

# EQUIDISTANCE



« Ma cohabitation passionnée avec les mathématiques m'a laissé un amour fou pour les bonnes définitions, sans lesquelles il n'y a que des à peu près. »  
Stendhal<sup>1</sup>.

<b>I.</b>	<b>Longueur d'un segment.</b> _____	<b>2</b>
<b>II.</b>	<b>Points équidistants d'un seul point fixe.</b> _____	<b>2</b>
<b>III.</b>	<b>Points équidistants de deux points fixes.</b> _____	<b>5</b>
<b>IV.</b>	<b>Exercices récapitulatifs.</b> _____	<b>12</b>
<b>V.</b>	<b>Pour préparer le test et le contrôle.</b> _____	<b>13</b>

➤ Matériel : Règle, équerre, compas porte crayon, crayons de couleur...

➤ Pré requis pour prendre un bon départ :

	<i>A refaire</i>	<i>A revoir</i>	<i>Maîtrisé</i>
Maniement de la règle.			
Maniement de l'équerre.			
Maniement du compas.			
Mesurer une longueur.			
Reporter une longueur au compas.			

<sup>1</sup> Henri Beyle dit Stendhal (1783-1842) est l'un des plus grand écrivain français : Le Rouge et le Noir (1827), la Chartreuse de Parme (1839). Il avait une très haute opinion des Mathématiques. La découverte de la règle des signes pour le produit de deux nombres relatifs ( – par – donne +) lui a posé quelques problèmes qu'il relate dans son autobiographie intitulée "Vie de Henri Brulard (1890)".

Le but de ce livret II est de découvrir de nouveaux objets géométriques à partir de la notion de distance.

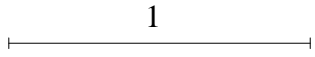
## I. LONGUEUR D'UN SEGMENT.

Puisqu'un segment est une partie *finie* d'une droite, alors un **segment est toujours de longueur finie !**

Notation : La **longueur** du segment  $[AB]$  se note :  **$AB$**  (*sans rien !*)

➤ Deux remarques :

- ❶ La longueur **est un nombre positif** associé à une unité de longueur (pas 1 cm ou 1 carreau forcément !).
- ❷ La distance entre un point A et un point B est évidemment égale à la longueur AB.

➤ Exercice : Voici un **segment "unité"** c-à-d un segment **de longueur 1** : 

A la règle et au compas, *sans rien mesurer*, tracer ci dessous un segment de longueur 3 unités.

## II. POINTS EQUIDISTANTS D'UN SEUL POINT FIXE.

A droite, on a fixé un point  $\Omega$  (lettre majuscule du grec ancien qui se lit « Oméga », équivalent de la lettre latine majuscule « O »).

Question : Où se trouvent tous les points qui sont à 3 cm de distance du point  $\Omega$  ? Les repasser **en rouge**.

•  $\Omega$

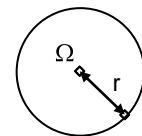
### A. Le Cercle :

Le Cercle : Définition et Notation.

❶ L'ensemble de tous les points équidistants d'une longueur « r » (c-à-d situés à la même distance « r ») d'un point fixé  $\Omega$  forme le **cercle C** de centre ..... et de rayon .....

Notation : Ce cercle de centre  $\Omega$  et de rayon « r » se note  $C_{(\Omega; r)}$ .

Figure :



Exemple : Le cercle de centre K et de rayon 9 cm est noté : .....

➤ Application : Tracer **en bleu** l'ensemble de toutes les maisons situées à 3 km de la ville A.

Tracer **en vert** l'ensemble de toutes les maisons situées à 2 km de la ville B.

Y a-t-il des maisons qui sont en même temps à 3 km de la ville A et à 2 km de la ville B ? Si oui, combien ?

• A

• B

Quatre autres définitions :

- ② Une **corde** d'un cercle est un **segment** joignant deux points quelconques de ce cercle.
- ③ Un **diamètre** est une corde particulière (**donc un segment**) qui passe par le ..... du cercle.  
Deux points sont dits **diamétralement opposés** lorsqu'ils sont les deux extrémités d'un diamètre.
- ④ Un **rayon** est un segment joignant un point sur le cercle et le ..... de ce cercle.
- ⑤ Un **arc de cercle**  $\widehat{MN}$  est une partie du cercle située entre deux points M et N du cercle.

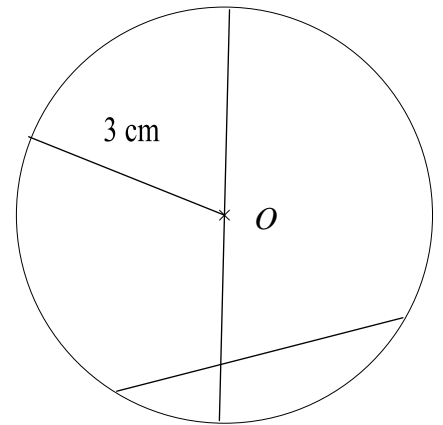
➤ Figure : Voici le cercle C de centre O et de rayon 3 cm qu'on note  $C_{(O; 3)}$

- Repasser **en rouge** le rayon [OA]. Placer le point A.
- Repasser **en bleu** le diamètre [BC]. Placer les points B et C.

On dit que les points **B et C** sont **diam..... opposés**.

Placer 2 autres points F et G aussi diamétralement opposés.

- Repasser **en vert** la corde [DE]. Placer D et E.
- Repasser **en violet** le « petit » arc  $\widehat{AC}$ .



➤ Combien mesure un diamètre ? ..... cm

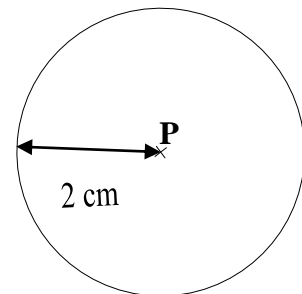
D'où la formule : diamètre = ..... × rayon

### B. Le Disque ; Proximité par rapport à un seul point fixe :

Soit un point P fixé.

Question : Où se trouvent tous les points à une distance inférieure (plus petite) ou égale à 2 cm du point P ?

Hachurer **en rouge** la bonne zone au crayon de couleur.

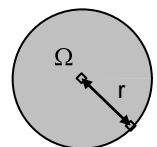


Définition du Disque : Soit un point donné  $\Omega$ .

L'ensemble de tous les points situés à une distance inférieure ou égale à « r » du point  $\Omega$  forme le **disque D** de centre ..... et de rayon .....

Notation : Ce disque de centre  $\Omega$  et de rayon « r » se note  $\mathcal{D}_{(\Omega; r)}$ .

Figure :



Remarque : Ce disque  $\mathcal{D}_{(\Omega; r)}$  est en fait la *surface à l'intérieur* du cercle frontière  $C_{(\Omega; r)}$ .

Exemple : Les anciens disques vinyles sont des disques mathématiques « troués ». Citez d'autres objets de la vie quotidienne qui ont la forme d'un disque :

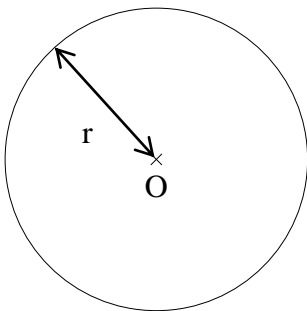
- Application : Hachurez en bleu la zone pavillonnaire qui se trouve à moins de 4 km de l'école A.  
Hachurez en vert la zone pavillonnaire qui se trouve à moins de 3 km de l'école B.



Hachurez la zone des maisons qui sont à moins de 4 km de l'école A mais à plus de 3 km de l'école B.  
Comment se situe la maison C par rapport aux écoles A et B ?

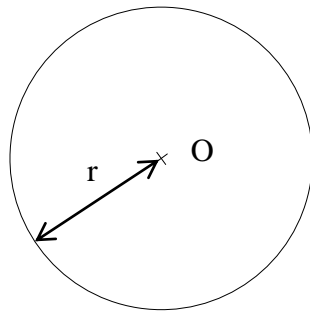
### C. Position relative d'un point et d'un cercle :

- Question : Comment peut être placé un point M par rapport à un cercle de centre O et de rayon r ?  
Il y a 3 cas possibles pour placer ce point M. Placer le point M dans chaque cas :



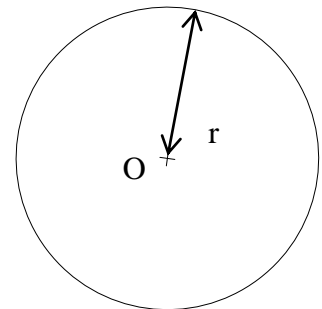
1<sup>er</sup> cas :  
Lorsque M est à l'extérieur du cercle, alors  $OM > r$ .

Donc  $M \notin \mathcal{D}_{(O;r)}$ , c-à-d :  
M est à l'..... du disque.



2<sup>ème</sup> cas :  
Lorsque M est sur le cercle, alors  $OM = r$ .

Donc  $M \in \mathcal{C}_{(O;r)}$ , c-à-d :  
M est sur le .....

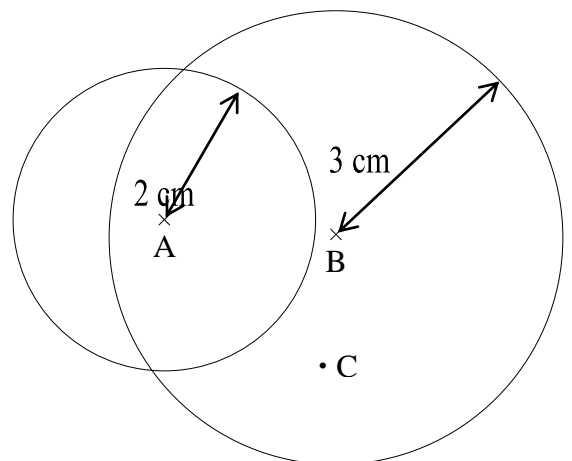


3<sup>ème</sup> cas :  
Lorsque M est à l'..... du cercle, alors  $OM < r$ .

Donc  $M \in \mathcal{D}_{(O;r)}$ , c-à-d :  
M est à l'..... du disque.

- Exercice :

- Colorier en rose bonbon l'ensemble des points à plus de 3 cm de B mais à moins de 2 cm de A.
- Colorier en vert pomme l'ensemble des points à moins de 2 cm de A et moins de 3 cm de B.
- Placer un point L à plus de 2 cm de A et à plus de 3 cm de B.
- Que peut-on dire du point C par rapport aux points A et B ?



### III. POINTS EQUIDISTANTS DE DEUX POINTS FIXES.

Soient A et B deux points fixes donnés :

Question : Où se trouvent tous les points qui sont équidistants (à la même distance) des points A et B ?

Les repasser **en rouge**.

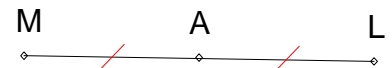


Parmi l'infinité de points équidistants de A et de B, il y en a un plus particulier que tous les autres.

#### A. Milieu d'un segment :

❶ Définition : Le **milieu** d'un segment est **LE** point du segment qui partage ce segment en 2 segments de même .....

❷ Figure et codage : Sur la figure, A est codé comme le milieu de .....



Repasser le **codage en rouge** sur la figure.

➤ Exercice :

Tracer à droite un segment [AB] tel que AB = 6 cm.

Placer à la règle graduée le milieu I de [AB]. Codage !

Calculez : IA = ..... IB = .....  $\frac{AB}{2} = \dots\dots\dots$  Que constate-t-on ? .....

#### Traduction métrique du milieu :

	(..... condition ou hypothèse)		(..... résultat ou conclusion)
Quand	I est le milieu du segment [AB]	alors	..... = ..... = $\frac{\dots\dots\dots}{2}$

*Autrement dit : Lorsqu'un point est le milieu d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment.*

Inversement, lorsqu'un point M est équidistant de deux points donnés A et B (c-à-d vérifiant MA = MB), est-il alors forcément le milieu du segment [AB] ? Voyons cela dans ce qui suit.

#### B. La médiatrice d'un segment :

##### 1. Définition de la médiatrice d'un segment :

Soient A et B deux points fixes donnés :

Définition de la médiatrice d'un segment :

L'ensemble des points équidistants de deux points fixés A et B forme une droite (d) qui s'appelle la ..... du segment [AB].

## 2. Propriétés géométriques de la médiatrice d'un segment :

### Propriété géométrique de la médiatrice d'un segment.

	(..... condition ou hypothèse)		(..... résultats ou conclusions)
Quand	(d) est la médiatrice de [AB]	alors	$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} (d) \dots\dots [AB] \\ \textcircled{2} (d) \text{ passe par le } \dots\dots \text{ de } [AB] \end{array} \right.$

*Autrement dit : Lorsqu'une droite (d) est la médiatrice d'un segment, alors elle est perpendiculaire à ce segment et le coupe en son milieu.*

Utilité : Cette propriété sert à prouver directement :

- soit qu'une droite est p..... à une autre.
- soit qu'une droite passe par le ..... d'un segment.

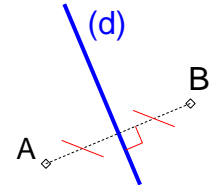


Figure et double codage : Repasser **en rouge sur la figure le double codage** correspondant à la médiatrice.

La réciproque (l'inverse) de la propriété ci-dessus est vraie aussi :

### Réciproque de la propriété : Comment reconnaître géométriquement une médiatrice d'un segment.

	(..... conditions ou hypothèses)		(..... résultat ou conclusion)
Quand	$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} (d) \perp [AB] \\ \textcircled{2} (d) \text{ passe par le milieu de } [AB] \end{array} \right.$	alors	(d) est la ..... de [AB]

*Autrement dit : Lorsqu'une droite coupe un segment perpendiculairement et en son milieu, alors cette droite est la médiatrice de ce segment.*

Utilité : Cette réciproque sert à prouver qu'une droite est la ..... d'un segment.

Cette réciproque (admise) va nous permettre dans ce qui suit de construire à l'équerre et à la règle graduée la médiatrice d'un segment donné.

#### ➤ Construction de la médiatrice d'un segment à l'équerre :

Programme de construction en ..... étapes.	Construction à l'équerre.
<p>Le segment [AB] est donné.</p> <p>Il s'agit de construire sa médiatrice (d) à l'équerre.</p> <p>① Placer H, le ..... du segment [AB].</p> <p>② Tracer, en H la ..... au segment [AB].</p> <p style="text-align: center;">La droite (d) ainsi construite est la médiatrice du segment [AB].</p>	<p>Traits de construction légers !</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p style="text-align: right;">Double codage !</p>

### 3. Propriétés métriques de la médiatrice d'un segment :

D'après la définition même de la médiatrice p.5, on a la propriété d'équidistance suivante :

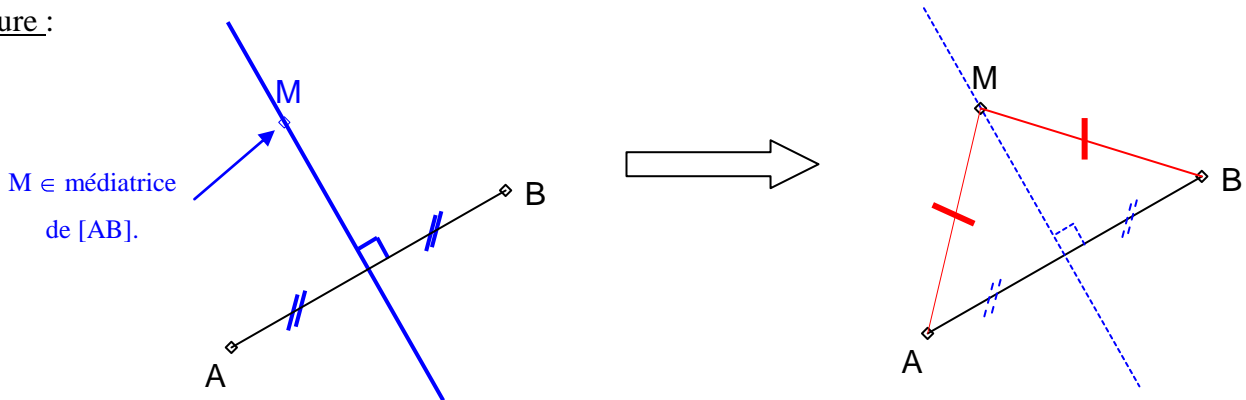
Propriété métrique de la médiatrice d'un segment :

	(..... condition ou hypothèse)		(..... résultat ou conclusion)
Quand	M est sur la médiatrice d'un segment [AB]	alors	MA = MB.

*Autrement dit : Lorsqu'un point est situé sur la médiatrice d'un segment, alors il est situé à la même distance des deux extrémités de ce segment.*

Utilité : Cette propriété sert à prouver une égalité de .....

Figure :



Par définition, on a aussi inversement :

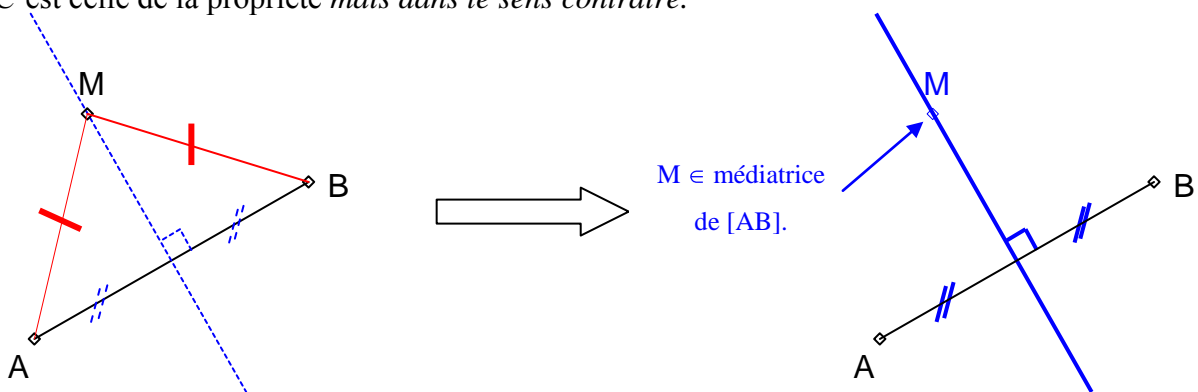
Réciproque de la propriété métrique de la médiatrice d'un segment :

	(..... condition ou hypothèse)		(..... résultat ou conclusion)
Quand	..... = .....	alors	M est sur la ..... du segment [AB].

*Autrement dit : Lorsqu'un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il est sur la médiatrice de ce segment.*

Utilité : Cette propriété sert à prouver qu'un point est sur une .....

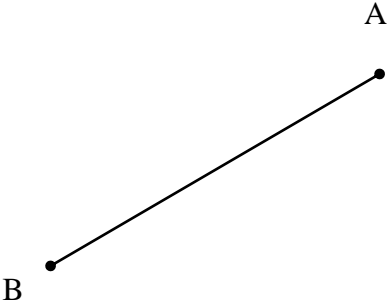
Figure : C'est celle de la propriété mais dans le sens contraire.



Remarque : Rechercher l'ensemble des points équidistants de 2 points fixés, revient à tracer la ..... du segment reliant ces 2 points.

➤ Construction de la médiatrice au compas :

C'est la construction de la médiatrice la plus précise. Elle découle de la réciproque de la propriété métrique page précédente.

Programme de construction en ..... étapes.	Construction au compas.
<p>Le segment [AB] est donné.                      Il s'agit de construire la médiatrice du segment [AB] au compas.</p> <p>① Tracer un cercle de centre A et de rayon plus grand que la moitié de la longueur AB.                      ② Tracer le cercle de centre B et de <i>même rayon</i> !                      ③ Ces deux cercles se coupent en 2 points qui seront équidistants de A et B.                      En traçant la droite passant par ces deux points, on a construit la ..... du segment [AB].</p>	<p>Traits légers de construction !</p>  <p>Placer le double codage !</p>

➤ **En pratique on se contentera de faire 4 petits arcs de cercle au lieu des 2 grands cercles.**

En résumé :

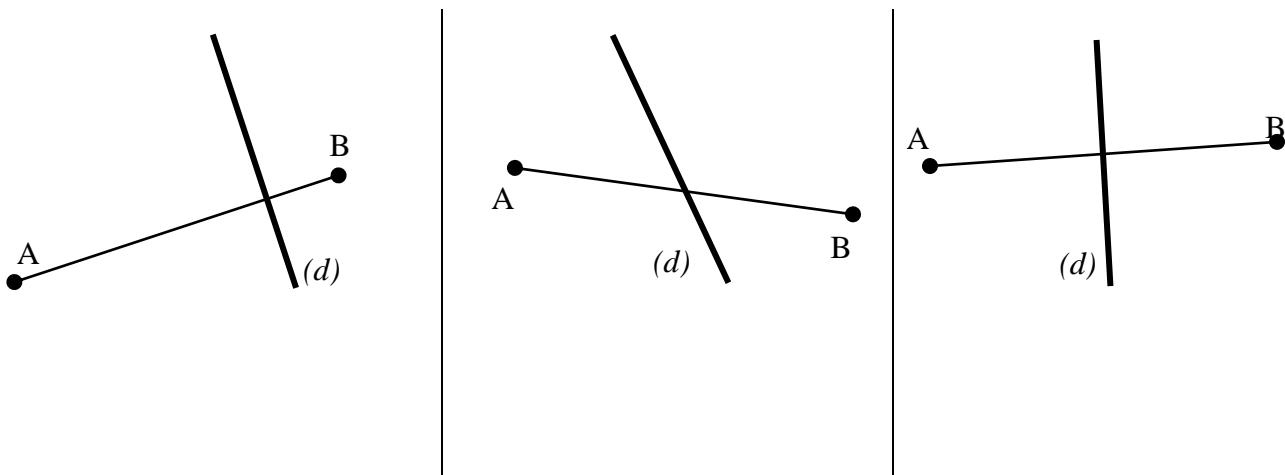
La construction de la médiatrice à l'équerre est plus rapide et plus évidente. La construction au compas est plus précise.

**4. Exercices sur la médiatrice d'un segment :**

➤ Placer 3 points T, I et R tels que :  $IT = IR$  mais  $I \notin [TR]$ .

➤ Reconnaître une médiatrice :

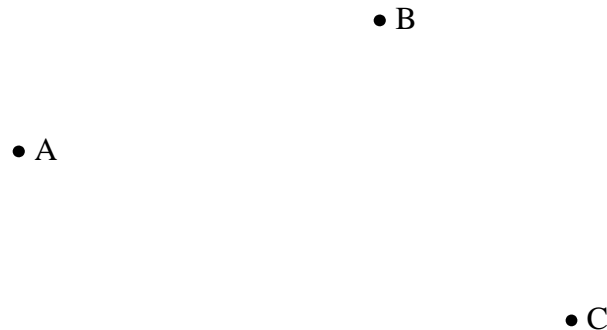
(d) est-elle la médiatrice du segment [AB] ? Si non, dire pourquoi *puis tracer en rouge la vraie médiatrice.*





➤ Construction de médiatrices.

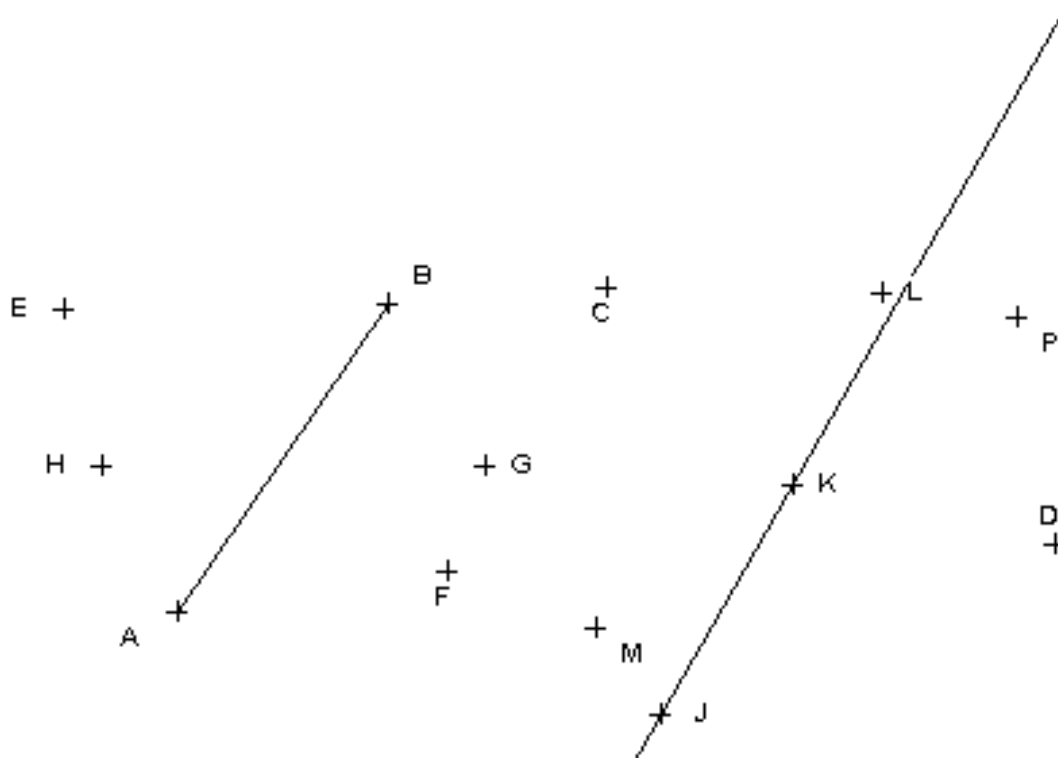
1. Construire au compas **en bleu l'ensemble de toutes les maisons équidistantes des villes A et B.** Codages.
2. Construire au compas **en vert l'ensemble de toutes les maisons équidistantes des villes B et C.** Codages.
3. Y a-t-il des maisons qui sont équidistantes en même temps des trois villes A, B et C ? Si oui, combien ?



➤ Utiliser la propriété d'équidistance des points de la médiatrice d'un segment.


En considérant les points de la figure ci dessous :


1. **Uniquement avec un compas (sans règle ni équerre), marquer en rouge** ceux qui sont sur la médiatrice de [AB].
2. De même, **Marquer en bleu** ceux qui sont sur la médiatrice de [CD].
3. **Uniquement avec une règle non graduée (sans compas ni équerre !)**, et en utilisant les résultats précédents, tracer en rouge la médiatrice de [AB] et en bleu la médiatrice de [CD].
4. Quels noms peut-on donner à ces deux médiatrices ? .....
5. En utilisant les points de la figure, tracer et citer 3 triangles isocèles ayant pour côté [AB].




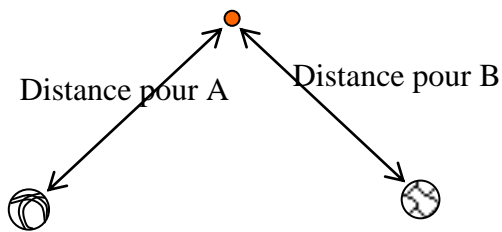
➤ Le partage du plan : la pétanque.

○ Deux équipes jouent à la pétanque. Les boules ont des motifs différents pour qu'on les reconnaisse.

Équipe A : 

Équipe B : 

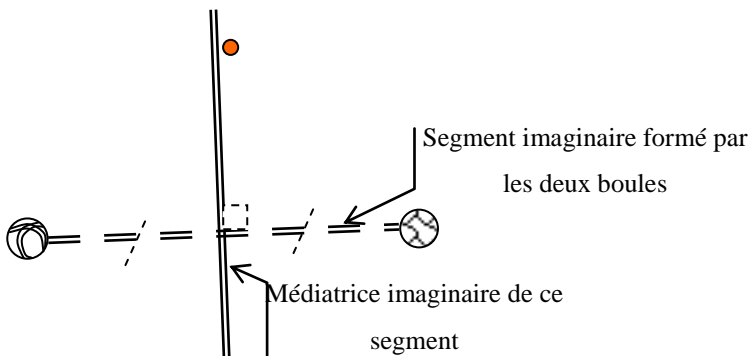
Le cochonnet (le petit, le bout, selon les régions) : 



➤ Pour déterminer l'équipe qui marque le point lorsque deux boules sont en jeu, il est d'usage d'utiliser un mètre pour mesurer la distance séparant chacune des deux boules du cochonnet.

C'est la boule la plus proche du cochonnet qui marque le point.

○ Néanmoins, il est fréquent de voir le bouliste se placer derrière les boules et d'un coup d'œil habile déterminer quelle est la boule qui marque le point.



Que fait-il dans sa tête ?

Il se place (son œil) de manière à pouvoir visualiser mentalement la médiatrice formée par les deux boules en concurrence, ainsi que le montre le schéma suivant :

Le cochonnet se trouvant du côté de la médiatrice où se trouve aussi la boule de l'équipe B, c'est cette boule qui en est la plus proche, et qui marque le point.




Quand plusieurs boules sont en jeu, il suffit de se déplacer de manière à répéter l'opération mentale jusqu'à ce que chaque cas soit réglé.

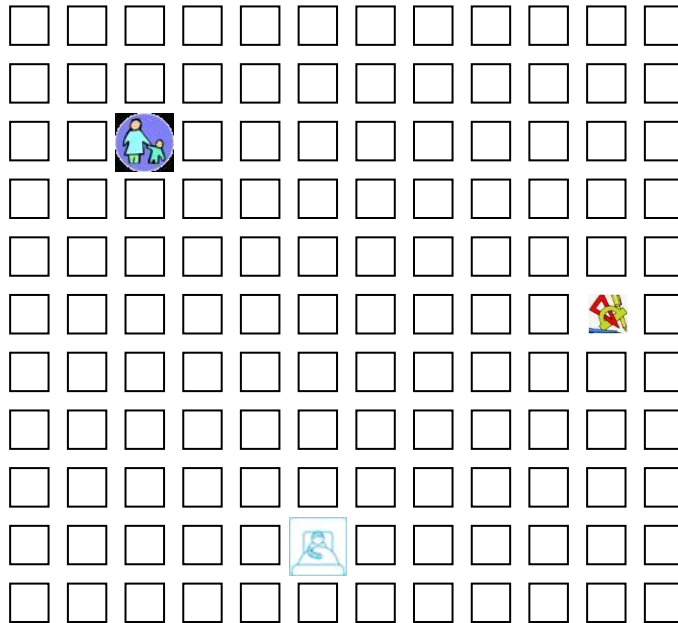
○ Exercice : Déterminer les résultats pour chacune de ces situations suivantes :

<p>Qui l'emporte ?</p>	<p>Qui l'emporte ?</p>
<p>Qui l'emporte ?</p>	<p>Qui l'emporte ? Avec combien de points ?</p>



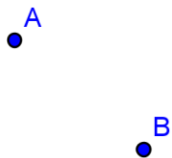


4. Sur le plan de la ville ci-dessous, coloriez les immeubles qui sont plus près des deux écoles  et  que de l'hôpital .



### IV. EXERCICES RECAPITULATIFS.

1) Où se trouve la station service S qui est à mi chemin des villes A et B ?



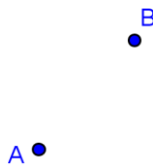
4) En classe, Sandy désire être plus proche de Brandy (qu'elle adore) que de Mandy. Et elle veut être à au moins 10 m de Wendy qu'elle ne supporte plus. Hachurer la zone où elle peut se placer.

(échelle 1 cm pour 5 m)



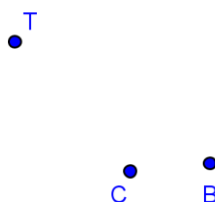
2) Où placer l'usine U de traitement des déchets afin qu'elle soit située exactement à 3 km des villes A et B ?

(échelle : 1 cm pour 2 km)



5) Barbe Rose a enterré la carte du trésor à moins de 20 m de la balançoire B mais à plus de 15 m du carrousel C. De plus, cette carte est aussi plus proche du trésor T que de la balançoire B. Dans quelle zone se trouve cette carte ?

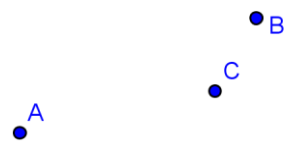
(échelle 2 cm pour 20 m)



3) Où placer l'hôpital H afin qu'il soit :

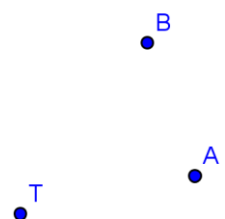
- équidistant des villes A et B.
- et à 750 m de la ville C.

(échelle : 2 cm pour 1 km)



6) Où placer l'éolienne E pour qu'elle soit équidistante des maisons A et B et à moins de 200 m du transformateur T.

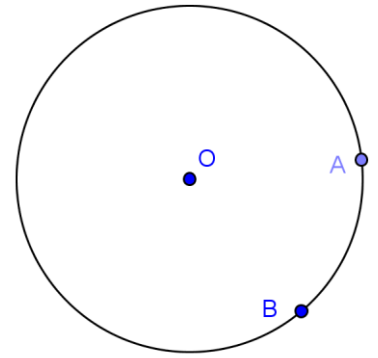
(échelle 1 cm pour 100 m)



➤ Cercle et médiatrice :

Soit le cercle de centre O ci-contre et deux points A et B sur ce cercle.

1. Construire **en rouge (d) la médiatrice du segment [AB]**. (..... / 1 pt)
2. Montrer que (d) passe par le point O. (..... / 2 pts)



## V. POUR PREPARER LE TEST ET LE CONTROLE.

### A. Je dois savoir :

➤ Remplissez ce tableau :

	A refaire	A revoir	Maîtrisé
Cercles et disques : définition, vocabulaire, propriétés métriques.			
Milieu : définition, propriétés métriques.			
Médiatrice d'un segment : définition et construction.			
Médiatrice d'un segment : propriété métrique caractéristique.			
Construire l'ensemble des points équidistants d'1 seul point donné.			
Construire l'ensemble des points équidistants de 2 points donnés.			
Aimer les problèmes d'équidistance.			

➤ **Pour préparer le test et le contrôle : Livre (Magnard 6<sup>ème</sup> 2006) p.134 et 135.**

### B. Conseils :

➤ Equidistance par rapport à 1 point fixé  $\Leftrightarrow$  cercle.

Proximité par rapport à un point fixé  $\Leftrightarrow$  intérieur ou extérieur du disque.

➤ Equidistance par rapport à 2 points fixés  $\Leftrightarrow$  médiatrice.

Proximité par rapport à 2 points fixés  $\Leftrightarrow$  demi-plan « à gauche » ou demi-plan « à droite » de la médiatrice.

➤ Utilisez de la couleur.

### C. Erreurs classiques :

➤ Mal lire l'énoncé.

➤ Oublier le double-codage de la médiatrice.

### D. Fiche de révision à faire :

Quel sera le prochain contrat ? .....