CORRIGE FIGURES DE BASE DU PLAN

« Le plus court chemin d'un point à un autre est la ligne droite, à condition qu'ils soient bien l'un en face de l'autre. » *Pierre Dac*[1]

Corrigé en rouge et italique.

- Matériel : Règle, équerre, crayons de couleur…

- Pré-requis pour prendre un bon départ :

	A refaire	*A revoir*	*Maîtrisé*
Géométrie élémentaire : points, droites.			
Maniement de la règle.			
Maniement de l'équerre.			
Mesurer une longueur.			
Reporter une longueur au compas.			

[1] **André Isaac** dit **Pierre Dac** (né le 15 août 1893 à Châlons-sur-Marne et mort le 9 février 1975 à Paris) était un humoriste et comédien français. Il reste célèbre pour son sketch ***Le Sâr Rabindranath Duval*** en 1957 avec le regretté Francis Blanche.

NOM et Prénom : ……………………………………………. *6ème ……*

Le but de ce livret est de poser les fondations de la maison « Géométrie », en particulier les droites.

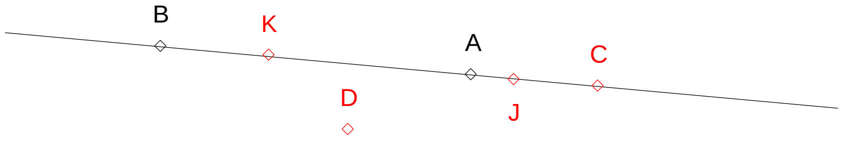
I. LE POINT.

❶ Définition : Le point est le plus petit objet géométrique : il est indivisible, n'a ni « grosseur » ni longueur ni largeur ni poids. Le point est infiniment petit !

❷ Notation : On a l'habitude d'appeler et d'écrire le nom d'un point par une lettre *majuscule.*

Et on représente un point sur une figure par un vrai point comme celui ci : • !

➢ Figure : Placer ci dessous deux points *distincts (c'est à dire séparés ou non confondus)* A et B.



II. LA DROITE.

A. Propriété fondamentale de la droite :

Propriété fondamentale : Par deux points *distincts* passe **une unique** droite.

Conséquence : **Deux points sont toujours alignés** !

En reprenant votre figure *au dessus*, tracer la droite passant par les deux points distincts A et B.

➢ **2 remarques importantes :**

❶ Une droite a toujours une longueur *infinie* !

❷ C'est pourquoi sur une feuille, on ne trace jamais des droites, mais seulement **des parties de droites** !

Les "vraies" droites ne peuvent exister que dans notre pensée (je sais, c'est violent comme révélation !).

B. Notation des droites :

Sur votre droite (AB) au dessus, placer deux autres points distincts K et J.

Notation : **Une droite** a **une infinité** de noms !

Pour cela, on écrit **entre parenthèses** les deux lettres de deux points *distincts* de la droite.

Exemple : La droite passant par deux points distincts A et B se note (AB) ou (BA).

Application : Donner 4 autres noms pour la droite (AB) au dessus : *(AK) ou (BJ) ou (KJ) ou (AJ) etc.*

C. Deux nouveaux symboles : $\in$ et $\notin$.

Sur la figure au dessus, placez un point M « au hasard ». M est-il forcément aligné avec A et B ? *Non !*

Placer un point C de telle sorte que C soit aligné avec A et B. Où doit-on le mettre ? Sur *la droite (AB).*

Placer un point D *non aligné* avec A et B. Où doit-on le mettre ? *En dehors de la droite (AB).*

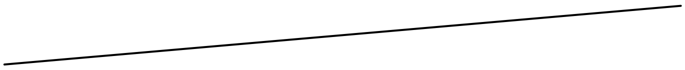
❶ « Le point C est sur la droite passant par les points A et B » se note : $\boxed{C \in (AB)}$

On dit aussi que le point C *appartient* à la droite (AB).

❷ « Le point D est en dehors de la droite passant par les points A et B » se note : $\boxed{D \notin (AB)}$

On dit aussi que le point D *n'appartient pas* à la droite (AB).

III. LA DEMI-DROITE.

Coupez cette droite en deux morceaux : 

On obtient 2 morceaux de longueur infinie qui s'appellent des *demi-droites.*

Définition et notation : La **demi droite notée [AB)** est la partie *infinie* de la droite (AB) qui :

❶ qui a pour origine le point A (le crochet) et **❷ qui passe par le point B (la parenthèse).**

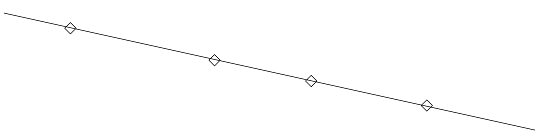
Exemples : (TU] est la demi droite d'origine *U,* passant par *T.* 

[VW) est la demi droite d'origine *V,* passant par *W.*

Représentation : On représente une demi-droite de la manière suivante : 

- Remarque : Une demi-droite est de **longueur infinie « du côté de la parenthèse »**.

- Exercice : Voici une droite et 4 points sur cette droite.



Repasser en rouge (un peu au dessus de la droite) la demi-droite [HT).

Repasser en vert (un peu en dessous de la droite) la demi-droite (HK].

Les 6 propositions ci-dessous sont-elles vraies ou fausses ?

① La demi-droite [HT) a aussi pour nom [HK). *Vrai.*

② La demi-droite [HT) a aussi pour nom (TH]. *Vrai.*

③ La demi-droite [GT) passe par K. *Vrai.*

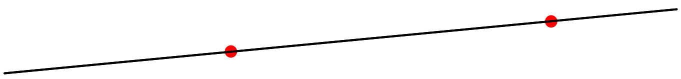
④ La demi droite (TK] passe par G. *Vrai.*

⑤ T ∊ [GH). *Faux.*

⑥ K ∉ (HT]. *Vrai.*

Placer sur la figure un point M tel que M ∊ (TH) mais M ∉ [TH). *M doit être du côté de K.*

IV. LE SEGMENT.

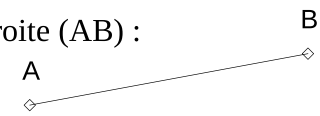
Maintenant coupez cette droite en trois morceaux : 

On obtient 2 demi-droites et un morceau *fini* qui s'appelle un *segment.*

Définition et notation :

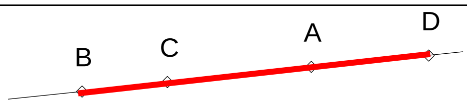
❶ Le **segment** noté **[AB] entre crochets** est une partie *finie* de la droite (AB) :

c'est la partie comprise entre les deux points distincts *A et B.*



❷ Les points A et B sont appelés les **extrémités du segment** [AB].

- Exercice : Repasser en rouge le segment [BD].



Voici 6 propositions. Sont-elles vraies ou fausses ?

① Le segment [BD] a aussi pour nom [CD]. *Faux.*

② Le segment [BD] a aussi pour nom [DB]. *Vrai.*

③ Le segment [AC] passe par C. *Vrai.*

④ D ∊ [AD]. *Vrai : D est une extrémité.*

⑤ B ∉ [CB]. *Faux : B est une extrémité.*

⑥ C est sur [AD]. *Faux.*

Sur la figure, placez un point M tel que M ∊ (AB] mais M ∉ [CB]. *M est soit sur [AC[, soit à gauche de B.*

Poursuivons notre voyage dans le monde fascinant de la géométrie. Intéressons nous un peu plus en détail aux droites et à leur positionnement *relatif*, c-à-d la position d'une droite par rapport à une autre. Commençons par 2 droites.

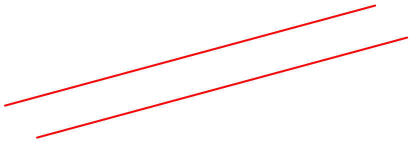
V. POSITIONS RELATIVES DE DEUX DROITES.

Question : Est-il possible que 2 droites aient :

• 0 point en commun ? *Oui !*

(elles ne se coupent jamais)

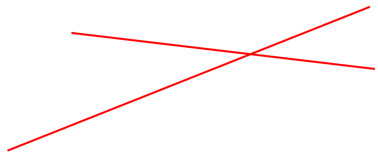
Faites un croquis pour illustrer ce cas.



• 1 unique point en commun ? *Oui !*

(elles se coupent une unique fois)

Faites un croquis pour illustrer ce cas.

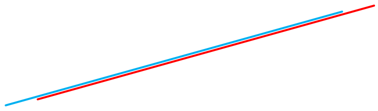


• seulement 2 points en commun ? *Non !*

(elles se couperaient 2 fois uniquement)

• Une infinité de points communs ? *Oui !*

Faites un croquis pour illustrer ce cas.



En fait, il n'y a que 3 cas possibles pour la position relative de 2 droites.

A. 1ème cas : Droites parallèles.

Définition : Deux droites (d_1) et (d_2) sont dites ***parallèles*** lorsqu'elles n'ont *aucun* point commun.

(d_1) et (d_2) ont alors la même direction.

Notation : On note **(d_1) // (d_2)**.

➢ **Construction d'une parallèle à une droite :**

Sur la figure ci-dessous, une droite (d_1) est déjà tracée en pointillés et un point M est déjà placé.

On veut tracer une droite (d_2) qui sera parallèle à (d_1) et qui passera par le point M.

Méthode en *4* étapes :

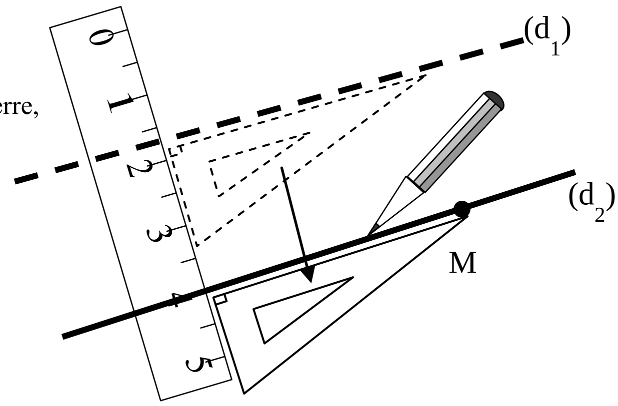
① On pose un côté droit de l'équerre contre la droite (d_1).

② On place la règle contre le deuxième côté droit de l'équerre, **perpendiculairement** à (d_1).

③ On fait coulisser l'équerre contre la règle parallèlement à (d_1) jusqu'au point M.

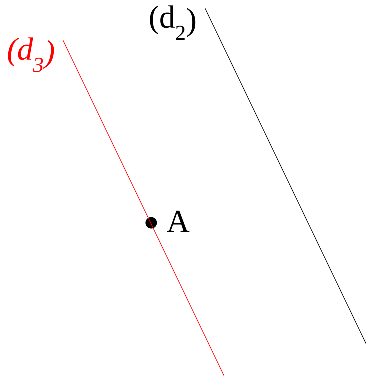
④ On trace la droite (d_2) grâce à l'équerre.

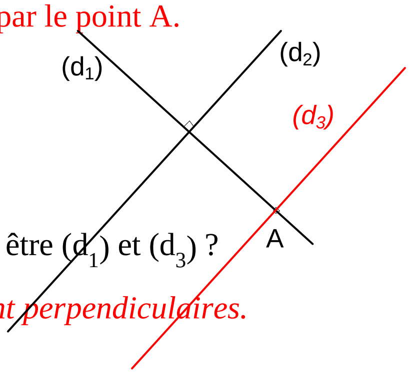
Sur la figure à droite, reporter les 4 numéros de la méthode.



➢ A vous maintenant :

Sur les 2 figures suivantes, construire en rouge (d_3), la parallèle à (d_2) passant par le point A.





Comment semblent être (d_1) et (d_3) ?

(d1) et (d3) semblent perpendiculaires.

B. $2^{\text{ème}}$ cas : Droites sécantes ; Droites perpendiculaires.

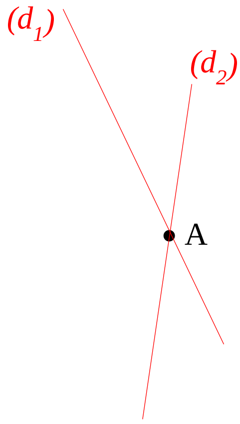
Deux définitions :

① On dit que deux droites (d_1) et (d_2) sont ***sécantes* (ou *concourantes*)** lorsqu'elles n'ont qu'*un* seul point commun (elles *se coupent* en un unique point).

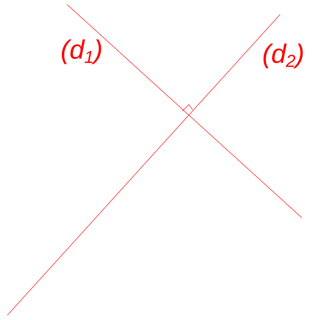
② Cet unique point commun aux deux droites s'appelle le point *d'intersection* des deux droites.

- Deux figures : Dessinez :

❶ 2 droites (d_1) et (d_2) sécantes en un point A.



❷ 2 droites sécantes (d_1) et (d_2) qui forment à leur intersection 4 angles de même mesure.



Comment sont les deux droites ? *Perpendiculaires.*

Cas particulier ultra important de deux droites sécantes : deux droites perpendiculaires.

❶ Définition : On dit que deux droites (d_1) et (d_2) sont ***perpendiculaires*** lorsqu'elles sont sécantes en formant 4 angles de même *mesure.*

❷ Chacun de ces 4 angles de même mesure s'appelle un angle *droit* et sa mesure vaut $\frac{360°}{4} = 90°$.

❸ Notation : « (d_1) et (d_2) sont ***perpendiculaires*** » se note : $\mathbf{(d_1) \perp (d_2)}$

Codage : On code la figure par ***un seul petit bout de carré*** à l'intersection des 2 droites perpendiculaires.

- Figure :

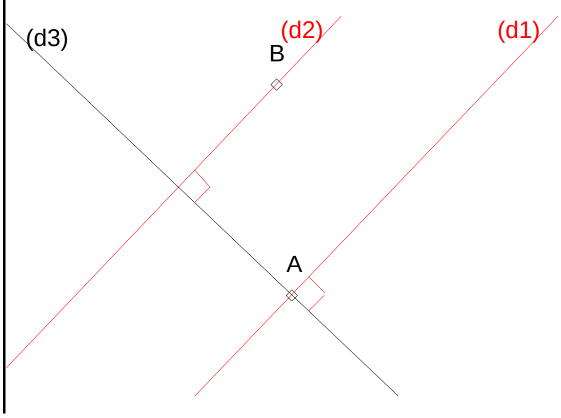
En utilisant votre équerre, tracez en rouge (d_1) et (d_2) les perpendiculaires à la droite (d_3) passant *respectivement* par B et A.

Cela veut dire que (d_1) est la perpendiculaire à (d_3) qui passe par B.

et que (d_2) est la perpendiculaire à (d_3) qui passe par A.

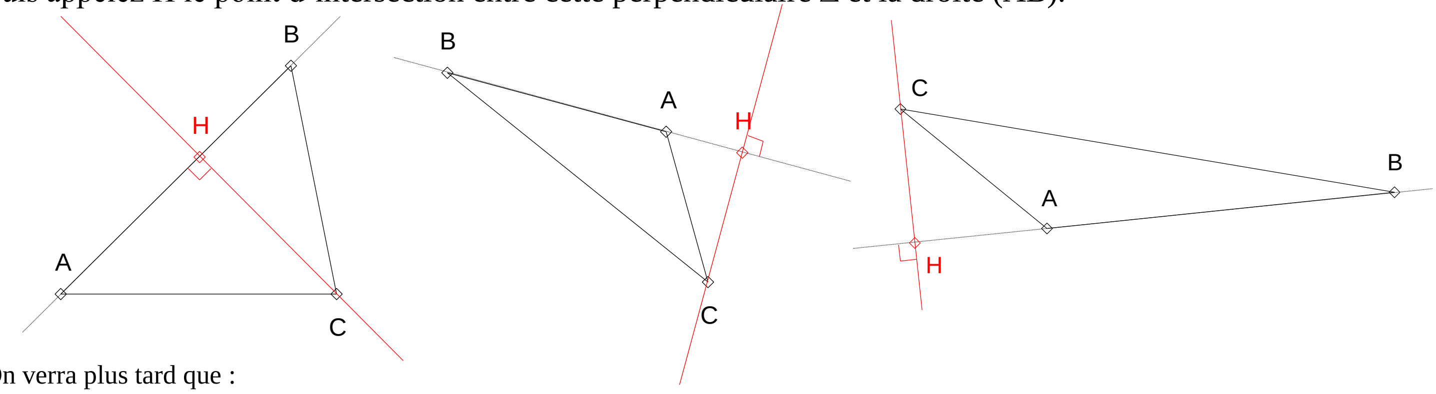
N'oubliez pas le codage ! (voir aussi méthode ① livre p. 96)

Comment semblent être (d_1) et (d_2) ? *Parallèles.*



➢ Exercice : Pour chacun des trois triangles ci dessous, tracez en rouge la perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point C. Appelez cette droite rouge « Δ » (lettre majuscule du grec ancien qui se lit « Delta », équivalent de la lettre majuscule « D »).

Puis appelez H le point d'intersection entre cette perpendiculaire Δ et la droite (AB).



On verra plus tard que :

La perpendiculaire à la droite (AB) issue du point C s'appelle la « **hauteur issue du sommet C relative au côté [AB] ».**

Cette hauteur matérialise la distance du point C à la droite (AB).

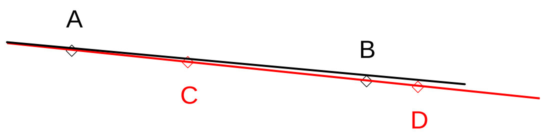
Le point H s'appelle le **pied de la hauteur** issue du sommet C relative au côté [AB]. H est le projeté de C sur (AB).

C. 3ème cas : droites confondues.

Définition : On dit que deux droites sont ***confondues*** lorsqu'elles ont **tous leurs points en commun**.

Les deux droites forment une seule et même droite !

➢ Exercice : Placez ci dessous 4 points A, B, C et D tels que les droites(AB) et (CD) soient confondues.



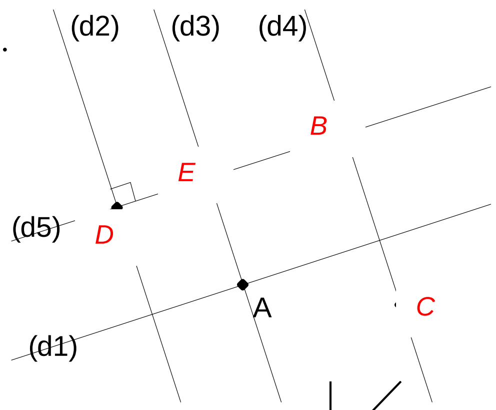
D. Exercices récapitulatifs sur les droites :

① Sur le réseau de droites ci-contre, il manque les noms de 4 points.

On sait que :

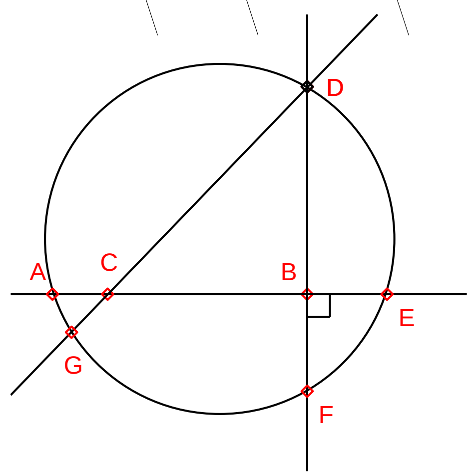
- (d2) et (EB) sont perpendiculaires en D.
- (BC) et (AE) sont parallèles.

Placer les points C, B, D et E (vérifiez bien !).



② Placer les 7 points A, B, C, D, E, F et G sachant que :

1. A, E et D sont 3 points du cercle $\mathcal{C}$ mais C $\notin$ $\mathcal{C}$.
2. (AB) $\perp$ (DB).
3. (DC) recoupe le cercle en G.
4. (DB) recoupe le cercle en F.
5. A $\in$ [BC).



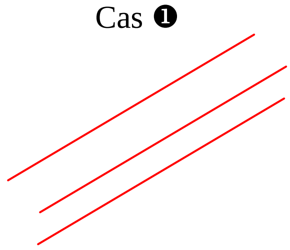
VI. POSITIONS RELATIVES DE TROIS DROITES : 3 THEOREMES ULTRA IMPORTANTS.

Intéressons nous maintenant au positionnement relatif de 3 droites.

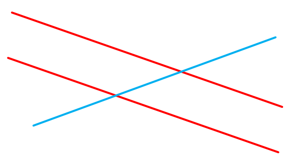
Au crayon, dans chacun des 4 cas, dessinez 3 droites quelconques mais non confondues.

Faites 4 cas différents en raisonnant par rapport au parallélisme (3 droites //, 2 droites //, aucunes //, etc.).

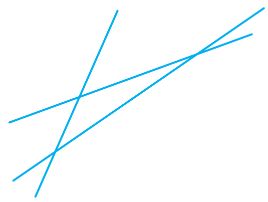
Cas ❶



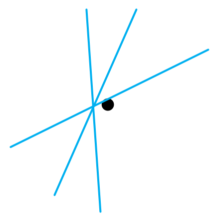
Cas ❷



Cas ❸



Cas ❹



Normalement, vous avez les 4 cas suivants (corrigez vos figures si besoin) :

	Cas ❶ Les 3 droites ne se coupent pas.	Cas ❷ Parmi les 3 droites, 2 uniquement sont parallèles.	Cas ❸ Aucune droite parallèle. Les 3 droites se coupent 2 à 2.	Cas ❹ Aucune droite parallèle. Les 3 droites se coupent en un même point.
Nombre de points communs	0 point commun	*0* *point commun*	*0* *point commun*	*1* *point commun*
Nombre de points d'intersection	*0* *point d'intersection*	*2* *points d'intersection*	*3* *points d'intersection*	*3* *point d'intersection*

Remarque : Vous avez sûrement noté que le cas ❸ est celui des triangles ! Il sera étudié dans le contrat 4.

On va par la suite s'intéresser plus particulièrement aux cas ❶ et ❷.

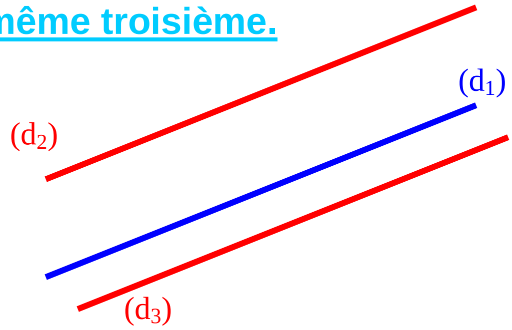
A. Théorème ① : 2 droites parallèles à une même troisième.

① Tracer en rouge une droite (d_2) parallèle à (d_1).

② Tracer en rouge une droite (d_3) parallèle aussi à (d_1).

Comment semblent être ces deux droites rouges (d_2) et (d_3) ?

Parallèles.



Théorème ❶ : Deux droites parallèles à une même troisième.

	(*2* conditions ou hypothèses)		(*1* résultat ou conclusion)
Quand	$\begin{cases} ① (d_2) // (d_1) \\ ② (d_3) // (d_1) \end{cases}$	alors	$(d_2) // (d_3)$

Autrement dit : Lorsque 2 droites sont parallèles à une même troisième, alors ces deux droites sont parallèles entre elles.

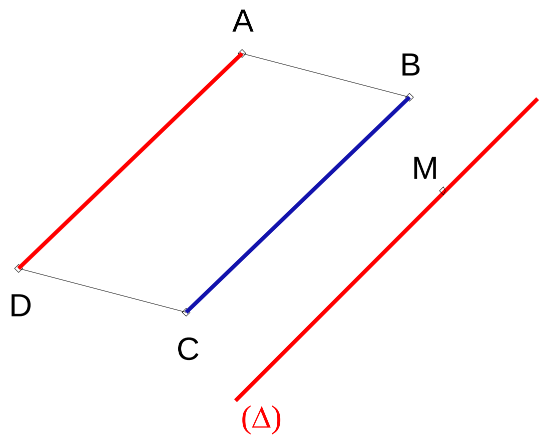
Utilité : Ce théorème (abréviation thm) sert à prouver que deux droites sont *parallèles.*

- Exercice 1 : ABCD est un parallélogramme.
- Sur la figure ci contre, tracer en rouge la parallèle à la droite (BC) passant par le point M. Appelez cette droite rouge (Δ) (« Delta »).
- Comment sont les droites (Δ) et (AD) ?

Justifier en utilisant rigoureusement le théorème ❶ !

- *Puisque ABCD est un parallélogramme, alors (AD) // (CB).*
- *Puisque* $\begin{cases} (AD) // (CB) \\ (\Delta) // (CB) \end{cases}$ *alors, d'après le thm* ❶*, (AD) // (Δ).*

Figures

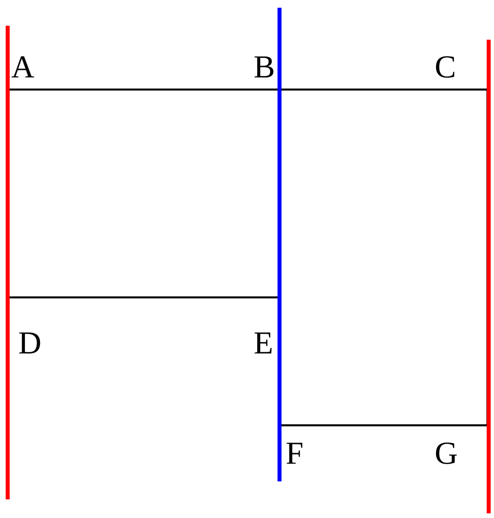


- Exercice 2 : ABED et BCGF sont deux rectangles.

Comment sont les droites (AD) et (CG) ?

Justifier en utilisant rigoureusement le théorème ❶ !

- *Puisque ABED est un rectangle, alors (AD) // (BE).*
- *Puisque BCGF est un rectangle, alors (CG) // (BE).*
- *Puisque* $\begin{cases} (AD) // (BE) \\ (CG) // (BE) \end{cases}$ *alors, d'après le thm* ❶*, (AD) // (CG).*



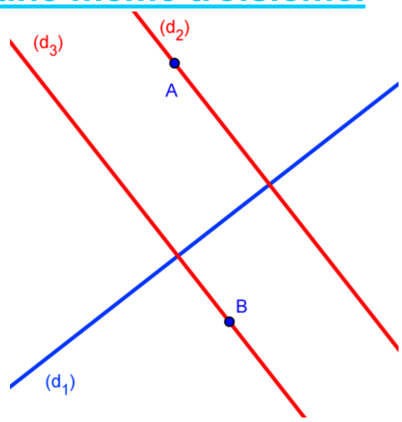
B. Théorème ② : 2 droites perpendiculaires à une même troisième.

① Tracer en rouge la perpendiculaire (d_2) à la droite (d_1) passant par A (codage !).

② Tracer en rouge la perpendiculaire (d_3) à la droite (d_1) passant par B (codage !).

Comment semblent être ces deux droites rouges (d_2) et (d_3) ?

Parallèles.



Théorème ❷ : Deux droites perpendiculaires à une même troisième.

	(…… conditions ou hypothèses)		(…… résultat ou conclusion)
Quand	$\begin{cases} ①\ (d_2) \perp (d_1) \\ ②\ (d_3) \perp (d_1) \end{cases}$	alors	$(d_2) // (d_3)$

Autrement dit : Lorsque 2 droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors ces deux droites sont forcément parallèles entre elles.

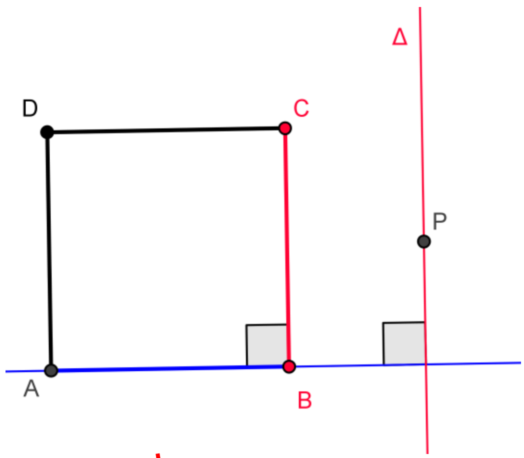
Utilité : Ce théorème sert à montrer que deux droites sont *parallèles.*

> Exercice 1 :

1. Au compas, placer le point C de telle sorte que ABCD soit un carré.
   Puis tracer en rouge (Δ) la perpendiculaire à la droite (AB) passant par P.
2. Comment sont (Δ) et (CB) ? Justifier en utilisant le théorème ❷ !

- *Puisque ABCD est un carré, alors (CB) ⊥ (AB).*
- *Puisque* $\begin{cases} (CB) \perp (AB) \\ (\Delta) \perp (AB) \end{cases}$ *alors, d'après le théorème ❷, (CB) // (Δ).*

Figures



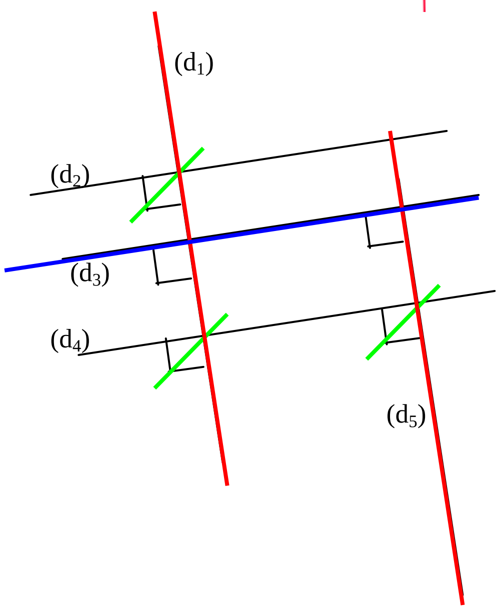
> Exercice 2 : On sait que : $(d_1) \perp (d_3)$; $(d_2) // (d_3) // (d_4)$ et que $(d_5) \perp (d_3)$.

1. Certains codages sont a priori faux ! Barrez les en vert !

Il ne faut surtout pas inventer du codage, ce qui est une faute classique !

2. Comment sont (d_1) et (d_5) ? Justifier en utilisant le théorème ❷ !

Puisque $\begin{cases} (d_1) \perp (d_3) \\ (d_5) \perp (d_3) \end{cases}$ *alors, d'après le théorème ❷, (d2) // (d3).*



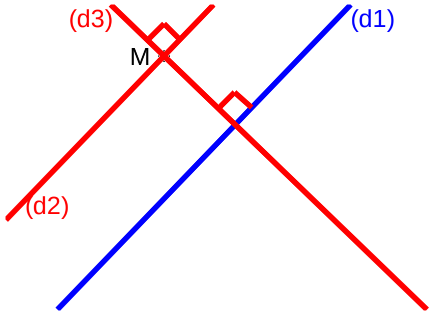
C. Théorème ③ : 2 droites parallèles coupées par une perpendiculaire :

① Tracer en rouge (d_2) la parallèle à (d_1) passant par M.

② Tracer en rouge (d_3) la perpendiculaire à (d_1) passant par M (coder en rouge !).

Comment semblent être ces deux droites rouges (d_2) et (d_3) ?

Perpendiculaires. (coder en rouge !)



Théorème ❸ : Deux droites parallèles coupées par une perpendiculaire.

	(*2* conditions ou hypothèses)		(*1* résultat ou conclusion)
Quand	$\begin{cases} ① \ (d_2) \ // \ (d_1) \\ ② \ (d_3) \perp (d_1) \end{cases}$	alors	$(d_2) \perp (d_3)$

Autrement dit : Lorsque 2 droites sont parallèles entre elles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Utilité : Ce théorème sert à montrer que deux droites sont *perpendiculaires.*

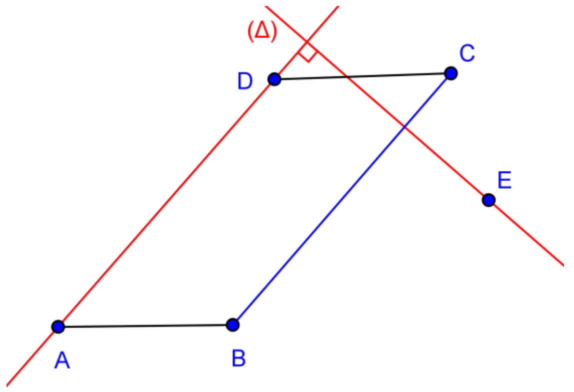
- Exercice 1 :

1. Au compas, placer le point C de telle sorte que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.

Tracer en rouge Δ la perpendiculaire à la droite (CB) passant par le point P.

2. Comment sont les droites Δ et (AD) ? Justifier en utilisant le théorème ❸ !

Figure



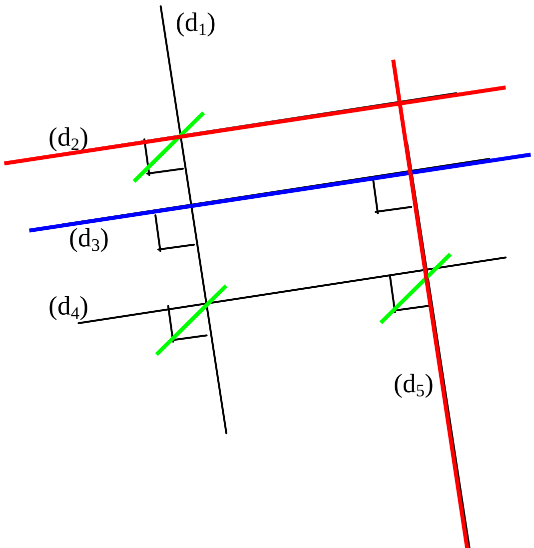
- *Puisque ABCD est un parallélogramme, alors (AD) // (BC).*
- *Puisque* $\begin{cases} (AD) \ // \ (BC) \\ (\Delta) \perp (BC) \end{cases}$ *alors, d'après le thm ❸, (AD) ⊥ (Δ).*

- Exercice 2 : Reprenons l'exercice 2 page précédente. En utilisant le théorème ❸, montrer que :

$(d_2) \perp (d_5)$

Puisque $\begin{cases} (d_2) \ // \ (d_3) \\ (d_5) \perp (d_3) \end{cases}$ *alors,*

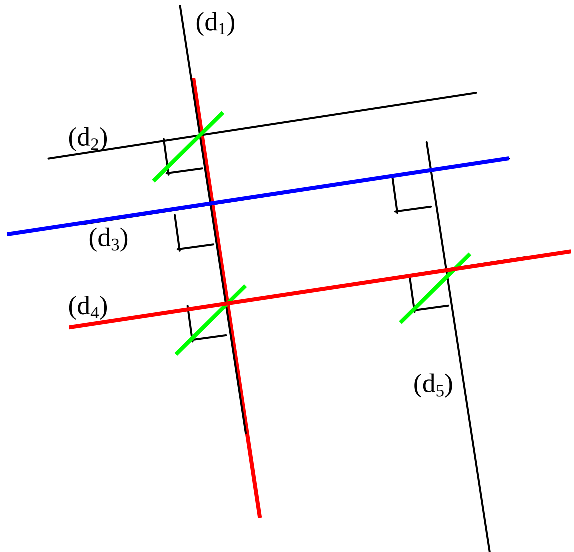
d'après le théorème ③, $(d_2) \perp (d_5)$.



$(d_1) \perp (d_4)$

Puisque $\begin{cases} (d_4) \ // \ (d_3) \\ (d_1) \perp (d_3) \end{cases}$ *alors,*

d'après le théorème ③, $(d_1) \perp (d_4)$.



VII. POUR PREPARER LE TEST ET LE CONTROLE.

A. Comment mémoriser les 3 théorèmes sur les droites :

En regardant bien les hypothèses et conclusions de ces 3 théorèmes très importants, on remarque que :

- // avec // donne //
  ⊥ avec ⊥ donne // } Lorsque les signes sont pareils, on obtient toujours // (théorèmes ❶ et ❷).
- // avec ⊥ donne ⊥ Lorsque les signes sont différents, on obtient ⊥ (théorème ❸).

B. Comment choisir le bon théorème dans un exercice :

Il faut regarder la conclusion des théorèmes !

Si on vous demande de prouver que deux droites sont ⊥, on peut utiliser le théorème ❸.

Si on vous demande de prouver que deux droites sont //, on peut utiliser :

→ le théorème ❶ quand on a 3 droites //.

→ le théorème ❷ quand on a deux perpendiculaires à une même troisième.

C. Je dois savoir :

- Remplissez ce tableau :

	A refaire	A revoir	Maîtrisé
Placer des points sur une figure.			
Utiliser les bonnes notations : droites, segments etc.			
Construire des droites : sécantes, parallèles, perpendiculaires.			
Utiliser le théorème fondamental ①.			
Utiliser le théorème fondamental ②.			
Utiliser le théorème fondamental ③.			
Aimer les figures de base.			

Pour préparer le test et le contrôle : Livre (Magnard 6ème 2006) p.108 et 109.

D. Conseils :

- Théorèmes : Listez les hypothèses données par l'énoncé et/ou le codage.
  Utilisez de la couleur.

E. Erreurs classiques :

- Mal lire l'énoncé.
- Théorèmes : Inventer des hypothèses ou du codage qui n'existent pas ou qui nous arrangent !

F. Fiche de révision à faire :

Quelle est la seconde partie de ce contrat double n°2 ? *Equidistance.*