LES MESURES : LONGUEURS, MASSES, DUREES. CORRIGE

« L'essence des Mathématiques, c'est la Liberté. » Georg Cantor[1].

« Correction en rouge et en italique »

➢ *Pré requis pour prendre un bon départ :*

	A refaire	A revoir	Maîtrisé
Multiplications par 10 ou 100 ou 1000 etc. ou 0,1 ou 0,01 ou 0,001 etc.			
Divisions par 10 ou 100 ou 1000 etc.			
Polygones : Définition, Polygones particuliers …			
Division euclidienne pour les conversions temporelles.			

[1] .Georg Cantor : Grand mathématicien russo-allemand du 19ème siècle qui a travaillé sur les ensembles de nombres entre autres.

NOM et prénom : ……………………………………………. 6ème ……..

I. INTRODUCTION.

➢ Certaines quantités sont mesurables : les masses, l'intensité du courant, les surfaces, la vitesse.

Citez d'autres quantités qui sont mesurables : *la durée, les angles, la quantité de matière, l'accélération…*

Citez des quantités qui ne sont pas mesurables : *l'Amour, l'intelligence, la peur, la douleur etc..*

➢ Avant de mesurer une quantité mesurable, il faut « définir » une **unité**.

3 exemples : Pour les masses, l'unité du Système International des Mesures est *le kilogramme.*

Pour les longueurs, l'unité du Système International des Mesures est *le mètre.*

Pour le temps, l'unité du Système International des Mesures est *la seconde.*

➢ **Mesurer une quantité** revient à trouver « combien de fois cette unité est présente » dans la quantité.

On peut estimer la mesure d'une quantité « à l'œil nu », « au jugé », etc. mais cela n'est évidemment pas très *précis.*

Mieux : on peut aussi approcher la mesure d'une quantité à l'aide par exemple d'un instrument de mesure (*règle graduée, télémètre, anémomètre, montre, ampèremètre etc..*), ce qui sera normalement plus précis.

Largement mieux : un calcul pourra donner la valeur exacte de la mesure cherchée !

➢ Sévère mise en garde :

Les instruments de mesure ne donnent JAMAIS la valeur exacte de la quantité mesurée car leur précision ne peut pas être infinie ! Sans compter les imprécisions et erreurs de lecture !

Donc un rapporteur, une règle graduée, une équerre, un thermomètre, un télémètre laser … ne peuvent fournir que des **valeurs approchées** plus ou moins précises de la mesure exacte de la quantité.

Autrement dit, **Mesurer n'est pas Calculer**, **Mesurer n'est pas Prouver !**

II. MESURER DES LONGUEURS.

A. Unités de longueur :

L'Unité du Système International des Mesures pour les longueurs est le **mètre**.

➢ Deux remarques :

① Le mètre n'est pas toujours adapté pour mesurer certaines longueurs.

On a donc besoin d'unités plus grandes (les multiples) ou plus petites (les sous multiples) dérivées du mètre.

- des multiples du mètre : le kilomètre *(km)*, l'hectomètre *(hm)*, le décamètre *(dam)* etc.

Que mesure-t-on habituellement en km ? *La longueur des routes, des bobines de câble sous marins, etc.*

- des sous multiples du mètre : le décimètre (*dm*), le centimètre (*cm*), le millimètre (*mm*), le micromètre (millionième de mètre µm) etc.

Que peut-on mesurer en micromètres ? *Taille de microbes, diamètres de bactéries ou de fibres optiques etc.*

② Il existe d'autres unités de longueur dans le monde utilisées :

- soit par habitude dans un pays : exemple le mile ou le yard *en Angleterre ou aux USA etc.*
- soit par habitude dans un secteur d'activité : le mile marin ou le nautique *en Marine.*
  le pouce pour mesurer la diagonale des écrans.

B. Tableau de conversion des longueurs :

Le tableau de conversion des longueurs est un **tableau *infini* à simples colonnes**[2].

etc.	kilomètre	hectomètre	*décamètre*	mètre (u.s.i)	décimètre	centimètre	*millimètre*	etc.
	km	*hm*	dam	m	*dm*	cm	mm	
		0	*2*	*0*	*0*			
			0	*0*	*0*	*0*	*5*	
				0	*7*	*0*	*0*	
	0	*0*	*2*	*0*	*0*			
			0	*0*	*2*			
		0	*0*	*3*	*0*			

÷ 100 × 100 × 10 ÷ 10

On multiplie par 10 ou 100 ou 1 000 etc suivant le nb de colonnes sautées.

On divise par 10 ou 100 ou 1 000 etc suivant le nb de colonnes sautées.

Attention, il vaut mieux ne pas mettre de virgules dans le tableau !

➢ Exercice : Convertir à l'aide du tableau. *(Ne jamais mettre de virgules dans un tableau de conversion !)*

0,2 hm = *200* dm 2 dm = 0,02 *dam* 0,03 hm = 30 *dm*

0,5 cm = 0,005 *m* 0,02 km = *200* dm 700 mm = *0,7* m

C. Conversions et opérations :

- Pour passer d'une unité **à l'unité à droite immédiatement inférieure** ↓ (ex : des cm au mm), on doit **multiplier** ↑ la mesure de la longueur **par 10**.
- Inversement, pour passer d'une unité **à l'unité à gauche immédiatement supérieure** ↑ (ex : des m au dam), on doit **diviser** ↓ la mesure de la longueur **par 10**.

Autrement dit :

Pour convertir vers une unité à droite, on « agrandit » la mesure en la multipliant par 10 ou 100 ou 1000 ou etc (suivant le nombre de colonnes qu'on saute).

Pour convertir vers une unité à gauche, on « diminue » la mesure en la divisant par 10 ou 100 ou 1000 ou etc (suivant le nombre de colonnes qu'on saute).

➢ Exercice ① : **Sans utiliser le tableau**, mais en écrivant une opération, convertir :

Exemple : *0,52 m en hm* = $\frac{0,52}{100}$ *hm* = *0,0052 hm.*

1,25 dm = 1,25 × *100* mm = *125* mm 0,02 m = 0,02 *× 10* dm = *0,2* dm

0,6 cm = $\frac{0,6}{1000}$ dam = *0,0006* dam 14 000 cm = $\frac{14\,000}{100}$ m = *140* m

12,5 dam = 125 *m* 5,4 cm = 0,054 *m* 0,7 km = 700 *m*

[2] Ce ne sera pas le cas pour les surfaces *(doubles colonnes)* et les volumes *(triples colonnes)*.

D. Longueurs et opérations :

Le calcul suivant est il juste ? 2 km + 1 hm = (2 + 1) km = 3 km *Bien sûr que non ! Eh ! Oh !*

Pourquoi ? *Les quantités ne sont pas données dans la même unité !*

Refaire le calcul, juste cette fois ci ! 2 km + 1 hm = *20 hm + 1 hm*

= 21 hm (= 2,1 km).

Règle : Avant d'additionner ou de soustraire des longueurs entre elles,
il faut qu'elles soient toutes converties dans la *même unité.*

Remarque : Cette règle est encore vraie pour d'autres quantités mesurables.

- Exercice ② : Calculer en colonnes :

Méthode : 2 m + 3 cm – 1 mm = 2 000 mm + 30 mm – 1 mm Conversion dans la plus petite unité présente.
= 2 029 mm (= 202,9 cm = 2,029 m)

2 hm – 0,04 km = *2 hm – 0,4 hm = 1,6 hm = 0,16 km*

5 m + 5 cm = *500 cm + 5 cm = 505 cm = 5,05 m*

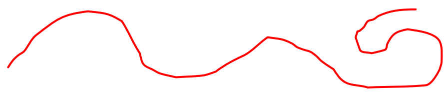
2 cm + 350 mm = *20 mm + 350 mm = 370 mm = 37 cm*

0,06 km + 10 m – 1 500 mm = *60 m + 10 m – 1,5 m = 68,5 m = 68500 mm = 0,0685 km*

III. LONGUEUR D'UNE LIGNE POLYGONALE ; PERIMETRE.

En général, trouver la longueur d'une ligne quelconque (par exemple la longueur d'une route qui serpente) est un problème difficile.

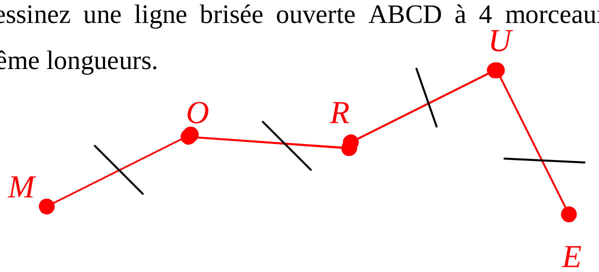
Dessinez une ligne dont la longueur est difficile à mesurer :



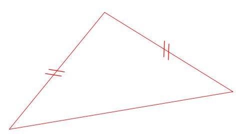
A. Longueur d'une ligne polygonale :

On va donc se limiter au cas très simple des **lignes formées de segments** appelées *lignes polygonales* ou **lignes brisées**.

Dessinez une ligne brisée ouverte ABCD à 4 morceaux de même longueurs.



Dessinez une ligne brisée fermée à 3 morceaux dont 2 sont de même longueur.



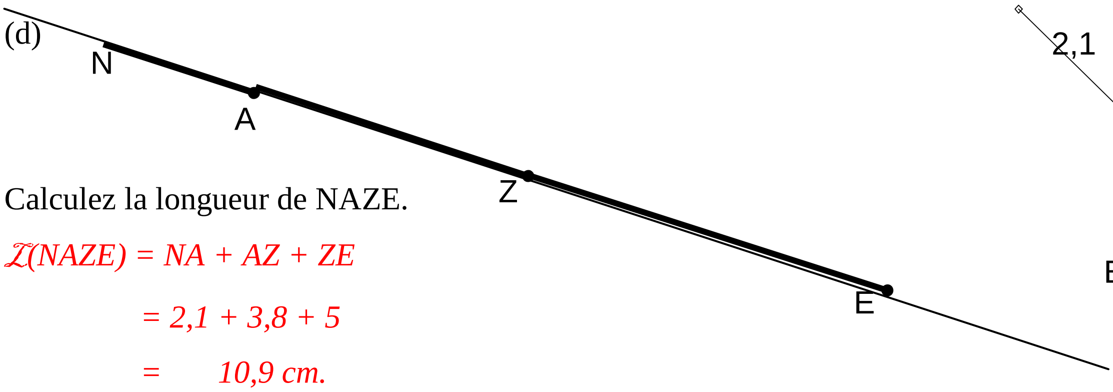
Nom ? *C'est un triangle isocèle !*

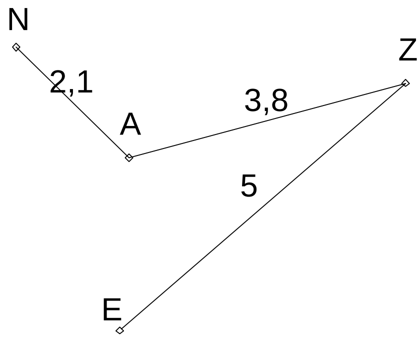
Une ligne brisée étant formée de *segments*, il suffit de faire la somme des longueurs de tous les segments composant cette ligne pour avoir la longueur totale de la ligne polygonale.

Notation : La longueur de la ligne brisée MORUE se note **$\mathcal{L}$(MORUE).**

Formule : $\mathcal{L}$(MORUE) = MO + OR + RU + UE

➢ Exercice ③ : Sans rien calculer, reportez au compas sur la droite (d) la longueur totale de la ligne brisée ouverte suivante :





Calculez la longueur de NAZE.

ℒ(NAZE) = NA + AZ + ZE

= 2,1 + 3,8 + 5

= 10,9 cm.

➢ Exercice ④ :

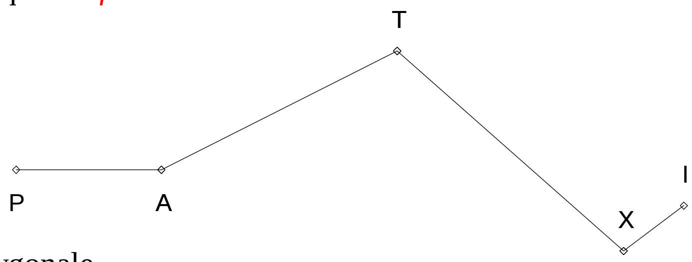
Fabriquez une ligne polygonale ouverte telle que : *Il faut d'abord convertir les données dans la même unité.*

PA = 2cm

AT = 35 mm *= 3,5 cm*

TX = 0,4 dm *= 4 cm*

XI = 0,01 m *= 1 cm*



Calculez la longueur totale de cette ligne polygonale.

ℒ(PATXI) *= PA + AT + TX + XI*

= 2 + 3,5 + 4 + 1

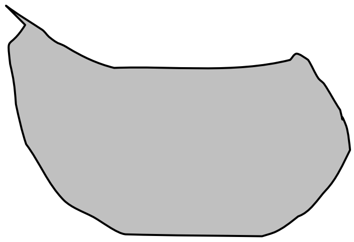
= 10,5 cm.

B. Périmètre d'une surface :

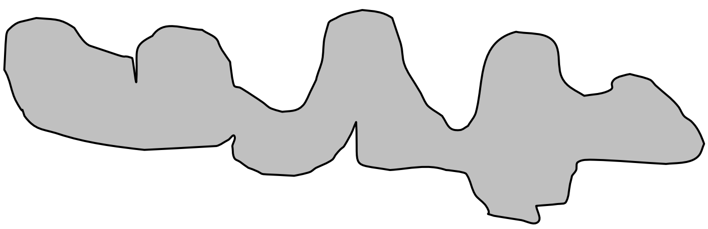
Définition :

Le **périmètre**[3] d'une surface est la **longueur de la ligne *fermée* (ou frontière**) qui délimite cette surface.

Exemple : Le périmètre de cette surface n'est pas facile à trouver car sa frontière n'est pas une ligne *polygonale.* Repassez en vert la frontière.



Dessinez un patatoïde[4] dont le périmètre sera difficile à trouver.



On se limitera donc, au collège, aux calculs de périmètre de surfaces simples c-à-d géométriques.

[3] Le préfixe « péri » signifie autour. Citez d'autres mots avec ce préfixe « péri » : *périphérique, péristyle, périscope….*

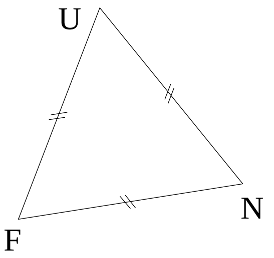
[4] Une patatoïde est une patate de l'Espace ! Donner d'autres légumes de l'espace : *un concombroïde est un concombre de l'Espace.*

C. Périmètres des figures de base : 6 formules :

- Notation : Le périmètre d'une ligne brisée fermée ABCD se note : **$\mathscr{P}$(ABCD).**

1. Périmètre du Triangle équilatéral :

Soit un triangle équilatéral FUN. Son périmètre $\mathscr{P}$ est donné par la formule :



$$\mathscr{P}(\text{Triangle équilatéral FUN}) = 3 \times \text{longueur d'un côté}$$
$$= 3 \times FU$$

- Applications :

Calculer le périmètre du triangle équilatéral FUN ci dessus pour FN = 1,5 cm.

$\mathscr{P}$(Triangle équilatéral UNF) $= 3 \times FN$

$= 3 \times 1{,}5$

$= 4{,}5$ cm.

Le périmètre du triangle UNF est de 4,5 cm.

Soit un triangle équilatéral TOI de longueur de côté 5.

Quel est son périmètre ?

$\mathscr{P}$(Triangle équilatéral TOI) $= 3 \times$ longueur d'un côté

$= 3 \times 5$

$= 15$ cm.

Le périmètre du triangle UNF est de 15 cm.

Soit un triangle équilatéral dont le périmètre est de 24 cm. Quelle est la longueur commune des côtés ?

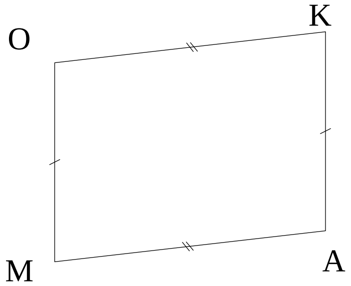
$\mathscr{P}$(triangle équilatéral) $= 3 \times$ longueur d'un côté

$24 = 3 \times$ longueur d'un côté

donc longueur d'un côté $= \dfrac{24}{3} = 8$ *La longueur des 3 côtés est de 8 cm.*

2. Périmètre du Parallélogramme :

Soit un parallélogramme OKAM. Son périmètre $\mathscr{P}$ est donné par la formule :



$$\mathscr{P}(\text{Parallélogramme OKAM}) = 2 \times \text{Longueur} + 2 \times \text{largeur}$$
$$= 2 \times OK + 2 \times OM$$

- Applications :

Calculer le périmètre du parallélogramme OKAM pour MA = 3 cm et KA = 2 cm.

$\mathscr{P}$(Parallélo OKAM) $= 2 \times OK + 2 \times OM$

$= 2 \times 2 + 2 \times 3$

$= 4 + 6$

$= 10$

Calculer le périmètre d'un parallélogramme TOMA pour MA = 0,25 cm et TA = 4 cm.

$\mathscr{P}$(Parallélo TOMA) $= 2 \times TO + 2 \times TA$

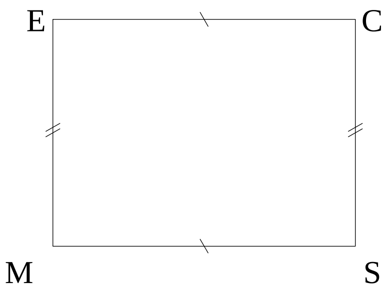
$= 2 \times 0{,}25 + 2 \times 4$

$= 0{,}5 + 8$

$= 8{,}5$

3. Périmètre du Rectangle :

Soit un rectangle MECS. Son périmètre $\mathscr{P}$ est donné par la formule :



$$\mathscr{P}(\text{Rectangle MECS}) = 2\ \text{Longueur} + 2\ \text{largeur}$$
$$= 2\ EC + 2\ EM$$

- <u>Application</u> : Calculer le périmètre du rectangle MECS pour EC = 4 cm et CS = 2 cm.

$\mathscr{P}(\text{Rectangle MECS}) = 2 \times EC + 2 \times CS$

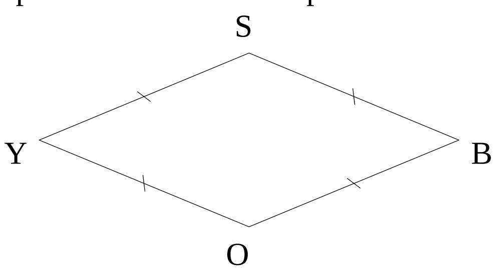
$= 2 \times 4 + 2 \times 2$

$= 8 + 4$

$= 12$ cm *Le périmètre du rectangle MECS est de 12 cm.*

4. Périmètre du Losange :

Soit un losange BOYS. Puisqu'un losange est un quadrilatère avec 4 côtés de même longueur alors son périmètre $\mathscr{P}$ est donné par la formule :



$$\mathscr{P}(\text{Losange BOYS}) = 4 \times \text{longueur d'un côté}$$
$$= 4 \times YS$$

- <u>Applications</u> :

Calculer le périmètre du losange BOYS pour SB = 2,5 cm.

$\mathscr{P}(\text{Losange BOYS}) = 4 \times SB$

$= 4 \times 2{,}5$

$= 10$ cm

Le périmètre du losange BOYS est de 10 cm.

Un losange a pour périmètre 20 cm.

Quelle est la longueur des côtés ?

$\mathscr{P}(\text{Losange}) = 4 \times \text{longueur d'un côté}$

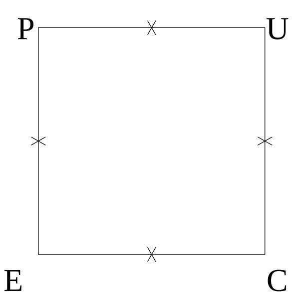
$20 = 4 \times \text{longueur d'un côté}$

donc $\text{longueur d'un côté} = \dfrac{20}{4} = 5$ cm

5. Périmètre du Carré :

Soit un carré PUCE.

Puisque les carrés font partie de la famille des losanges, alors son périmètre $\mathscr{P}$ est donné par la formule :



$$\mathscr{P}(\text{Carré PUCE}) = 4 \times \text{longueur d'un côté}$$
$$= 4 \times PE$$

➢ Applications :

Calculer le périmètre du carré PUCE pour EC = 0,25 cm.

$\mathscr{P}(\text{Carré PUCE}) = 4 \times EC$

$= 4 \times 0{,}25$

$= 1 \text{ cm}$

Un carré a pour périmètre 18 cm. Quelle est la longueur des côtés ? (on donnera le résultat sous forme de fraction irréductible)

$\mathscr{P}(\text{Carré}) = 4 \times \text{longueur d'un côté}$

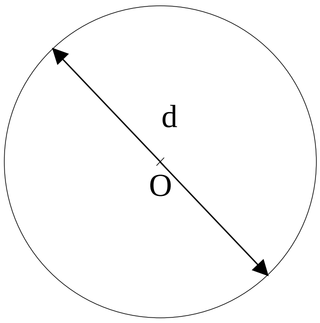
$18 = 4 \times \text{longueur d'un côté}$

donc longueur d'un côté $= \dfrac{18}{4} = \dfrac{9}{2}$ *cm*

6. Périmètre du Disque (c-à-d Longueur d'un cercle) :

Soit un cercle de centre O et de longueur de diamètre d .

La longueur du cercle (autrement dit le périmètre $\mathscr{P}$ du disque) est donnée par la célèbre formule :



$\mathscr{P}(\text{Disque de diamètre d}) = \pi \times \text{longueur du diamètre}$

$= \pi \times \; d$

Remarque : On parle aussi de « circonférence du disque ».

➢ Applications :

① Calculer la longueur d'un cercle de diamètre d = 6 cm. On donnera :

- **la valeur exacte du résultat (<u>en gardant π dans les calculs</u>).**
- **puis une valeur approchée au dixième du résultat (en remplaçant π par une de ses valeurs approchées appropriées. Rappel : π ≈ 3,1415.**

② Calculer le périmètre d'un disque de rayon r = 6 cm. (on donnera la valeur exacte en gardant π dans les calculs, puis on donnera une valeur approchée à l'unité).

Application ①

$\mathscr{P}(\text{disque}) = \pi \times d$

$= \pi \times 6$

$= 6\,\pi \text{ cm}$ *valeur exacte*

$\approx 6 \times 3$

$\approx 18 \text{ cm}$ *valeur approchée à l'unité*

Le périmètre d'un disque de diamètre 6 cm est exactement 6 π cm soit 18 cm à peu prés.

Application ②

Puisque r = 6 cm alors d = 2 × r = 2 × 6 = 12 cm.

$\mathscr{P}(\text{disque}) = \pi \times d$

$= \pi \times 12$

$= 12\,\pi \text{ cm}$ *valeur exacte*

$\approx 12 \times 3{,}1$

$\approx 37{,}2 \text{ cm}$ *valeur approchée au dixième*

Le périmètre d'un disque de rayon 6 cm est exactement 12 π cm soit 37,2 cm à peu prés.

IV. PERIMETRE DE FIGURES COMPLEXES.

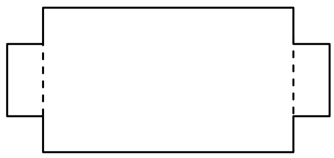
A. Figures complexes :

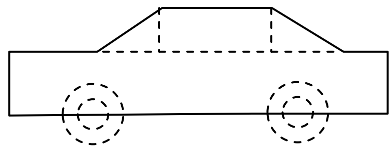
➢ Hélas, la plupart des figures ne sont pas des figures simples ! On ne peut pas donc appliquer bêtement l'une des 6 formules précédentes des périmètres de base (chap. III C] p.6).

Définition : On appelle **figure complexe** toute figure qui n'est pas l'une des 6 figures de base.

➢ Heureusement, beaucoup de figures complexes sont en fait des **assemblages** de figures de base.

Exemples : Dessiner 2 figures géométriques complexes en faisant apparaître en pointillé leur découpage en figures de base (en rectangle, carré, triangle équilatéral, losange, parallélogramme, disque etc.).





B. Calcul d'un périmètre complexe par additions et soustractions :

➢ Figure complexe ① : Contrôle 2007.

Voici le plan du champ des frères Alain et Amar Di en forme de L, constitué d'un champ carré DEFG et du champ ABCD.

1. Quelle est la nature du champ ABCD ? Justifiez (…………. / 0,5 pts).

D'après le codage, ABCD a trois angles droits en A, en C et en D.

Donc le quadrilatère ABCD est un rectangle.

2. On sait que le champ ABCD a une longueur de 50m et une largeur de 20m.

Calculer le périmètre de ABCD. (…………. / 1 pt)

$\mathscr{P}(\text{rectangle } ABCD) = 2\,AB + 2\,BC$

$= 2 \times 20 + 2 \times 50$

$= 40 + 100$

$= 140m$

Le champ ABCD a un périmètre de 140m.

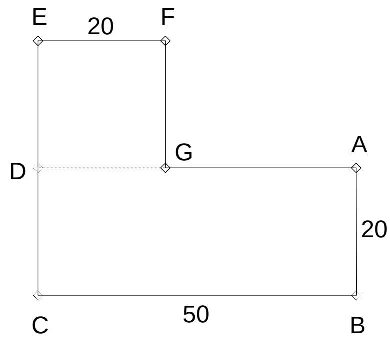
3. Le champ carré a pour périmètre 80m. Quelle est la longueur commune de ses côtés ? (…….. / 1)

$ED = \dfrac{\mathscr{P}(\text{Carré } DEFG)}{4}$

$= \dfrac{80}{4}$

$= 20m$

Le carré DEFG a pour longueur de côté 20m.



4. Alain et Amar Di veulent poser une clôture tout autour de leur champ en forme de L.

Combien de mètres de clôture doivent-ils acheter ? (……………... / 1,5 pts)

Avant tout, reportons les mesures sur la figure.

Pour connaître combien de mètres de clôture Mr. Alain Di doit acheter, il faut calculer le périmètre du champ en forme de L.

1ère manière :

• Calculons d'abord GA :

Puisque D, G et A sont alignés, alors GA = DA − DG = 50m − 20m = 30m.

$\bullet\ \mathscr{P}(\text{champ}) = EF + FG + GA + AB + BC + CD + DE$

$= 20 + 20 + 30 + 20 + 50 + 20 + 20$

$= 180m$

Il faudra acheter au moins 180m de clôture.

2ème manière :

$\mathscr{P}(\text{champ}) = \mathscr{P}(\text{rectangle } ABCD) + \mathscr{P}(\text{Carré } EFGD) - 2\,DG$

$= 140m + 80 - 2 \times 20 = 180\ m$

La 1ère manière est facile mais longue ; la 2ème manière est plus courte mais plus risquée car il ne faut pas oublier d'enlever les 2 DG.

➢ Figure complexe ② : Périmètre du Stade de France à Saint Denis.

Voici le plan de la piste du Stade de France à Saint Denis.

1. Quelle est la nature du quadrilatère BODY ? Justifiez (……………… / 0,5 pts).

D'après le codage, le quadrilatère BODY possède 3 angles droits en B, en Y et en D. Donc BODY est un rectangle.

2. On sait que le rectangle BODY a un périmètre de 350 m et une largeur de 70 m.

Calculer la longueur de BODY. (……………… / 1,5 pts)

On sait que $\mathscr{P}$(Rectangle BODY) = 2 BO + 2 BY

En remplaçant : $350 = 2\,BO + 2 \times 70$

D'où $350 = 2\,BO + 140$

Pour trouver BO, il faut donc retirer les 2 largeurs 70 m au périmètre 350 m puis diviser par 2 (car il y a longueurs !) :

Donc $BO = \dfrac{350 - 140}{2} = \dfrac{210}{2} = 105$ *m.*

La longueur du rectangle BODY est de 105 m.

3. Calculer la longueur exacte (en m) d'un tour de piste, puis la longueur approchée au mètre près (1,5 points).

$\mathscr{L}(\text{tour}) = \mathscr{L}(1/2 \text{ cercle } \overset{\frown}{BY}) + YD + \mathscr{L}(1/2 \text{ cercle } \overset{\frown}{DO}) + OB$

$= 2 \times \mathscr{L}(1/2 \text{ cercle } \overset{\frown}{BY}) + 2 \times YD$

$= \cancel{2} \times \dfrac{\pi \times BY}{\cancel{2}} + 2 \times YD$

$= \pi \times BY + 2\,YD$

$= 70\,\pi + 140$ m *(v.e.)*

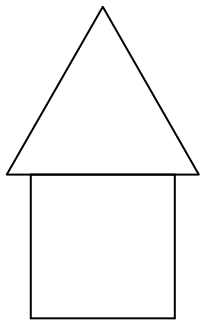
$\approx 70 \times 3 + 140$

$\approx 210 + 140$

≈ 350 m

La piste du Stade de France mesure exactement 70 π + 140 m soit à peu près 350 m.

➢ Figure complexe ③ : « Les Diamants sont éternels. »



Vincent Time voudrait offrir un foulard original à sa bien-aimée Tiana Plubesoin. Le foulard est représenté par la figure réduite ci-contre qui est composée d'un triangle équilatéral de 18 cm de périmètre et d'un carré de 16 cm de périmètre. Des diamants (Swarovski à 100 € l'un ! Fashion rules hélas !) sont régulièrement espacés de 2 cm sur le pourtour du foulard.

Rien qu'en diamants, combien Vincent va-t-il dépenser ? A-t-il raison ?

Analyse : Pour savoir quelle sera la dépense en diamants, il faut trouver le nb de diamants, donc le périmètre du foulard, donc les longueurs du triangle et du carré. D'où le plan de la solution :

① Longueur du triangle équilatéral et longueur du carré.

② Périmètre de la figure complexe.

③ Nb total de diamants.

④ Prix final des diamants.

①

Longueur du carré $= \dfrac{\mathscr{P}(\text{Carré})}{\text{Nb de côtés}} = \dfrac{16}{4} = 4$ *cm*

Longueur du triangle équilatéral $= \dfrac{\mathscr{P}(\text{Triangle équilatéral})}{\text{Nb de côtés}} = \dfrac{18}{3} = 6$ *cm*

② $\mathscr{P}$(Foulard) = $\mathscr{P}$(Triangle équilatéral) + $\mathscr{P}$(Carré) – 2 longueurs du carré.

= 18 + 16 – 8

= 26 cm

Remarque : En fait la longueur du triangle équilatéral n'était pas utile à trouver. Analyse pas assez approfondie !

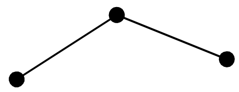
③ Nombre total de diamants $= \dfrac{\mathscr{P}(\text{Foulard})}{\text{Espacement entre 2 diamants}}$

$= \dfrac{26}{2}$

= 13 diamants.

Remarque : Ici, pour la formule, on pouvait hésiter à rajouter 1diamant !

En effet, prenons un exemple simple : pour une ligne ouverte de 4 cm à 3 diamants comme celle-ci :



Le calcul $\mathscr{L}$(ligne ouverte) / 2 donne 2 diamants et non 3 !

Alors faut-il rajouter 1 dans notre formule ? En fait non, car notre foulard est assimilable à une ligne brisée fermée !

Cette situation est plus difficile car elle nécessite des étapes intermédiaires pour répondre à la question finale.

④ Prix total des diamants = Nb de diamants × Prix d'un diamant

= 13 × 100

= 1 300 €

Rien qu'en diamants, le cadeau reviendra à 1 300 € à Vincent !

Est-ce que Tiana mérite un tel cadeau ? Il paraît que l'Amour n'a pas de prix…

V. MESURER DES MASSES.

La masse représente la quantité de matière présente dans un objet. Elle ne dépend que de l'objet lui même mais non des conditions extérieures (température, altitude, pression etc.) autour de l'objet.

Remarque : Dans la vie courante, on assimile abusivement la Masse au Poids, ce qui est incorrect.

Contrairement à la Masse, le poids est variable et dépend des conditions extérieures : un livre de maths aura la même masse sur la Terre et sur la Lune mais son poids sur la Lune sera moins grand car l'attraction lunaire est moins forte que l'attraction terrestre.

A. Unités de masse :

L'Unité du Système International des Mesures pour les masses est le **gramme**.

➢ Deux remarques :

① Le gramme n'est pas toujours adapté pour mesurer certaines masses.

On a besoin d'unités plus grandes (les multiples) ou plus petites (les sous multiples) dérivées du gramme :

- des multiples du gramme : le kilogramme (*kg*), l'hectogramme (*hg*), le décagramme (*dag*), la tonne (t) etc. Que mesure-t-on habituellement en tonnes ? *Le poids de navires, d'avions, de requins blancs etc.*
- des sous multiples du gramme : le décigramme (*dg*), le centigramme (*cg*), le milligramme (*mg*), le microgramme (millionième de gramme : µg) etc.

Que peut-on mesurer en microgrammes ? *Le poids des substances dans un médicament, de nanotubes etc.*

② Il existe d'autres unités de masse dans le monde utilisées :

- soit par habitude dans un pays : exemple le pound *dans le monde anglo-saxon.*
- soit par habitude dans un secteur d'activité : le quintal ou la livre *dans le secteur agricole.*

B. Tableau de conversion des masses :

Le tableau de conversion des masses est un **tableau *infini* à simples colonnes**.

Multiples du gramme *Sous multiples du gramme*

…	*kilogramme*	hecto gramme	*décagramme*	gramme (u.s.i)	décigramme	*centigramme*	*milligramme*	…
	kg	*hg*	dag	*g*	*dg*	cg	mg	
		0	*0*	*2*	*0*			
				0	*0*	*7*	*0*	
		3	*0*					

Ce tableau fonctionne exactement comme celui des longueurs p.3. **(pas de virgule dans le tableau !)**

➢ Exercice : Convertir à l'aide du tableau.

0,02 hg = *20* dg 70 mg = *0,07* g 3 hg = 30 *dag* 0,05 *g* = 50 mg

➢ Calculer en colonnes : 0,05kg + 50dg – 50g *= 50g + 5g – 50g*

= 5g

VI. MESURE DU TEMPS, DE LA DUREE.

A. Unités de temps et de durée :

L'Unité du Système International des Mesures pour le temps est la **Seconde**.

- Remarque ① : La seconde n'est pas toujours adaptée pour mesurer certaines durées.

On a besoin d'unités plus grandes ou plus petites :

- unités plus grandes : l'Heure (*h*) ou la Minute (*min*) etc.
- des sous multiples dérivées de la seconde : la milliseconde (*ms*), la microseconde (millionième de seconde : µs) etc.

Que peut-on mesurer en microsecondes ? *La durée d'une réaction chimique, d'un réflexe etc.*

- Remarque ② : Il existe d'autres unités de temps dans le monde utilisées :
  - soit par habitude dans la vie quotidienne : par exemple le jour ou l'année.
  - soit par habitude dans un secteur d'activité : le trimestre à *l'école.*

B. Conversions et calculs :

L'**H**eure, la **M**inute et la **S**econde forment le **système HMS.**

1. Mise en garde :

Ce système HMS de mesure du temps est un peu particulier : ***LE SYSTEME HMS N'EST PAS DECIMAL !***

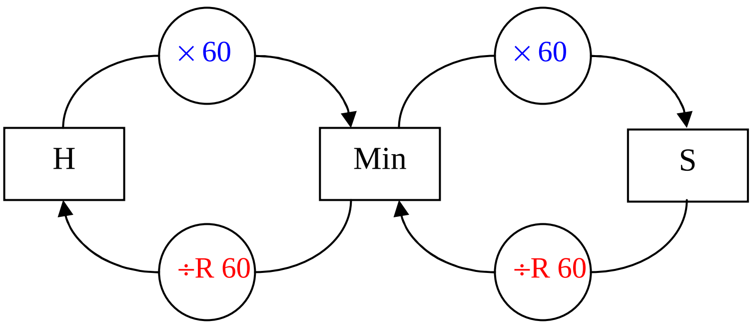
Autrement dit, on ne convertit pas des Heures en Minutes ou des Minutes en Secondes ou inversement, en décalant bêtement une virgule (c-à-d en multipliant ou divisant bêtement par 10 ou 100 ou etc !) !

Des contre exemples ? En voici en voilà : 1,5 min ≠ 15 s ! ou 0,75 h ≠ 7,5 min !

2. Système sexagésimal :

Le système HMS est un **système à base 60** (et non à base 10) : on parle de **système sexagésimal.**

Ce système se traduit par le schéma de conversion suivant :



Ce qui rend moins intuitif ce système, c'est qu'on ne peut pas utiliser un tableau de conversion où l'on aurait simplement à décaler une virgule ou à rajouter des 0 comme pour le tableau de conversion des longueurs ou celui des masses.

On est obligé de faire des calculs pour convertir !

- Conversions : **Sens H → Min → S :**

Pour convertir dans ce sens, on utilise *des multiplications par 60.*

5 h = 5 × *60* min = *300* min 10 min = *600* s 2 heures et demie = *2,5 × 60 min = 150min*

10,5 h = *630* min 0,25 h = *15 min (1/4 d'heure !)* 0,75 min = *45* s

Pour convertir des Heures directement en Secondes, on utilise une multiplication par *3600* (= 60 × 60).

Convertir : 2 h = *7 200* s 1,5 h = *5 400* s

➢ <u>Conversions</u> : **Sens S → Min → H :**

Pour convertir des secondes en minutes ou des minutes en heures, on utilise *la division euclidienne par 60.*

<u>Méthode</u> : On veut convertir 2 547s en minutes secondes :

❶ 2 547s = 42min 27s.

Pour convertir 2 547s en minutes secondes, on a effectué 2 547 ÷R 60.

$$\begin{array}{r|l} 2547 & 60 \\ \hline -240 & 42 \\ 147 & \\ -120 & \\ 27 & \end{array}$$

En utilisant la touche « division euclidienne de la calculette », convertir :

3 487s en minutes secondes.

$$\begin{array}{r|l} 3487 & 60 \\ \hline -300 & 58 \\ 487 & \\ -480 & \\ 7 & \end{array}$$

3487 = 58 minutes et 7secondes

24 578 min en heures et minutes.

$$\begin{array}{r|l} 24578 & 60 \\ \hline -240 & 409 \\ 57 & \\ -0 & \\ 578 & \\ -540 & \\ 38 & \end{array}$$

24 578 min = 409 h et 38 min.

Pour convertir directement des Secondes en Heures Minutes Secondes, on utilise 2 divisions euclidiennes qui s'enchaînent l'une à la suite de l'autre.

<u>Méthode</u> : On veut convertir 24 578s en heures minutes secondes.

❶ 24 578s = 409min 38s

Pour convertir dans un premier temps 24 578s en minutes secondes, on a effectué 24 578 ÷R 60.

❷ 409min = 6h et 49min

Pour convertir 409 min (le nb de minutes de l'étape 1) en heures minutes, on a effectué 409 ÷R 60.

❸ Finalement, 24 578s = 409min 38s = 6h 49min 38s.

On a « rassemblé » les résultats du ❶ et du ❷.

$$\begin{array}{r|l} 24578 & 60 \\ \hline -240 & 409 \\ 57 & \\ -0 & \\ 578 & \\ -540 & \\ 38 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 409 & 60 \\ \hline -360 & 6 \\ 49 & \end{array}$$

Convertir en h min s (vous pouvez utiliser la touche « division euclidienne » de la calculette.) :

48 795s

$$\begin{array}{r|l} 48795 & 60 \\ \hline -480 & 813 \\ 79 & \\ -60 & \\ 195 & \\ -180 & \\ 15 & \end{array}$$

① 48 795s = 813min et 15s

② 813min = 13h et 33min

$$\begin{array}{r|l} 813 & 60 \\ \hline -60 & 13 \\ 213 & \\ -180 & \\ 33 & \end{array}$$

③ 48 795s = 13h et 33min et 15s.

14 587s

$$\begin{array}{r|l} 14587 & 60 \\ \hline -120 & 243 \\ 258 & \\ -240 & \\ 187 & \\ -180 & \\ 7 & \end{array}$$

① 14 587s = 243min et 7s

② 243 min = 4h et 3min

$$\begin{array}{r|l} 243 & 60 \\ \hline -240 & 4 \\ 3 & \end{array}$$

③ 14 587s = 4h et 3min et 7s.

Le système HMS à base 60 rappelle furieusement la façon de compter des Babyloniens (1800-1500 av. J.C).

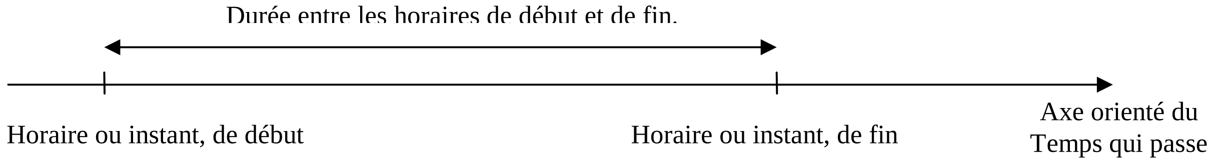
C. Calculs d'horaires ou de durées :

➢ Attention à ne pas confondre horaire et durée !

Un horaire est une position, un instant dans le Temps qui passe.

Une durée est le temps qui s'écoule entre deux horaires, entre deux instants.

Schéma :



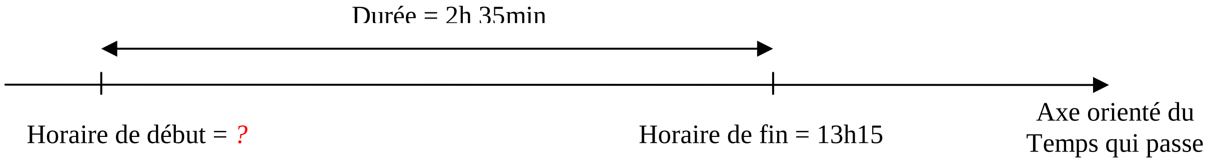
Le schéma nous indique que : **Les horaires sont équivalents à des positions dans le Temps.**

La durée est équivalente à la distance séparant deux positions horaires.

Les calculs d'horaires ou de durées sont donc analogues aux calculs de positions ou de distances, soit par addition, soit par soustraction. *On s'aidera toujours d'un schéma comme ci dessus.*

➢ Voir aussi les méthodes de calcul ① et ② p.244. Rédaction par FRCP !

① Un examen a commencé depuis 2h et 35min. Il est 13h15. A quelle heure cet examen a-t-il débuté ?



Horaire de début de l'examen = Horaire de fin – durée

= 13h 15min – 2h 35min

= 10h 40min

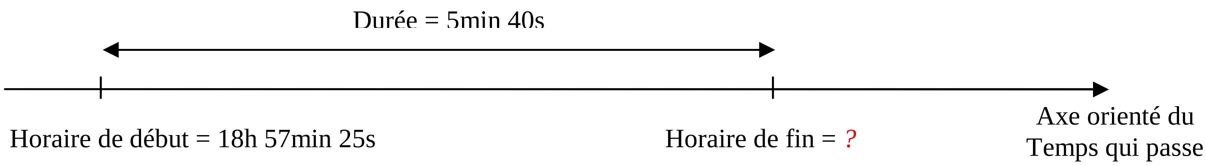
Détail du calcul 13h 15 – 2h 35 : à 13h15, j'enlève d'abord 2h, il est 11h15.

Puis j'enlève les 35 (= 15 + 20) min restantes : d'abord 15min, il est alors 11h puis les 20min : il est 10h40.

L'examen a débuté à 10h40.

② Un roi cruel a l'habitude de torturer ses prisonniers par une séance de guiliguili de 5min 40s.

La séance débute à 18h 57min 25s précises. A quelle heure le supplice va-t-il se terminer ?



Horaire de fin du supplice = horaire de début + durée du supplice

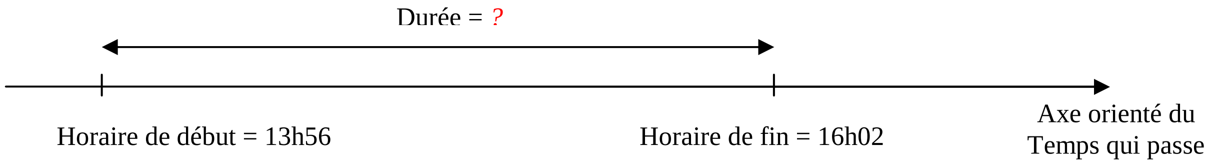
= 18h 57min 25s + 5min 40s

= 19h 03min 05s

Détail du calcul : à 18h 57min 25s, j'ajoute d'abord 5 min : il est 19h 02min et 25s. Puis on rajoute les 40s (= 35 + 5) restantes : d'abord 35s : il est alors 19h03 puis 5s : il est 19h 03min 05s.

Cette horrible torture prend fin à 19h 03min 05s. Quel supplice !

③ Le 28/9/2008 à Berlin, l'éthiopien Haile Gebreselassie réalise la meilleure performance mondiale du marathon : le départ a été donné à 13 h 56 et il est arrivé à 16h00. Quel est son temps de parcours ?



Durée de parcours de Haile = Horaire de fin – Horaire de début

= 16h00 – 13h56

= 2h 04min

Détail du calcul : à 16h00, on enlève 14h (=13h56 + 4min), on obtient 2h00. Puis on rajoute les 4 minutes qu'on a enlevées en trop, d'où 2h 04min.

L'éthiopien Haile Gebreselassie a mis 2h et 4 minutes pour effectuer les 42,195 km du marathon.

L'ancienne meilleure performance mondiale au marathon était détenue par Paul Tergat (Kenya) en 2 h 04 min 55 s, chrono établi à Berlin le 28 septembre 2003.

Le terme de record du monde n'est pas employé, mais celui de meilleure performance mondiale, car les conditions sont différentes, d'une ville à l'autre : la pente, le dénivelé ou le dévers sont différents.

④ Livre (Magnard 6ème 2005) n°5 p.245.

Pour les calculs, il est plus simple de d'abord de tout convertir en minutes : 5h = 5 × 60 = 300 minutes.

Durée des devoirs (en min) = 3/4 de la Durée totale (en min)

$$= 3/4 \times 300$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{300}{1}$$

$$= \frac{3 \times 300}{4 \times 1}$$

$$= \frac{3 \times 3 \times \mathbf{4} \times 25}{\mathbf{4} \times 1}$$

$$= 225 \text{ minutes}$$

Justine et Chloé ont passé 225 minutes soit 3h et 45 minutes à jouer au Monopoly au lien de faire leurs devoirs ! Et seulement 1h 15min (= 5h – 3h 45) à travailler ! Ce qui n'est pas bien, évidemment !