté :

Volume de cidre (en litres)	65	260
Masse totale des pommes (en kg)	100	x

$\times c = \frac{20}{13}$

2. Coefficient de pplté c + Relation de proportionnalité*(attention au sens !)* :

- Le coefficient de proportionnalité c vérifie : $65 \times c = 100$ donc $c = \frac{100}{65} = \frac{\mathbf{5} \times 20}{\mathbf{5} \times 13} = \frac{20}{13}$ F.I !

Le coefficient est bien égal à la colonne complète inversée.

- Masse totale des pommes (en kg) $= \frac{20}{13} \times$ Volume de cidre (en litres)

3. Calcul de la 4ème proportionnelle x + Réponse en français :

- $x = 260 \times \frac{20}{13} = \frac{260 \times 20}{13} = \frac{\mathbf{13} \times 20 \times 20}{\mathbf{13}} = 400$!

Remarque : on pouvait retrouver ce résultat en remarquant qu'on passe de 65 à 260 en multipliant horizontalement par 4, donc x = 100 × 4 = 400.

- Il faut prévoir 400 kg de pommes pour fabriquer 260 litres.

➢ N°34 p.200 : Cartographie.

Les longueurs réelles et dessinées sur une carte sont proportionnelles ! Méthode en 3 étapes. Attention aux unités !

1. Tableau de pplté :

Distances réelles **(en km)**	2	x	y	z	4	7	6,5
Distances dessinées sur la carte **(en cm)**	1	3	4	8,5	e	f	g

$\times 3$ $\times 4$ $\times 8,5$; $\times c = \frac{1}{2}$

2. Coefficient de pplté c + Relation de pplté *(attention au sens !)* :

- Le coefficient c vérifie $2 \times c = 1$ donc $c = \frac{1}{2}$ F.I ! *Le coefficient est bien égal à la colonne complète inversée.*

Attention : On pourrait croire ici que le coefficient de proportionnalité c représente l'échelle de réduction ce qui est faux car les longueurs dans le tableau ne sont pas toutes dans la même unité (en km et en cm) !

- Distances dessinées sur la carte **(en cm)** $= \frac{1}{2} \times$ Distances réelles **(en km)** *Attention au unités !*

3. Calcul des 4èmes proportionnelles x, y, z, e, f, et g + Réponses en français :

- Par multiplications horizontales (voir tableau), on a $x = 2 \times 3 = 6$; $y = 2 \times 4 = 8$; et $z = 2 \times 8,5 = 17$.

On pouvait trouver ces résultats en remarquant qu'on passait de la 2ème à la 1ère ligne en faisant $\times 2$.

Je n' écris que la première réponse seulement ! 3 cm sur la carte représentent 6 km sur le terrain.:

- Par multiplications verticales par le coefficient de pplté, on trouve :

$e = 4 \times \frac{1}{2} = 2$! $f = 7 \times \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ F.I = 3,5 et $g = 6,5 \times \frac{1}{2} = \frac{6,5}{2} = \frac{13}{4}$ F.I = 3,25

Je n'écris que la dernière réponse seulement 6,5 km sur le terrain représentent 3,25 cm sur la carte.

➢ N°37 p.201 : Périmètre d'un disque, longueur d'un cercle.

Le périmètre d'un disque (ou circonférence ou longueur d'un cercle) est proportionnel au diamètre de ce disque (le coefficient de proportionnalité est π) et est donné par la formule :

$\mathscr{P}$(Disque) = $\mathscr{L}$ (Cercle) = $\pi \times$ Diamètre

$= \pi \times 2 \times 9$

$= 18\,\pi$ cm Valeur exacte de la circonférence

$\approx 18 \times 3,1$

$\approx 55,8$ cm Valeur approchée à 0,1 cm près.

La longueur du cercle est exactement de $18\,\pi$ cm soit à peu près 55,8 cm.

➢ N°40 p.201 : Longueur d'un cercle, périmètre d'un disque.

On connaît la formule de proportionnalité : Longueur du cercle (en cm) = $\pi \times$ diamètre du cercle (en cm)

10 = $\pi \times$ diamètre du cercle (en cm)

D'où $\frac{10}{\pi}$ = diamètre du cercle (en cm)

Pour trouver un nb inconnu dans une multiplication, on utilise une division.

La valeur exacte du diamètre d'un cercle de longueur 10 cm est $\frac{10}{\pi}$ cm soit à peu près 3,2 cm à 0,1 prés.

➢ N°51 p.202 : Pourcentages.

Les pourcentages représentent une situation de pplté ! Méthode en 3 étapes.

1. Tableau de pplté : *Le pourcentage donne une colonne complète du tableau !*

Dire que la liste élue a obtenue 72% des voix signifie que sur 100 votants, 72 ont voté pour la liste.

Nombre total de votants	100	40 000
Nombres de voix obtenues par la liste	72	x

$\times c = \frac{18}{25}$

2. Coefficient de pplté c + Relation de pplté *(attention au sens !)* :

- Le coefficient de proportionnalité c vérifie $100 \times c = 72$ donc $c = \frac{72}{100} = \frac{18 \times \mathbf{4}}{\mathbf{4} \times 25} = \frac{18}{25}$ F.I ! On retrouve le pourcentage !
- Nombre de voix obtenues par la liste $= \frac{18}{25} \times$ Nombre total de votants.

3. Calcul des 4èmes proportionnelles x + Réponses en français :

$$x = 40\,000 \times \frac{72}{100} = \frac{40\,000 \times 72}{100} = \frac{400 \times \mathbf{100} \times 72}{\mathbf{100}} = 28\,800$$

28 800 personnes ont voté pour la liste élue.

2 remarques :

- *On peut retrouver ce résultat en remarquant qu'on passe horizontalement de la 2ème à la 3ème colonne (de 100 à 40 000) en faisant $\times 400$ donc $x = 72 \times 400 = 28\,800$.*
- *On pouvait résoudre ce problème sans utiliser un tableau de pplté mais en utilisant plus classiquement FRCP avec la formule :*

Nombre de voix obtenues par la liste = 72% du Nombre total de personnes qui ont voté.

On retrouve à peu de chose prés la relation de proportionnalité.