

# LES ANGLES GEOMETRIQUES



« *Les Mathématiques* représentent essentiellement le langage théorique universel. C'est-à-dire qu'à mon avis, les seules possibilités rigoureuses d'accéder à une pensée ayant validité universelle se font par les Mathématiques ou par des lois mathématiques. » Einstein<sup>1</sup>.

<b>I.</b>	<b>Introduction.</b> _____	<b>2</b>
<b>II.</b>	<b>Angle géométrique : vocabulaire et notation.</b> _____	<b>2</b>
<b>III.</b>	<b>Mesurer un angle.</b> _____	<b>3</b>
<b>IV.</b>	<b>Constructions d'angles.</b> _____	<b>6</b>
<b>V.</b>	<b>Cinq angles particuliers : Classification.</b> _____	<b>7</b>
<b>VI.</b>	<b>Angles et triangles : Constructions.</b> _____	<b>8</b>
<b>VII.</b>	<b>Révisions sur tout le contrat 5 (2 livrets).</b> _____	<b>9</b>
<b>VIII.</b>	<b>Pour préparer le test et le contrôle.</b> _____	<b>13</b>

- Matériel : Pour ce cours, vous aurez besoin de votre matériel de géométrie et en particulier d'un **rapporteur souple** !
- Pré requis pour prendre un bon départ :

	☹	☺	😊	😄😄
Faire un croquis lisible et complet.				
Construire, reproduire un triangle ou une figure à l'aide d'un compas.				

<sup>1</sup> **Albert Einstein** (14 mars 1879 à Ulm, Allemagne - 18 avril 1955 à Princeton, New Jersey, États-Unis) physicien allemand, puis apatride (1896), suisse (1899), et enfin suisse-américain (1940).

Il a publié la théorie de la relativité restreinte en 1905 et celle de la relativité générale en 1915. Il a largement contribué au développement de la mécanique quantique et de la cosmologie. Il a reçu le prix Nobel de physique en 1921 pour son explication de l'effet photoélectrique. Son travail est notamment connu pour l'équation  $E=MC^2$  qui explique la puissance de l'énergie nucléaire.

NOM et Prénom : .....

6<sup>ème</sup> .....

# I. INTRODUCTION.

➤ Ci-dessous une figure que tous les enfants du monde connaissent !

A main levée, dessiner une figure **semblable**, en plus petit ou en plus grand (à peu près et rapidement !).

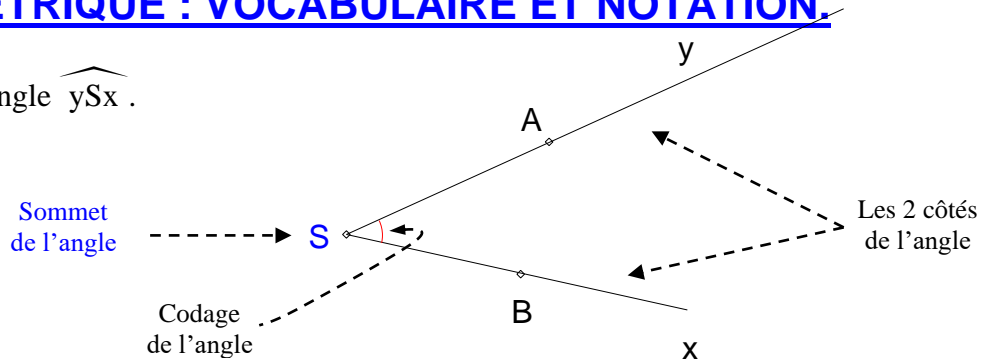


Les longueurs ont-elles changé ? ..... Les « inclinaisons » entre les côtés ont-elles changé ? ..... !

➤ Lorsqu'on veut reproduire des figures de manière « semblable » (agrandissement ou réduction de la figure originale), on ressent tout de suite le besoin de savoir mesurer une « inclinaison » entre 2 demi-droites. Ainsi apparaît les notions d'angle géométrique et de mesure d'angle (« l'inclinaison »).

# II. ANGLE GEOMETRIQUE : VOCABULAIRE ET NOTATION

➤ Figure : Voici dessiné un angle  $\widehat{ySx}$ .



Cet angle a d'autres noms :  $\widehat{ASB}$  ou  $\widehat{BSA}$  ou  $\widehat{BSy}$  ou  $\widehat{ySB}$  ou  $\widehat{ASx}$  ou  $\widehat{xSA}$ .

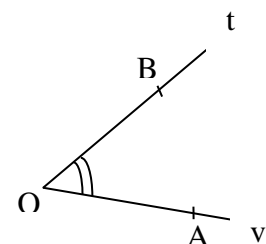
- 3 définitions :
- ❶ Un **angle** est un objet géométrique formé par 2 demi-droites ayant le même point « origine ».
- ❷ Ce point commun « origine » s'appelle le ..... de l'angle.
- ❸ Ces 2 demi-droites s'appellent les ..... de l'angle.
- Notation : Un angle de **sommet U** formé par ses 2 côtés [UF) et [UN) se note tout simplement en 3 lettres sous un chapeau :  $\widehat{FUN}$ , le sommet U de l'angle correspondant à la pointe du chapeau<sup>2</sup>.
- Codage : On code l'angle avec un arc de cercle. Repasser **en rouge le codage** sur la figure plus haut.

➤ Application : Voici dessiné un angle. Repasser en rouge son codage.

Le point O est son .....

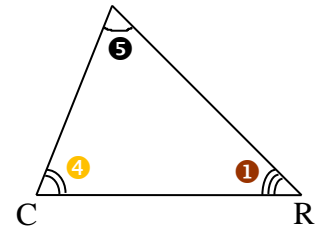
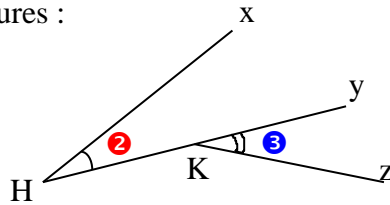
Les 2 demi-droites ..... et ..... sont ses .....

Son nom est ..... ou ..... ou ..... ou .....



<sup>2</sup> Parfois, on le note  $\widehat{U}$  avec un seul point. **Attention**, cette notation est **source de nombreuses erreurs** de la part des élèves quand il y a plusieurs angles ayant le même sommet !

➤ Exercice : Voici plusieurs figures :



Compléter le tableau suivant **ligne après ligne** :

Angle $n^\circ$	Sommet	Côtés (Attention aux notations)	Nom
4			
			$\widehat{KHx}$
		(zK] et (yK]	
		[HK) et [Hx)	
	R		

### III. MESURER UN ANGLE.

Pour connaître « l'inclinaison » entre 2 demi-droites de même origine, on doit savoir mesurer un angle.

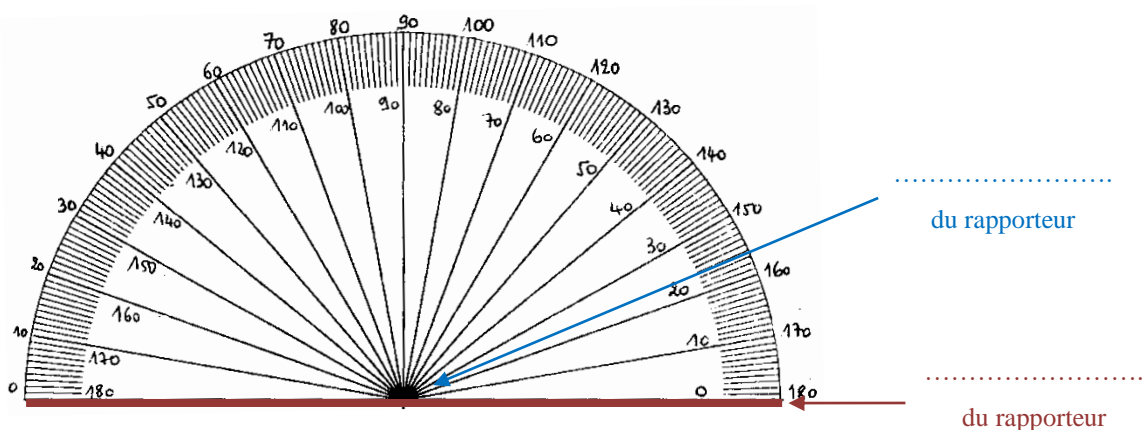
#### A. Unité de mesure d'angle :

Il existe 3 unités pour mesurer les angles. Au collège, on utilisera uniquement le **degré** (noté « ° »).<sup>3</sup>

Remarque : Le degré n'est pas l'unité du Système International des Mesures pour les angles. C'est le radian, qui sera vu en Seconde.

#### B. Le rapporteur :

Pour mesurer des angles, nous utilisons un instrument en forme de demi-disque : le .....



Un rapporteur est en général gradué de .....° à .....°, **dans les 2 sens** pour qu'il soit plus pratique à utiliser (comme celui qui est dessiné). **Il doit être en plastique souple et tenir dans la trousse.**

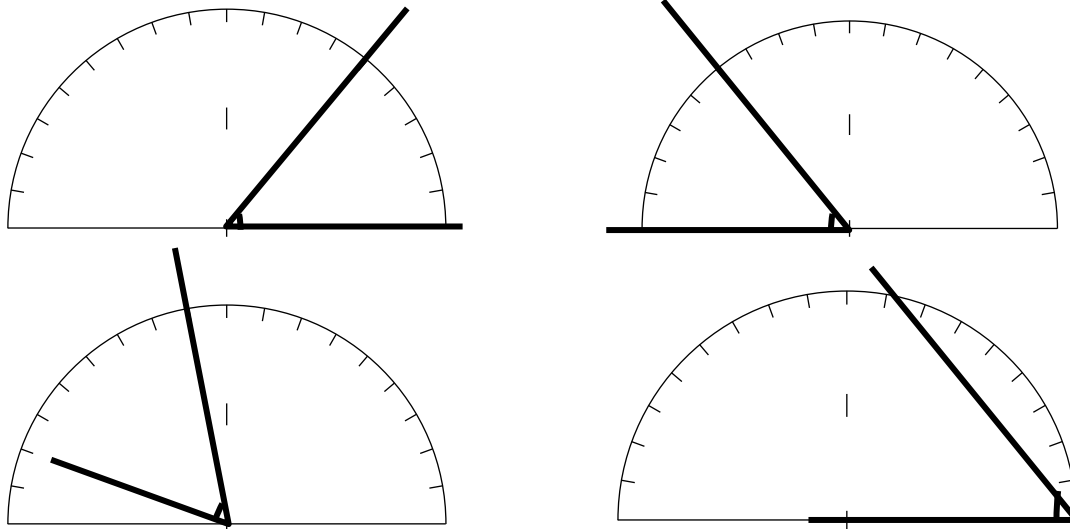
En est-il de même pour ton rapporteur ? ..... Si non, vas vite en acheter un gradué dans les 2 sens !

<sup>3</sup> 1 degré est la mesure de l'angle au centre d'un disque qu'on aurait partagé en 360 angles de même mesure.

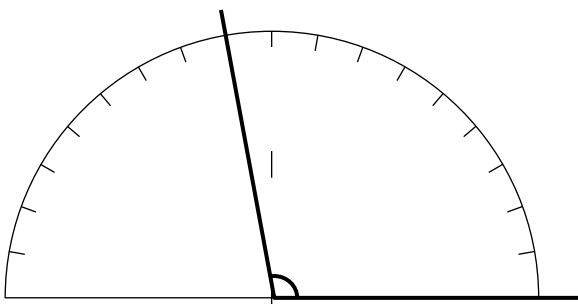
### C. Mesurer un angle avec le rapporteur : 3 conditions nécessaires !

- ❶ Le centre du rapporteur doit être sur le sommet de l'angle.
- ❷ Le diamètre du rapporteur doit être sur l'un des côtés de l'angle déjà dessiné.
- ❸ On doit compter la mesure « à l'intérieur » de l'angle et non à l'extérieur.....

➤ Exercice ①: Les rapporteurs suivants sont-ils bien placés ? Si non, *expliquer pourquoi*, puis écrire la mesure de chaque angle (*les graduations sont de 10° en 10° sur les rapporteurs dessinés*).



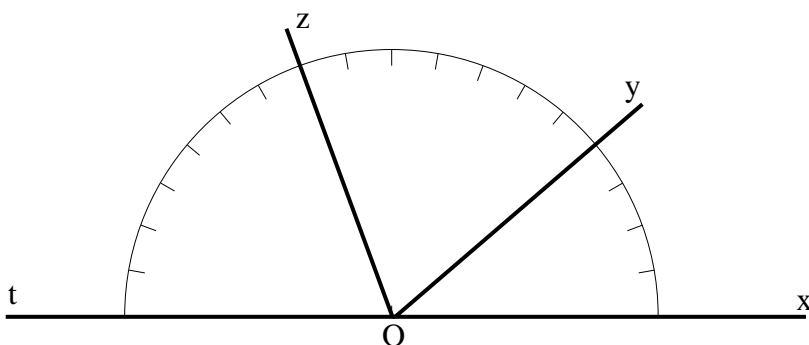
➤ Exercice ② : Sans réfléchir, je lis 80° pour la mesure de l'angle ci-dessous. Pourquoi ai-je faux !



Lire la bonne mesure de l'angle : .....

➤ Exercice ③ :

**Coder les angles sur la figure** puis donner leur mesure (graduations de 10° en 10°) :



$\widehat{xOy}$ =
$\widehat{tOy}$ =
$\widehat{zOx}$ =
$\widehat{tOz}$ =

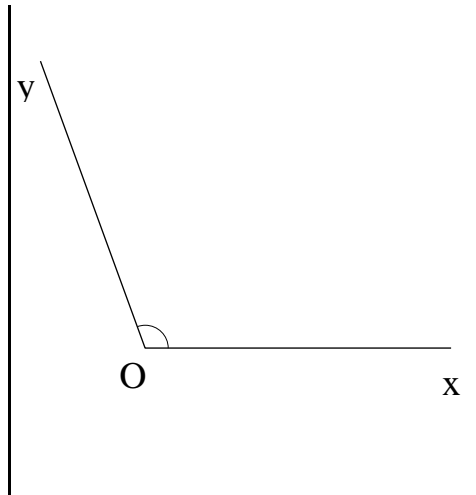
Mesurer un angle avec son propre rapporteur : Méthode en .... étapes.

- ❶ Placer le centre du rapporteur sur le ..... O de l'angle.
- ❷ En tournant le rapporteur, bien faire coïncider le diamètre du rapporteur avec l'un des 2 ..... de l'angle.

L'angle doit être « dans » le rapporteur.

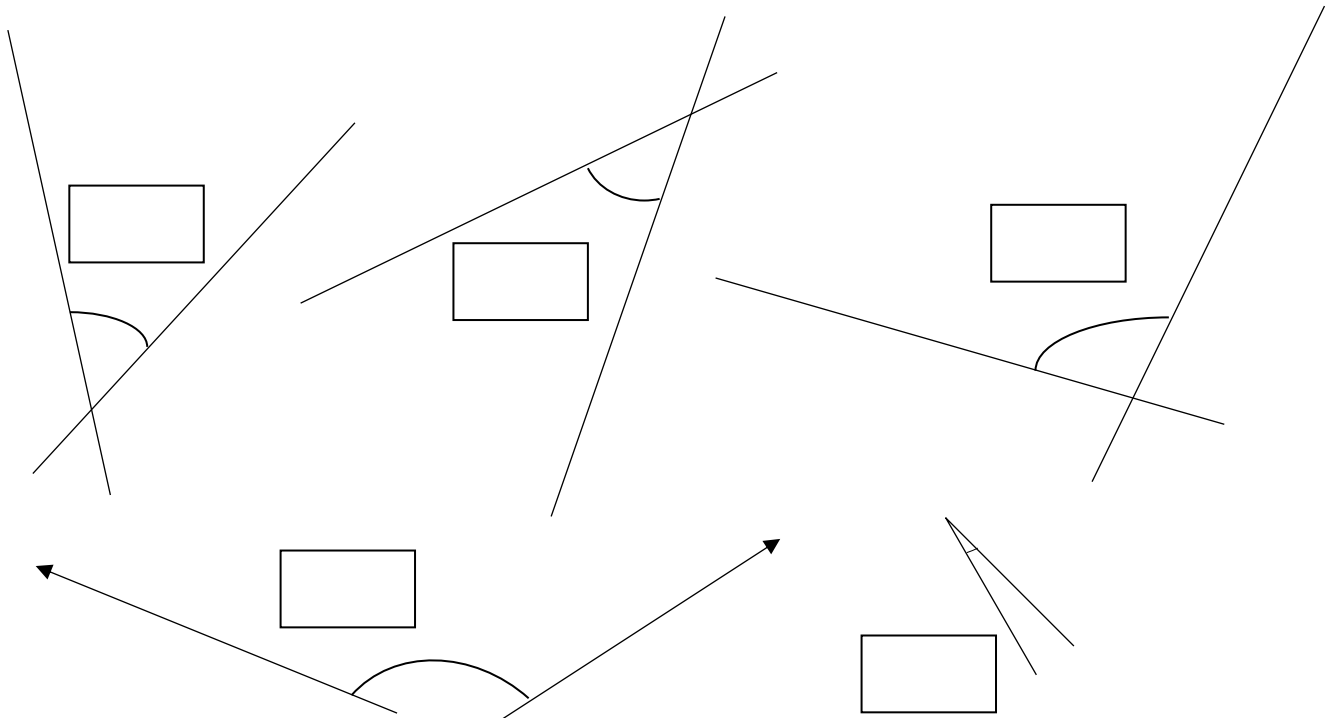
- ❸ A partir de ce 1<sup>er</sup> côté coïncidant avec le diamètre du rapporteur, compter de 0° jusqu'à l'endroit où le 2<sup>ème</sup> côté de l'angle « coupe » le rapporteur (allonger les côtés si besoin).

- ❹  $\widehat{xOy} \approx \dots\dots\dots^\circ$  Reporter cette mesure sur la figure.



➤ Exercice ④ :

Mesurer au rapporteur chacun de ces 5 angles. **Prolonger les côtés de l'angle si besoin.**



Vous amusez vous bien ? .....

## IV. CONSTRUCTIONS D'ANGLES.

### A. Construction au rapporteur :

On veut construire un angle  $\widehat{ABC}$  de mesure  $120^\circ$  :

Plan de construction en ..... étapes

- ① Placer le sommet ..... puis tracer le côté [.....).
- ② A partir de ce côté ....., mesurer  $120^\circ$  avec le ..... (attention au sens !) puis placer le 3<sup>ème</sup> point .....
- ③ Tracer l'autre côté [.....). Puis coder l'angle.

Figure (croquis là d'abord →)

Maintenant qu'on sait mesurer et construire un angle, on va pouvoir reproduire un angle de même mesure qu'un angle déjà dessiné. Il y a 2 méthodes :

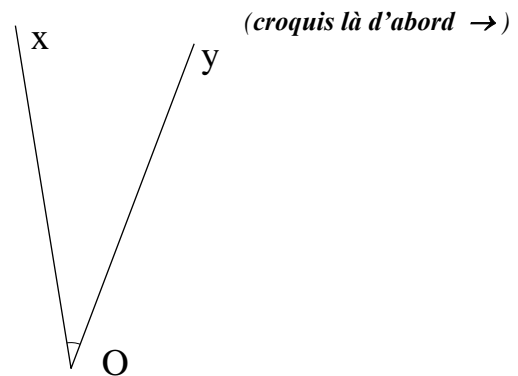
### B. Reproduction à l'identique d'un angle en utilisant le rapporteur :

Il s'agit donc de construire un angle  $\widehat{nRj}$  ayant la même mesure que l'angle  $\widehat{yOx}$  déjà tracé ci-dessous :

Plan de construction en ..... étapes

- ① Mesurer au rapporteur l'angle déjà tracé :  $\widehat{yOx} = \dots\dots$
- ② Tracer une demi-droite [Rn) quelconque.
- ③ A l'aide du rapporteur, placer un point j tel que :  

$$\widehat{nRj} = \widehat{yOx} = \dots\dots^\circ$$
- ④ Tracer l'autre côté [.....).



Coder ces 2 angles de même mesure.

### C. Reproduction à l'identique d'un angle en utilisant le compas :

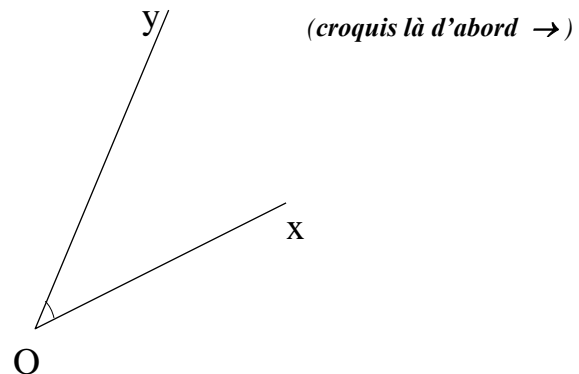
Il s'agit donc de construire au compas un angle  $\widehat{NRJ}$  de même mesure que l'angle  $\widehat{yOx}$  tracé ci-dessous :

Plan de construction en ..... étapes

*En fait, un angle déjà tracé peut être vu comme les 2 côtés d'un triangle !*

*L'idée est donc de reproduire ce triangle au compas.*

- ① Compléter le triangle yOx en pointillés.
- ② Construire à la règle et au compas un triangle NRJ identique au triangle yOx, (attention à l'ordre des points N, R et J ; [NJ] en pointillés).
- ③ Prolonger les côtés [RN) et [RJ) puis placer le codage pour l'angle  $\widehat{NRJ}$ .



Coder ces 2 angles de même mesure.

## V. CINQ ANGLES PARTICULIERS : CLASSIFICATION.

Pour les 5 figures suivantes, le sommet est déjà placé, le 1<sup>er</sup> côté de l'angle sera horizontal en bleu, le 2<sup>ème</sup> côté sera en rouge.

Dessiner un angle  $\widehat{DEF}$  dont les 2 côtés sont superposés.

•  
E

$\widehat{DEF}$  s'appelle un **angle nul** et  $\widehat{DEF} = \dots\dots\dots^\circ$

Dessiner un angle  $\widehat{GHI}$  dont les 2 côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

•

$\widehat{GHI}$  s'appelle un **angle plat** et  $\widehat{GHI} = 180^\circ$ .

Dessiner un angle  $\widehat{ABC}$  dont les 2 côtés [BA) et [BC) sont perpendiculaires. (codage !)

•

$\widehat{ABC}$  s'appelle un **angle** ..... et  $\widehat{ABC} = \dots\dots\dots^\circ$

Dessiner un angle  $\widehat{MNO}$  plus grand que l'angle nul mais plus petit que l'angle droit.

•

$\widehat{MNO}$  s'appelle un **angle aigu**  
et  $\dots\dots\dots^\circ < \widehat{MNO} < \dots\dots\dots^\circ$

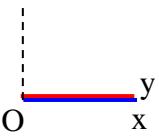
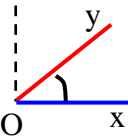
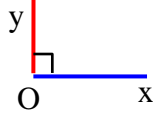
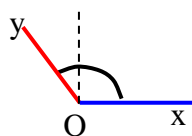
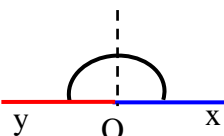
Dessiner un angle  $\widehat{JKL}$  plus grand que l'angle droit mais plus petit que l'angle plat.

•

$\widehat{JKL}$  s'appelle un **angle obtus**  
et  $\dots\dots\dots^\circ < \widehat{JKL} < \dots\dots\dots^\circ$

### A. Classification des angles selon leur mesure croissante :

On peut classer les angles suivant l'ordre croissant de leur mesure (tel un compas qui s'ouvre).

Nom de l'angle :	.....	.....	.....	.....	.....
Figure :					
Mesure :	$\widehat{xOy} = \dots\dots\dots^\circ$	$\dots\dots\dots^\circ < \widehat{xOy} < \dots\dots\dots^\circ$	$\widehat{xOy} = \dots\dots\dots^\circ$	$\dots\dots\dots^\circ < \widehat{xOy} < \dots\dots\dots^\circ$	$\widehat{xOy} = \dots\dots\dots^\circ$

## VI. ANGLES ET TRIANGLES : CONSTRUCTIONS.

### A. A partir des longueurs des 3 côtés (rappel contrat 4) :

Pour tracer de façon unique un triangle quelconque au compas et à la règle graduée, il suffit de connaître ses 3 longueurs (2 voire 1 longueurs seulement quand le triangle est spécial).

- Tracer le triangle ABC sachant que  $AB = 6$  cm,  $AC = 3$  cm,  $BC = 8$  cm.

Plan de construction en .... étapes

Figure (croquis là d'abord →)

- ① Tracer le côté (le plus grand en général) [.....] de longueur ..... cm.
- ② Construire au compas le point ..... tel que :  
..... = ..... cm et ..... = ..... cm.
- ③ Tracer les côtés [.....] et [.....].

### B. A partir d'1 angle et des 2 côtés encadrant cet angle :

On utilise, en plus de la règle graduée et du compas, le .....

- Tracer le triangle UFN sachant que  $\widehat{UFN} = 20^\circ$ ,  $UF = 4$  cm et  $NF = 6$  cm.

Plan de construction en .... étapes

Figure (croquis là d'abord →)

- ① Tracer le côté (le plus grand en général) ..... de longueur .....cm.
- ② Construire au rapporteur l'angle ..... tel que :  
..... = .....°
- ③ Placer le 3<sup>ème</sup> point ..... tel que :  
..... = ..... cm
- ④ Puis tracer le côté .....

### C. A partir d'1 côté et des 2 angles encadrant ce côté :

On utilise en plus de la règle graduée et du compas, le .....

- Tracer le triangle BOL sachant que  $LO = 5$  cm,  $\widehat{BLO} = 40^\circ$  et  $\widehat{BOL} = 50^\circ$ .

Plan de construction en .... étapes

Figure (croquis là d'abord →)

- ① Tracer le segment ..... de longueur ..... cm.
- ② Construire au rapporteur l'angle ..... tel que :  
..... = .....°
- ③ Construire au rapporteur l'angle ..... tel que :  
..... = .....°
- ④ A l'intersection, placer le 3<sup>ème</sup> point .....



### D. Remarques sur les constructions de triangles :

Pour pouvoir construire un triangle de façon (presque) unique, combien faut-il toujours au minimum d'informations **distinctes** ? .....

Exemples : Triangle dont on connaît 2 mesures d'angle et 1 longueur  $\longrightarrow$  ..... informations distinctes.

Triangle rectangle isocèle et 1 longueur  $\longrightarrow$  ..... informations distinctes.

## VII. REVISIONS SUR TOUT LE CONTRAT 5 (2 LIVRETS).

❶ Test 2010 : Construire les figures suivantes. **Réflexe : Faire d'abord un .....** !

Le triangle TIC isocèle en I tel que :

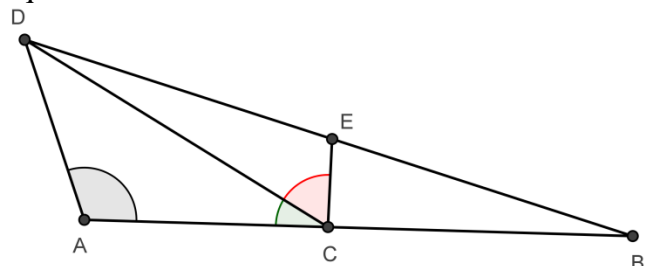
$$TI = 5 \text{ cm et } \widehat{TCI} = 70^\circ.$$

Le quadrilatère ABCD tel que :  $AB = 5 \text{ cm}$   $BC = 3 \text{ cm}$

$$\widehat{ABC} = 90^\circ \quad \widehat{BCD} = 120^\circ \quad \widehat{BAD} = 70^\circ$$

❷ Contrôle 2011 : Sur la figure réduite ci-contre, on sait que :

- Les points A, C et B sont alignés.
- Les points D, E et B sont aussi alignés.
- $CB = 5 \text{ cm}$      $CA = 4 \text{ cm}$ .
- $\widehat{DCA} = 30^\circ$      $\widehat{DAC} = 110^\circ$      $\widehat{ECD} = 61^\circ$ .

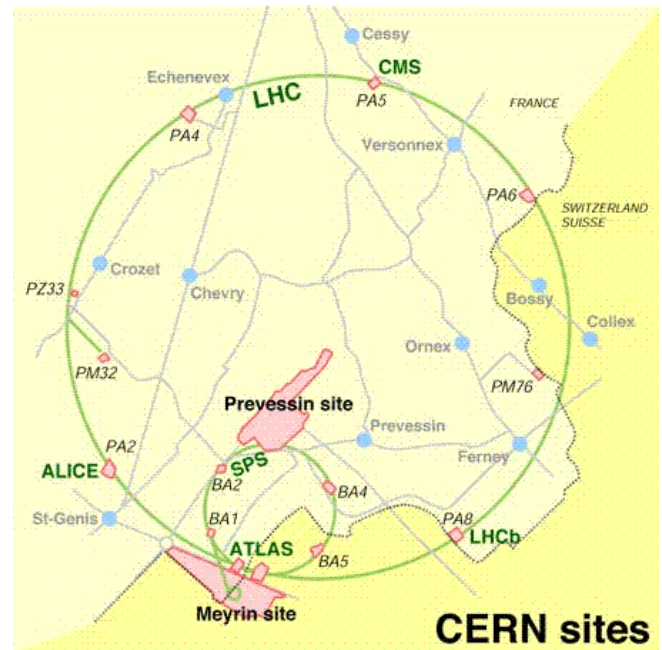


**Compléter le croquis** puis refaire la figure en vraie grandeur. **N° d'étapes !** (..... / 1 + 1 pts)

③ Contrôle 2008 : Collisionneur.

Afin de percer les secrets de la matière, l'Organisation Européenne pour la Recherche Nucléaire (le CERN) a mis en service en 2008 entre la France et la Suisse la machine la plus complexe de tous les temps : le LHC (Large Hadron Collider), un grand anneau circulaire de **13,5 km de rayon** pour accélérer les particules.

Quel est la longueur (en km) de cet anneau ? *Valeur exacte puis une valeur approchée à l'unité en prenant pour  $\pi$  :  $\pi \approx 3$ .*



④ Contrôle 2010 : Cinémaths.

Avatar de James Cameron sorti en 2009 est l'un des films les plus chers de toute l'histoire du Cinéma mais aussi celui qui a gagné le plus d'argent (hors inflation) !

André San Frappé décide d'aller le voir au cinéma « Le Grand Rex » à Paris, ce samedi à la séance de 17h20. Le film commence 15 minutes plus tard après la publicité et se termine à 20h16.



1. A quelle heure commence le film ? A ..... h ..... min
2. Combien de temps dure ce film Avatar ?

Synthèse :

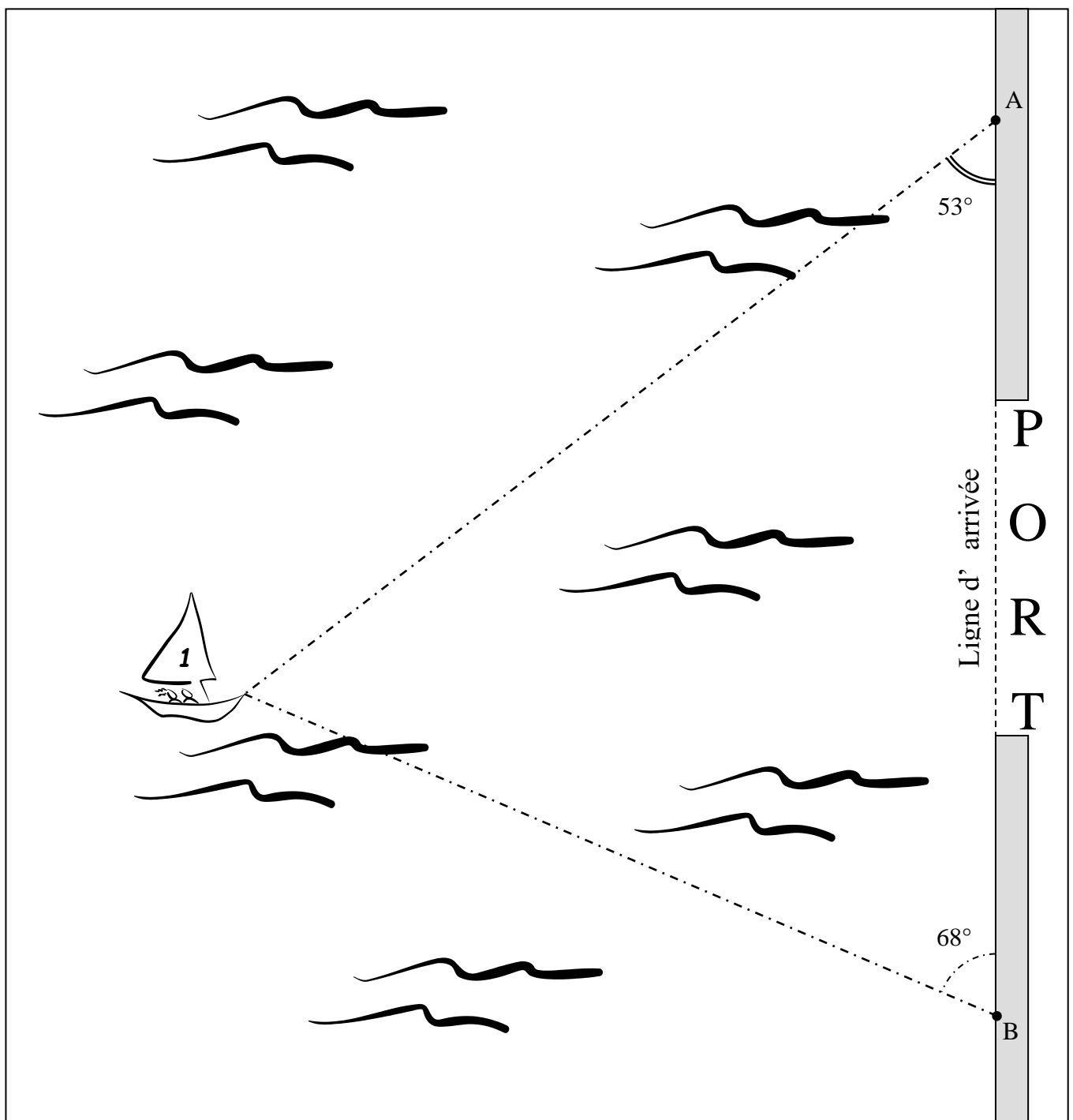
Calcul horaire



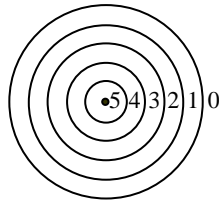
# L'ARRIVÉE DE LA RÉGATE

- Pour repérer l'arrivée des bateaux, 2 juges sont placées en 2 points A et B de la jetée du port.
- Grâce à un sextant (appareil de mesure visuelle des angles), le juge en A voit le bateau ① avec un angle de  $53^\circ$  par rapport à la jetée ; tandis que le juge en B lui voit  $68^\circ$ .
- Le tableau ci-dessous donne en colonne les 2 angles vus de A et de B pour les 6 bateaux de la régata.
- Replacer chacun de ces bateaux sur le dessin ci-dessous et donner le classement provisoire.

Bateau	①	②	③	④	⑤	⑥
Angle $\widehat{A}$	$53^\circ$	$60^\circ$	$80^\circ$	$47^\circ$	$34^\circ$	$45^\circ$
Angle $\widehat{B}$	$68^\circ$	$52^\circ$	$26^\circ$	$57^\circ$	$68^\circ$	$87^\circ$



# LA GRANDE OURSE<sup>4</sup> ET LE RAPPORTEUR



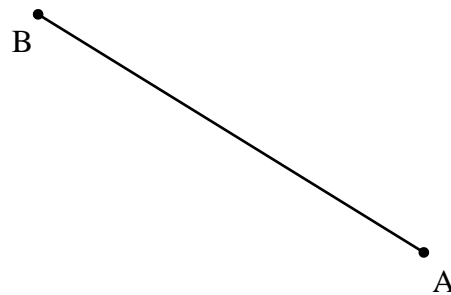
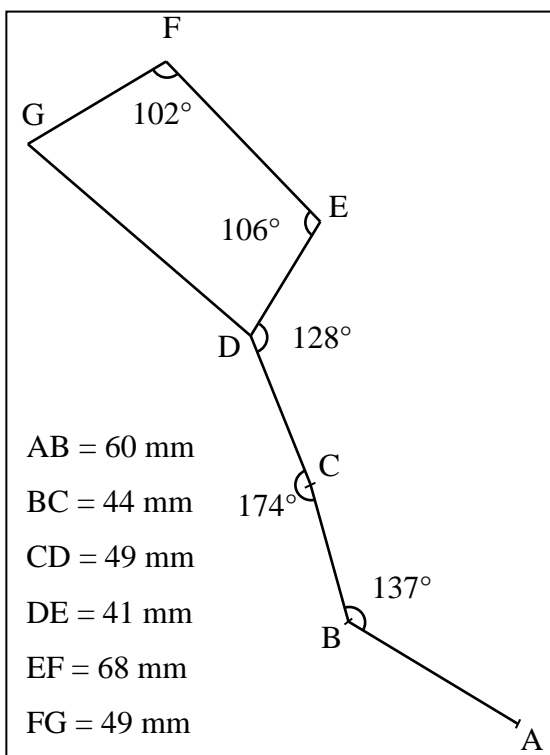
Ci-contre en bas le schéma de la Grande Ourse.

1. Reproduire cette figure à l'aide d'une règle graduée et d'un rapporteur, le segment  $[AB]$  ayant déjà été tracé.

2. Quand la figure est finie, tracer les diagonales du quadrilatère  $DEFG$ .

Elles se coupent en un point de la cible qui indique (sur 5) la précision de votre figure.

Recommencer la figure si moins de 4.



<sup>4</sup> Qu'est ce que la Grande Ourse ? Pourquoi lui a-t-on donné le nom de Grande Ourse alors que cela ressemble à une casserole ?!

## **VIII. POUR PREPARER LE TEST ET LE CONTROLE.**

- **Faire en temps limité les évaluations des années précédentes sur mon site ([//yalamaths.free.fr](http://yalamaths.free.fr), espace 6<sup>ème</sup>, Mesures et Angles).**
- **Comparer avec les corrigés. Refaire si besoin.**

### **A. Conseils :**

- **Croquis lisible et complet (noms des points, mesures, codages)** avant de construire une figure.
- Etre précis dans le nom des angles : noms à 3 lettres avec sommet au milieu.
- Bien connaître la classification des angles.

### **B. Erreurs à ne pas faire :**

- Utilisation du rapporteur : Sommet de l'angle qui ne coïncide pas avec le centre du rapporteur !  
Diamètre du rapporteur ne coïncidant pas avec le côté de l'angle déjà tracé !  
Lire la mesure sur le rapporteur au lieu de compter à partir du bon 0°.  
Compter à partir du mauvais côté du rapporteur !
- **Ne pas faire de croquis ! Ou faire un croquis incomplet !**

### **C. Remplir le tableau de compétences sur la fiche de contrat :**

Quel est l'intitulé du prochain contrat ? .....

Perle du Bac 2012 : « N'ayant pas compris cette question, mais afin de vous montrer que je connais mon cours, je me permets de répondre à une question de mon choix. »

Perle du Bac 2004 : « Pour mieux conserver la glace, il faut la geler. »

Perle du Bac 2005 : « Le passé simple est un passé composé du présent, du futur et de l'imparfait. »

Perle du Bac 2004 : « Grâce à la structure de son œil, un aigle est capable de lire un journal à 1 400 m. »