

# PRODUIT D'UN ENTIER PAR UNE FRACTION. FRACTION D'UNE QUANTITE.



« Ma cohabitation passionnée avec les mathématiques m'a laissé un amour fou pour les bonnes définitions, sans lesquelles il n'y a que des à peu près. » Stendhal<sup>1</sup>.

Trop souvent l'on préfère la liberté d'être stupide à l'obligation d'être intelligent.

<b>I. Rappels : Quotients, Ecritures fractionnaires.</b>	2
<b>II. Multiplication d'un nombre entier par une fraction.</b>	4
<b>III. Fraction d'une quantité.</b>	7
<b>IV. Proportions et fractions.</b>	9
<b>V. Révisions : Contrôles 2008 et 2012.</b>	12
<b>VI. Pour préparer le test et le contrôle.</b>	15

Pré-requis pour prendre un bon départ :

<i>Ecritures fractionnaires et fractions : définitions, représentations graphiques.</i>				
<i>Simplification des écritures fractionnaires.</i>				
<i>Mettre au même dénominateur plusieurs écritures fractionnaires.</i>				
<b>Tables de multiplication parfaitement sues dans les 2 sens !</b>				
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Produit de 2 nombres.</i></li> <li>▪ <i>Décomposition d'un nombre en produit de facteurs.</i></li> </ul>				

<sup>1</sup> Henri Beyle dit Stendhal (1783-1842) est l'un des plus grands écrivains français. On lui doit Le Rouge et le Noir (1827), La Chartreuse de Parme (1839). Il avait une très haute opinion des Mathématiques. La découverte de la règle des signes pour le produit de 2 nombres relatifs (exemple : - par - donne +) lui a posé quelques problèmes qu'il relate dans son autobiographie intitulée "Vie de Henri Brulard (1890)".

# I. RAPPELS : QUOTIENTS, ECRITURES FRACTIONNAIRES.

## A. Rappels définitions :

➤ Le résultat d'une division (par un nombre différent de ..... ) s'appelle un .....

Ex : 12 est le résultat de ..... ÷ 2. Dit autrement, 12 est le **quotient** de ..... par .....

➤ Rechercher un facteur (un terme) inconnu dans une multiplication revient à trouver un quotient.

Ex : Le facteur inconnu « q » dans la multiplication  $7 \times q = 84$  est le quotient de ..... par .....

q est le résultat de l'opération .....

➤ On utilise pour les quotients une **écriture plus pratique et moins dangereuse** que l'écriture avec le signe « ÷ » : l'écriture .....

Ex : Mettre sous forme fractionnaire :  $2 \div 7 =$                        $0,5 \div 0,548 =$                        $(\pi + 3) \div 5 =$

➤ Lorsque le numérateur et le dénominateur ( $\neq$  ....., car on ne peut pas partager en aucune partie) sont **des nombres entiers**, l'écriture fractionnaire s'appelle tout simplement une .....

Ex :  $\frac{0,3}{5}$  est une écriture fractionnaire mais pas une fraction car le ..... n'est pas un .....

$\frac{3}{\pi}$  est une écriture fractionnaire mais pas une ..... car le ..... n'est pas un entier.

Une **fraction irréductible** (F.I.) est :

❶ une fraction ! Le numérateur et le dénominateur doivent être des nombres .....

❷ « simplifiée au maximum » : il n'y a plus de facteurs communs<sup>2</sup> entre le numérateur et le dénominateur (sauf 1).

Ex : Dire si les écritures suivantes sont des fractions irréductibles. Si non, les mettre sous forme irréductible.

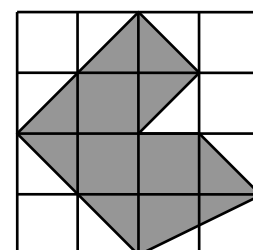
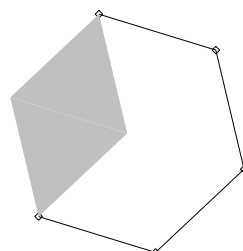
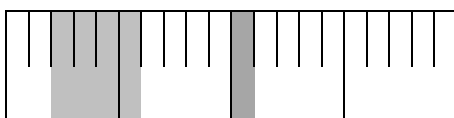
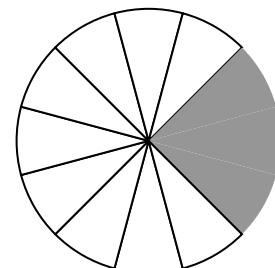
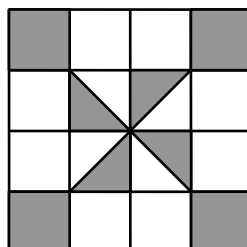
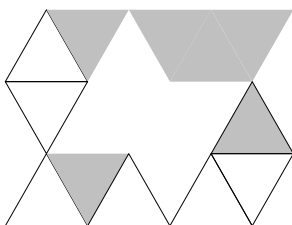
$\frac{2}{3}$                        $\frac{4}{6}$                        $\frac{0,2}{3}$                        $\frac{0,2}{0,3}$

➤ Un **pourcentage** est une écriture fractionnaire sur ..... (c-à-d de dénominateur égal à .....

Ex :  $17\% = \frac{17}{100}$      $0,25\% = \frac{\quad}{100}$      $33\% =$                        $\frac{15}{100} = \dots\dots\%$      $127\% = \dots\dots$

## B. 8 exercices de révision :

① Quelle fraction (proportion) irréductible de l'aire totale représente chaque aire coloriée suivante ?



<sup>2</sup> Le numérateur et le dénominateur ne sont pas dans une même table de multiplication à part celle de 1. Ex : 14 et 15 ou 7 et 8.

② Compléter :

$$\frac{\quad}{18} = \frac{5 \times \quad}{6 \times \quad} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{40}{\quad} = \frac{5 \times \quad}{8 \times \quad} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{49}{\quad} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{\quad}{26} = \frac{3}{2}$$

③ Simplifier au maximum les écritures fractionnaires suivantes :

Ex:  $\frac{12}{14} = \frac{6 \times 2}{7 \times 2}$   
 $= \frac{6}{7}$  F.I.

$$\frac{28}{24} =$$

$$\frac{36}{42} =$$

$$\frac{15}{45} =$$

$$\frac{77}{99} =$$

$$\frac{26}{39} =$$

$$\frac{210}{350} =$$

$$\frac{24}{48} =$$

$$\frac{72}{36} =$$

$$\frac{640}{800} =$$

$$\frac{75}{25} =$$

$$\frac{2\,400}{3\,200} =$$

④ Compléter les égalités suivantes :

$$\frac{45}{27} = \frac{5}{\dots\dots\dots}$$

$$\frac{30}{11} = \frac{\dots\dots\dots}{33}$$

$$\frac{14}{21} = \frac{16}{\dots\dots\dots}$$

$$\frac{\dots\dots\dots}{30} = \frac{10}{12}$$

Détails obligatoires des calculs pour les 2 dernières égalités seulement, en colonnes :

$$\frac{14}{21} =$$

$$\frac{10}{12} =$$

⑤ Transformer ces écritures fractionnaires en fractions irréductibles :

Ex:  $\frac{0,9}{3} = \frac{0,9 \times 10}{3 \times 10} = \frac{9}{30} = \frac{3 \times 3}{3 \times 10} = \frac{3}{10}$  F.I.

$$\frac{1,2}{4} =$$

Ex:  $\frac{0,5}{0,15} = \frac{0,5 \times 100}{0,15 \times 100} = \frac{50}{15} = \frac{5 \times 10}{5 \times 3} = \frac{10}{3}$

$$\frac{0,24}{1,2} =$$

⑥ Ecrire les nombres décimaux suivants sous forme de fraction irréductible :

Ex:  $0,2 = \frac{2}{10}$

$$0,12 =$$

$$0,8 =$$

$$0,04 =$$

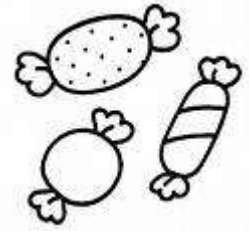
$$= \frac{1 \times 2}{5 \times 2}$$

$$= \frac{1}{5}$$
 F.I.

## II. MULTIPLICATION D'UN NOMBRE ENTIER PAR UNE FRACTION.

### A. Découverte :

Voici la situation : **On veut partager 3 paquets de bonbons entre 4 amis.**



a) Si chaque paquet ne contient qu'1 seul bonbon, cela revient à partager 3 bonbons pour 4 personnes ! Chacun reçoit donc  $\frac{3}{4}$  d'un bonbon, c-à-d 0,75 bonbons.

b) Si maintenant chaque paquet contient 20 bonbons identiques, il y a 3 façons de partager :

- 1<sup>ère</sup> façon : On considère que chaque personne reçoit 20 fois plus qu'au a) précédent.

Chaque personne reçoit donc  $20 \times \frac{3}{4}$  bonbons ce qui fait  $20 \times 0,75 = 15$  bonbons par personne.

- 2<sup>ème</sup> façon : On rassemble tous les bonbons des 3 paquets puis on les partage en 4 parts égales.

Chaque personne reçoit donc :  $\frac{20 \times 3}{4}$  bonbons. Combien cela fait-il de bonbons ?  $\frac{\dots\dots}{4} = \dots\dots$

- 3<sup>ème</sup> façon : Un paquet de 20 bonbons est partagé en 4.

Comme il y a 3 paquets, on fait cette action 3 fois.

Chaque personne reçoit donc :  $\frac{20}{4} \times 3$  bonbons. Combien cela fait-il de bonbons ?  $\dots\dots \times 3 = \dots\dots$

**Il est évident que par ces 3 méthodes de partage, chaque personne reçoit le même nombre de bonbons !** On peut donc écrire la **double égalité** :

$$20 \times \frac{3}{4} = \frac{20 \times 3}{4} = \frac{20}{4} \times 3$$

Maintenant, généralisons.

### B. Règle de multiplication d'un entier par une écriture fractionnaire :

Soient « a » un nombre entier et «  $\frac{b}{c}$  » une écriture fractionnaire ( avec  $c \neq 0$  ). On a alors la double égalité :

$$a \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{c} = \frac{a}{c} \times b$$

En fait, dans ce genre de multiplication, c'est comme si on pouvait « prolonger » la barre de fraction sous le nombre entier, qu'il soit à gauche ou à droite de la fraction

Voyons maintenant comment en pratique on va utiliser cette règle de calcul ; c'est l'objet de la méthode page suivante.

### Multiplication d'un entier par une fraction : Méthode en ..... étapes :

Pour calculer des expressions de type « un entier  $\times$  une fraction » (type  $a \times \frac{b}{c}$  ou  $\frac{a}{c} \times b$ ):

- ① On met l'expression sous forme d'**une seule fraction** grâce à la règle de la page précédente.
- ② On **décompose en produits un ou plusieurs facteurs** du numérateur et/ou du dénominateur afin de pouvoir simplifier une ou plusieurs paires de facteurs identiques.
- ③ On **simplifie** soit sous forme de fraction irréductible, soit sous forme d'un entier (si on a de la chance).

Deux exemples :

- Ex ① :  $24 \times \frac{3}{4} = \frac{24 \times 3}{4}$       ① On a transformé sous forme d'une seule fraction grâce à la règle p.4.
- $= \frac{6 \times 4 \times 3}{4}$       ② On a décomposé en produit le nombre 24 en vue de simplifier.  
On n'a pas oublié de réécrire le «  $\times 3$  » au numérateur !
- $= 6 \times 3$       ③ On a simplifié la paire de 4.
- $= 18$  entier.      Ici, exceptionnellement, le résultat est un nombre entier !

Remarques : Pourquoi ne doit-on pas effectuer la division  $\frac{3}{4}$  dans  $24 \times \frac{3}{4}$  ?

Pour 3 raisons :

- ① La division  $3/4$  n'est pas facile (0,75) !
- ② Ensuite, la multiplication  $24 \times 0,75$  ne sera pas facile non plus !
- ③ Cette technique ne marchera donc pas pour  $24 \times \frac{7}{3}$  par exemple !

- Ex ② :  $\frac{13}{35} \times 21 = \frac{13 \times 21}{35}$       ① On a transformé sous forme d'une seule fraction grâce à la règle p.4.
- $= \frac{13 \times 7 \times 3}{5 \times 7}$       ② On a décomposé en produit les nombres 21 et 35 afin de simplifier.  
On n'a pas oublié de réécrire le «  $13 \times$  » au numérateur !
- $= \frac{13 \times 3}{5}$       ③ On a simplifié la paire de 7.
- $= \frac{39}{5}$  F.I.      Là, le résultat est une fraction irréductible (F.I.).

Remarques : Pourquoi ne doit-on pas effectuer la multiplication  $13 \times 21$  dans  $\frac{13 \times 21}{35}$  ?

Pour 3 raisons :

- ① La multiplication  $13 \times 21$  n'est pas facile à faire !
- ② Cette multiplication fera apparaître un nombre plus grand au numérateur (273) ce qui rendra la simplification finale de la fraction  $273/35$  beaucoup plus difficile !
- ③ Cette technique ne marchera donc pas pour  $1\,428 \times \frac{27}{1\,428}$  par exemple !

**En résumé, on appliquera toujours et rigoureusement cette méthode en 3 étapes.**

## C. Exercices sur le produit d'un nombre par une fraction :

❶ En appliquant rigoureusement la méthode en 3 étapes vue à la page précédente, calculer en colonnes les produits suivants (résultat sous forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier) :

$$\text{Ex : } 3 \times \frac{14}{21} = \frac{3 \times 14}{21}$$

On va décomposer 14 et 21 pour pouvoir simplifier.

$$= \frac{3 \times 2 \times 7}{7 \times 3}$$

$$= 2 \text{ entier.}$$

$$\frac{15}{40} \times 16 =$$

$$\frac{8 \times 7}{40} =$$

$$13 \times \frac{3}{26} =$$

$$=$$

$$500 \times \frac{14}{2\,500} =$$

Que peut-on barrer ?

$$\text{Ex : } \frac{6}{28} \times 21 = \frac{6 \times 21}{28}$$

On va tout décomposer pour pouvoir simplifier.

$$= \frac{2 \times 3 \times 7 \times 3}{7 \times 2 \times 2}$$

$$= \frac{9}{2} \text{ F.I.}$$

$$5 \times \frac{15}{5} =$$

$$\frac{18}{10} \times 20 = \frac{\dots \times \dots}{\dots}$$

Que peut-on barrer ?

$$=$$

$$64 \times \frac{11}{8} =$$

$$6 \times \frac{2}{36} =$$

$$35 \times \frac{9}{45} =$$

$$\frac{6}{40} \times 15 =$$

$$3 \times \frac{10}{12} =$$

$$\frac{45}{54} \times 3 =$$

$$\frac{3}{21} \times 7 =$$

$$11 \times \frac{3}{66} =$$

$$\frac{25 \times 9}{45} =$$

$$27 \times \frac{10}{36} =$$

$$\frac{3}{3\,257} \times 3\,257 =$$

$$\frac{70}{2\,000} \times 150 =$$

### III. FRACTION D'UNE QUANTITE.

#### A. Découverte :



On veut traduire mathématiquement : « les trois quarts d'un paquet de 32 cartes ».

Pour prendre les  $\frac{3}{4}$  du paquet, on peut diviser le paquet de 32 cartes en 4 tas égaux puis prendre 3 fois un tas.

Donc  $\frac{3}{4}$  de 32 cartes =  $3 \times \frac{32}{4}$

Annotations : "un tas" pointe vers  $\frac{32}{4}$ , "nombre de tas" pointe vers 3.

Mais d'après la règle p.4 de multiplication,  $3 \times \frac{32}{4} = \frac{\dots \times \dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \times 32$ .

Finalement, on vient de prouver que : « prendre les  $\frac{3}{4}$  de 32 revient à effectuer l'opération  $\frac{3}{4} \times 32$  » !

Généralisons.

#### B. Fraction d'une quantité : règle de calcul.

**Règle :** Prendre une fraction  $\frac{a}{b}$  d'une quantité k revient à effectuer l'opération  $\frac{a}{b} \dots k$

Autrement dit : Prendre la fraction d'une quantité revient à ..... cette fraction par la .....

➤ 2 exemples :

•  $\frac{2}{9}$  de 15 kg =  $\frac{2}{9} \times 15 = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$  kg

• Un quart d'heure = un quart de 60 minutes =  $\frac{1}{4} \times 60 = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$  min

**En résumé, les mots « de », « du », « d' » ou « des » entre une proportion (une fraction) et une quantité se traduisent (sont remplacés) par une multiplication ( × ).**

➤ Applications :

❶ Calculer :

$\frac{2}{7}$  de 49 € =

Le tiers d'un seau de 12 litres

=

❷ Convertir en minutes :

$\frac{2}{5}$  h =

$\frac{8}{6}$  des 30 km =

$\frac{2}{5}$  d'une classe de 25 élèves

=

Convertir en secondes :

$\frac{5}{3}$  min =

### C. Pourcentage d'une quantité :

➤ Exemple :  $25 \% \text{ de } 40 \text{ €} = \frac{25}{100} \times 40 = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots \text{ €}.$

« Appliquer un pourcentage à une quantité » équivaut à effectuer le produit :

**la fraction sur 100 (correspondant à ce pourcentage) × cette quantité.**

➤ Application : Calculer en colonnes les pourcentages suivants :

$15 \% \text{ de } 300 \text{ mm}$ =	Une réduction de 2 % sur 250 € =	4 % de matière grasse dans un pot de 25 g =
---	-------------------------------------	--

### D. Situations (méthode Analyse-Synthèse évidemment !) :

❶ Dans une classe de 30 élèves, 20 % des élèves s'ennuient ! Parmi ces élèves qui s'ennuient,  $\frac{2}{3}$  en ont marre de s'ennuyer.

1. Combien d'élèves s'ennuient ?

2. Combien d'élèves en ont marre de s'ennuyer ?

❷ Un élève devrait passer un douzième de son temps à travailler à la maison et minimum un tiers de son temps à dormir.

1. Combien de temps doit-il travailler dans une journée ?

2. Combien de temps au minimum doit-il dormir par jour ?

❸ En 1900, l'espérance de vie en France était égale à 49 ans. En 2006, elle avait augmenté de 65 % par rapport à 1900.

1. Calculer l'augmentation d'espérance de vie entre 1900 et 2006 (calculatrice)

2. Calculer l'espérance de vie en 2006, arrondie à l'année.



## IV. PROPORTIONS ET FRACTIONS.

Deux classes de 6<sup>ème</sup> ont participé à un contrôle commun. Les résultats ont été reportés dans le tableau ci-contre :

	Classe de 6 <sup>ème</sup> A	Classe 6 <sup>ème</sup> B
Nb total d'élèves dans la classe	35	28
Nb d'élèves qui ont eu la moyenne	25	24

**Le but est de savoir qui de la 6<sup>ème</sup>A ou de la 6<sup>ème</sup>B a le mieux réussi ce contrôle commun.**

➤ Combien d'élèves ont eu la moyenne en 6<sup>ème</sup>A ? ..... Combien en 6<sup>ème</sup>B ? .....

Donc Nombre d'élèves ayant la moyenne en 6<sup>ème</sup>A ..... Nombre d'élèves ayant la moyenne en 6<sup>ème</sup>B.

Peut-on en déduire que la 6<sup>ème</sup>A est meilleure que la 6<sup>ème</sup>B ? Bien sûr que .....

Pourquoi non ? Expliquez.

➤ Analyse des résultats :

*En fait, on ne peut pas juste comparer les nombres 25 et 24 dans l'absolu, c-à-d sans tenir compte du nombre total d'élèves dans chaque classe (..... en 6<sup>ème</sup>A et ..... en 6<sup>ème</sup>B).*

*Il faut d'abord, pour chaque classe, trouver une manière d'écrire que seulement une partie du total des élèves a eu la moyenne.*

*Comment faire ? Oh la la, c'est vraiment trop dur les maths ? .....*

*Meuh meuh non ! Lisons bien :*

« En 6<sup>ème</sup>A, 25 élèves ont eu la moyenne. La classe compte au total 35 élèves. ». Cela signifie que :

25 élèves *sur* le total des 35 élèves ont la moyenne. Ce qui correspond à la fraction :  $\frac{25}{35} = \frac{5}{7}$  F.I !

Alors qu'en 6<sup>ème</sup>B, ..... élèves *sur* le total des ..... élèves ont eu la moyenne. Ce qui correspond à la

fraction :  $\frac{24}{28} = \frac{3}{4}$  F.I !

Finalement, après avoir comparé ces 2 fractions  $\frac{5}{7}$  et  $\frac{3}{4}$ , la classe qui a le mieux réussi est la .....

**Certaines fractions permettent donc de faire des comparaisons.**

### A. Proportion ou rapport de comparaison :

➤ Dans l'activité précédente, la fraction  $\frac{25}{35}$  qui permet de comparer le nombre d'élèves en 6<sup>ème</sup>A ayant la moyenne avec le nombre total d'élèves en 6<sup>ème</sup>A s'appelle une **proportion ou rapport de comparaison**.

Autrement dit :

$\frac{25}{35}$  est la proportion du nb d'élèves ayant eu la moyenne par rapport au nb total d'élèves dans la classe.

$\frac{25}{35}$  est le rapport de comparaison entre le nb d'élèves ayant la moyenne et le nb total d'élèves dans la classe.

**Définition :** Une fraction qui permet de faire une comparaison s'appelle une Proportion.

**Formule :** Proportion d'une Quantité n par rapport à une Quantité d =  $\frac{\text{Quantité n}}{\text{Quantité d}}$

➤ Méthode sur un exemple : Dans une classe de 30 élèves, il y a 12 filles. Par Analyse-Synthèse, on a :

$$\text{Proportion de filles dans cette classe} = \frac{\text{Nombre de filles}}{\text{Nombre total d'élèves dans la classe}} = \frac{12}{30} = \frac{6 \times 2}{6 \times 5} = \frac{2}{5} \text{ F.I !}$$

Autrement dit, sur 5 élèves dans cette classe, 2 sont des filles.

Remarque : Les proportions sont *souvent (mais pas toujours !)* des quotients plus petits que 1 car on cherche souvent à comparer une partie par rapport à un ensemble qui est plus grand que cette partie.

Exemples : Proportion de bacheliers parmi la population totale =  $\frac{\text{Nombre de } \dots\dots\dots}{\text{Nombre total de } \dots\dots\dots}$

Proportion de votes nuls parmi tous les votes exprimés =  $\frac{\text{Nombre de } \dots\dots\dots}{\text{Nombre total de } \dots\dots\dots}$

## B. Proportions et pourcentages :

➤ Pour faciliter les comparaisons, il vaut mieux parfois tout rapporter (comparer) à une même base (un même nombre) : la base 100 ! C'est pourquoi les proportions sont souvent exprimées en pourcentages (%).

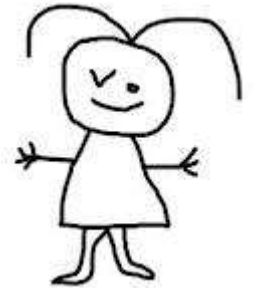
Formule bis :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Proportion en pourcentage (\%)} \\ \text{d'une Quantité n par rapport à une Quantité d} \end{array} \right\} = \frac{\text{Quantité n}}{\text{Quantité d}} \times 100$$

Autrement dit : On obtient la proportion en % en multipliant simplement la proportion « classique » par le nombre .....

➤ Méthode sur un exemple : En reprenant l'exemple plus haut, on obtient par Analyse-Synthèse :

$$\begin{aligned} \text{Proportion de filles dans cette classe (en \%)} &= \frac{\text{Nombre de filles}}{\text{Nombre total d'élèves dans la classe}} \times 100 \\ &= \frac{12}{30} \times 100 \\ &= \frac{12 \times 100}{30} \\ &= \frac{3 \times 4 \times 10}{3} \\ &= 40 \% \end{aligned}$$



Le pourcentage de filles dans la classe est de 40 %. (2/5 est donc égal à 40 %)

## C. Exercices sur les proportions :

❶ Dans une école de 99 élèves, la proportion de garçons est de  $\frac{6}{11}$  (c-à-d « Sur 11 ....., il y a 6 ..... »).

1) Calculer le nombre de garçons puis le nombre de filles.

2) Calculer la proportion de filles dans cette école.



2 A l'entraînement, Bill Boulé a réussi 16 balles au premier service sur 25. Tom Eigery en passe 13 sur 20.

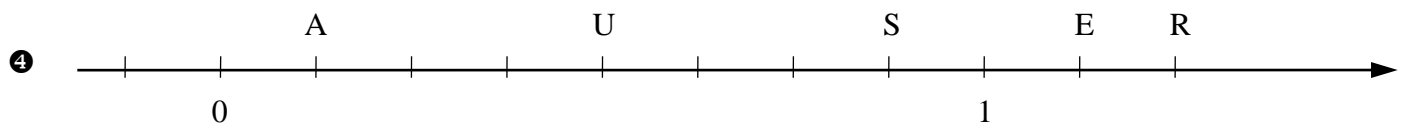
Calculer pour chacun le pourcentage de réussite au 1<sup>er</sup> service (Analyse-Synthèse). Qui a le mieux servi ?



3 Après avoir indiqué s'il s'agit de situation de répartition ou d'évolution, traduire les 5 pourcentages suivants :

**△ les mots « pourcentage » et « pourcent », le signe « % » et les fractions sont interdits dans l'explication !**

• « Beurre avec 84 % de matière grasse. » Sur 100 ..... il y a 84 ..... .....	« J'ai confiance en ce qu'il dit à 25 % . » Sur 100	« 30 % moins cher. » Pour un prix de 100€ au départ,	« 15 % plus lourd. » Pour
• « Il y a 55 % d'eau dans ce jus de fruit ! » Sur 100			



1. Quelle est l'abscisse du point E (sous forme fractionnaire) ? ..... Placer le point B (1/4).
2. On veut maintenant comparer la longueur SR à la longueur AS.

Méthode : On veut comparer la longueur SR (3 parties) par rapport à la longueur AS (6 parties). On peut donc écrire :

$$SR = \frac{3}{6} AS = \frac{1}{2} AS \text{ (après simplification !)}$$

En effet, la fraction  $\frac{3}{6}$  représente la proportion de la longueur SR par rapport à (comparée à) la longueur AS.

A vous maintenant ! Comparer :  $AB = \frac{\dots}{\dots} AU$        $AU = \frac{\dots}{\dots} AB$        $SE = \frac{\dots}{\dots} BR$

- 5 Soit un triangle ABC isocèle en A tel que AB = 60 cm et BC = 90 cm.
1. Construire le triangle ABC. Echelle : 1 cm sur la figure pour 10 cm réels. Croquis d'abord !
  2. Calculer le périmètre du triangle ABC.
  3. Calculer le périmètre d'un triangle EFG qui serait la réduction au 2 tiers du triangle ABC.
  4. Construire ce triangle EFG. Echelle : 1 cm sur la figure pour 10 cm réels. Croquis d'abord !

## V. REVISIONS : CONTROLES 2008 ET 2012.

➤ Exercice n° 1 (..... / 6 pts) : Calculer en colonnes (résultat : entier ou fraction irréductible).

$$18 \times \frac{2}{27} =$$

$$\frac{77 \times 15}{55} =$$

$$\frac{8}{25} \times 35 =$$

$$\frac{5}{7} \text{ de } 14 \text{ kg} =$$

$$\text{Le tiers de } 33 \text{ km} =$$

$$15 \% \text{ de } 30 \text{ €} =$$

➤ Exercice n° 2 (..... / 4 points) : Expliquer les pourcentages et proportions suivants.

**⚠ les mots « pourcentage » et « pourcent », le signe « % » et les fractions sont interdits dans l'explication !**

1. « 15 % de coton ». (..... / 1 pt) Répartition ou Evolution ?

Sur 100

2. « 30 % plus cher ». (..... / 1 pt) Répartition ou Evolution ?

Pour

3. « A la cantine,  $\frac{2}{5}$ èmes de la nourriture est jetée. ». (..... / 1 pt) Répartition ou Evolution ?

Sur

4. « Une note en Maths de  $\frac{19}{22}$  ». (..... / 1 pt) Répartition ou Evolution ?

Sur

5. « En Afrique subsaharienne, le nombre de personnes sous le seuil d'extrême pauvreté a augmenté de près de 40 % entre 1990 et 2013. » Répartition ou Evolution ?

➤ Situation 1 : Un grand merci pour tout ce que vous faites. Contrôle 2012.

Un professeur enseigne les Mathématiques avec amour, sans ménager sa peine, dans 2 classes de Sixième : la 6<sup>ème</sup> A qui compte 26 élèves et la 6<sup>ème</sup> B qui en compte 25.

Il a remarqué que lors de la distribution d'un document, 9/13 des élèves de 6<sup>ème</sup> A ne disaient pas « Merci. » ! En 6<sup>ème</sup> B, ce n'est pas mieux : 17 élèves ne sont pas plus polis.

1. Combien d'élèves ne remercient pas en 6<sup>ème</sup> A ? Analyse-Synthèse.



2. Pour faire prendre conscience de ce problème de politesse, le professeur a demandé aux élèves de calculer la proportion (*en pourcentage*) des élèves de 6<sup>ème</sup> B qui ne disent pas « Merci. ».

Voici rassemblées dans le tableau ci-dessous toutes les réponses proposées par la classe de 6<sup>ème</sup> B :

Réponses proposées par les élèves de 6 <sup>ème</sup> B	① $25 \times 17$	② $\frac{17}{25} \times 100$	③ $25 - 17$	④ $\frac{17}{25}$
Nb d'élèves de 6 <sup>ème</sup> B ayant choisis cette réponse	2	10	12	1

a. Une seule des 4 réponses proposées est complètement absurde, laquelle et pourquoi ?

b. Une seule des 4 réponses proposées est incomplète, laquelle et pourquoi ?

c.  $25 - 17 = \dots\dots$  Que représente ce résultat ?

d. Calculer le pourcentage d'élèves de 6<sup>ème</sup> B qui ont donné la bonne réponse au calcul demandé par le professeur. Analyse-Synthèse.

➤ (Situation 2 (..... / 2 points) : Proportion désastreuse.)

En septembre 2007, comme chaque année, l'Union Mondiale pour la Nature ([www.uicn.fr](http://www.uicn.fr)) publie la liste rouge des espèces menacées. Le tableau est alarmant !! Sur les 40 000 espèces animales ou végétales mises sous surveillance par l'UICN, 16 000 à peu près sont menacées de disparaître : ainsi ces magnifiques espèces que sont le tigre, l'orang outang de Sumatra, le gorille, la panthère des neiges, ou le requin blanc sont en voie d'extinction. La principale cause de ce désastre est l'homme qui détruit de manière incontrôlée, chaque jour un peu plus, les différents écosystèmes.



Quelle est le pourcentage d'espèces menacées de disparition ? **Analyse-Synthèse !** Ce pourcentage est-il en augmentation ?

➤ (Situation 3 (..... / 3 pts) : Maigrir en pourcentage.)

Comme toutes les grandes espèces de requins, le requin tigre est aussi hélas une espèce menacée. Faisons tout de même connaissance avec Sharky, un beau spécimen de 600 kg. Sharky est un peu trop gourmand ! Ainsi donc, il décide de faire un peu plus attention à sa ligne pour retrouver l'allure svelte et élégante qui caractérise tous les requins tigre de la planète ! Il perdra ainsi 15 % de son poids initial en un an.



Sharky

1. Calculer la perte de poids de Sharky. (..... / 1,5 pts) **Analyse-Synthèse !**
2. Quel est son poids final ? (..... / 1 pt) **Analyse-Synthèse !**
3. En fait, Sharky avait utilisé une crème amincissante aux algues.  
Voici ce qu'on pouvait lire sur l'étiquette. Qu'en pensez-vous ? (..... / 0,5 pts)
4. Calculer le pourcentage d'erreur de l'étiquette par rapport au poids final réel (arrondi à l'unité). **Analyse-Synthèse !**

**Spécial Requin Tigre :**  
 -15 % de poids en 1 an !!  
Ex : Passez de 600 kg à  
 500 kg en 1 an à peine !



## VI. POUR PREPARER LE TEST ET LE CONTROLE.

- **Faire en temps limité les évaluations des années précédentes sur mon site (//yalamaths.free.fr, espace 6<sup>ème</sup>, Multiplication et fractions-Proportionnalité).**
- **Comparer avec les corrigés. Refaire si besoin.**

### A. Conseils :

- Calculs :
- **La simplification des fractions et les tables de multiplication sont les points noirs de ce contrat !**
- Connaître ses tables de multiplication sur le bout des doigts, surtout le sens qui permet de décomposer un nombre en produit de facteurs.
- Savoir simplifier correctement et sans hésitation une fraction. Exemple :  $\frac{3 \times 3 \times 2}{3 \times 7} = \frac{3 \times 2}{7}$  et non  $\frac{2}{7}$  !
- Simplifier directement les paires de zéros en les barrant.
- Situations :
- Bien lire l'énoncé, utiliser de la couleur.
- Utiliser la méthode « Analyse – Synthèse » vue en classe.
- Les mots « de » « du » « des » « d' » entre une fraction et une quantité sont remplacés par un signe de .....
- Une proportion est une ..... qui permet de faire une .....

### B. Erreurs à ne pas faire :

- Calculs :
- S'amuser à faire les multiplications dans les écritures de type «  $\frac{a \times b}{c}$  » au lieu de décomposer pour pouvoir simplifier !
- Situations :
- Oublier qu'une proportion ou un pourcentage n'opère jamais seul, mais en relation avec une quantité.

### C. Remplir le tableau de compétences sur la fiche de contrat :

Quel est l'intitulé du prochain contrat ? .....

Perle du Bac 2006 : « La Terre tourne en rond dans un sens et en travers dans l'autre sens. »

Perle du Brevet 2012 : « La Première Guerre mondiale se passe en deux ans, de 1914 à 1918... »

Perle du Brevet 2010 : « Au front, les soldats mourraient vivants. »

Perle du Bac 2011 : « Les Français dépensent toujours plus pour leurs compagnons à quatre pattes : chiens, chats, oiseaux, poissons... »