

LES ANGLES GEOMETRIQUES

« *Les Mathématiques* représentent essentiellement le langage théorique universel. C'est-à-dire qu'à mon avis, les seules possibilités rigoureuses d'accéder à une pensée ayant validité universelle se font par les Mathématiques ou par des lois mathématiques. » Einstein¹.

I.	Introduction. _____	2
II.	Définition d'un angle géométrique. _____	2
III.	Mesure d'un angle. _____	3
IV.	Constructions d'angles. _____	6
V.	Angles particuliers ; Classification. _____	7
VI.	Angles et triangles : Constructions. _____	9
VII.	Exercices récapitulatifs. _____	10
VIII.	Pour préparer le contrôle. _____	14

- Matériel : Pour ce cours, vous aurez besoin de votre matériel de géométrie et en particulier du **rapporteur** !
- Pré requis pour prendre un bon départ :

	A refaire	A revoir	Maîtrisé
Construire, reproduire un triangle ou une figure à l'aide d'un compas.			

¹ **Albert Einstein** (14 mars 1879 à Ulm, Allemagne - 18 avril 1955 à Princeton, New Jersey, États-Unis) physicien allemand, puis apatriote (1896), suisse (1899), et enfin suisse-américain (1940).

Il a publié la [théorie de la relativité restreinte](#) en 1905 et celle de la relativité générale en 1915. Il a largement contribué au développement de la [mécanique quantique](#) et de la [cosmologie](#). Il a reçu le [prix Nobel](#) de physique en 1921 pour son explication de l'[effet photoélectrique](#). Son travail est notamment connu pour l'équation $E=mc^2$ qui explique la puissance de l'énergie nucléaire.

Nom et Prénom :

6^{ème}

I. INTRODUCTION.

➤ Voici une figure que tous les enfants du monde connaissent ! Dessinez à main levée « la même » figure, en plus petit puis en plus grand (à peu près et rapidement !).



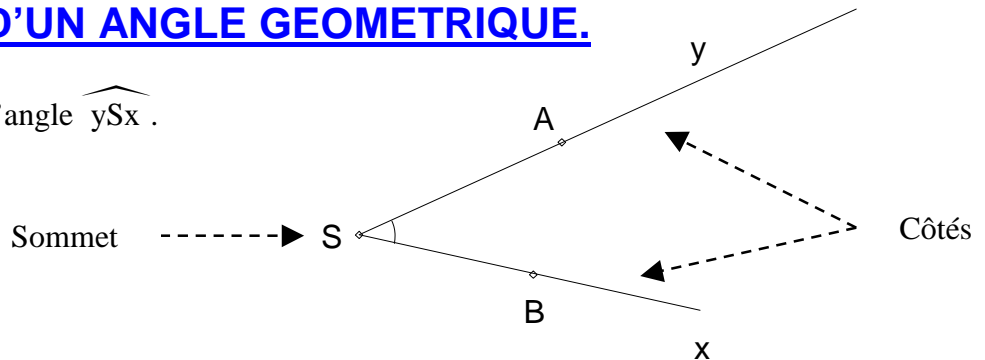
Les « écartements » entre les côtés ont ils changé ? Bien sûr que !

➤ Lorsqu'on veut reproduire des figures de manière « semblable » (plus grandes ou plus petites que la figure originale mais exactement de même forme), on ressent tout de suite le besoin de savoir mesurer un « écartement » entre deux demi droites.

Ainsi apparaît les notions d'angle géométrique (« l'écartement ») et de mesure d'angle.

II. DEFINITION D'UN ANGLE GEOMETRIQUE.

➤ Figure : Voici dessiné l'angle \widehat{ySx} .



Cet angle a d'autres noms : \widehat{ASB} ou \widehat{BSA} ou \widehat{BSy} ou \widehat{ySB} ou \widehat{ASx} ou \widehat{xSA} .

Trois Définitions :

- ❶ Un **angle** est un objet géométrique formé par 2 demi droites ayant le même point « origine ».
- ❷ Ce point commun « origine » s'appelle le de l'angle.
- ❸ Les 2 demi droites s'appellent les de l'angle.

Notation : Un angle de sommet U formé par [UF) et [UN) se note *en 3 lettres*, le sommet de l'angle étant le point au milieu du nom².

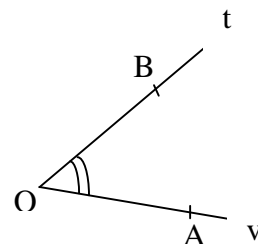
Et on code l'angle avec un petit arc de cercle (voire deux) sur la figure.

➤ Exercice ① : Voici dessiné un angle.

On le note ou ou ou

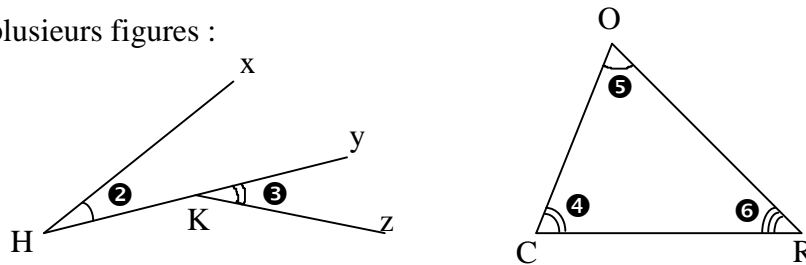
Le point O est son

Les demi-droites et sont ses



² Parfois, on le note \widehat{U} . **Attention**, cette notation est **source de nombreuses erreurs** de la part des élèves quand il y a plusieurs angles ayant le même sommet !

➤ Exercice ② : Voici plusieurs figures :



Compléter le tableau suivant ligne après ligne :

Angle	Nom	Sommet	Côtés
④			
	\widehat{KHx}		
		K	(zK] et (yK]
			[Hy) et [Hx)
		R	

III. MESURE D'UN ANGLE.

Pour connaître « l'écartement » entre 2 demi-droites de même origine, on doit savoir mesurer un angle.

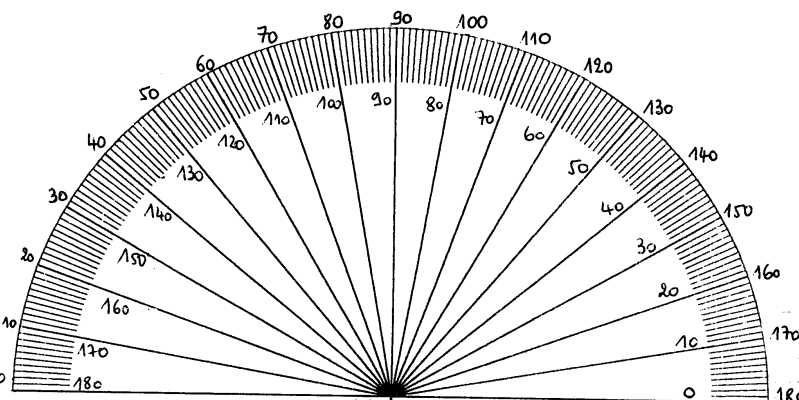
A. Unité :

Il existe 3 unités pour mesurer les angles. Au collège, on utilisera uniquement le **degré** (noté $^\circ$).³

Remarque : Le degré n'est pas l'unité du Système International pour les angles. C'est le radian, qui sera vu en Seconde.

B. Le rapporteur :

➤ Pour mesurer des angles, nous utiliserons un instrument en forme de demi lune : le



Un rapporteur est en général gradué de $^\circ$ à $^\circ$, **dans les deux sens** pour qu'il soit plus pratique à utiliser (comme celui qui est dessiné).

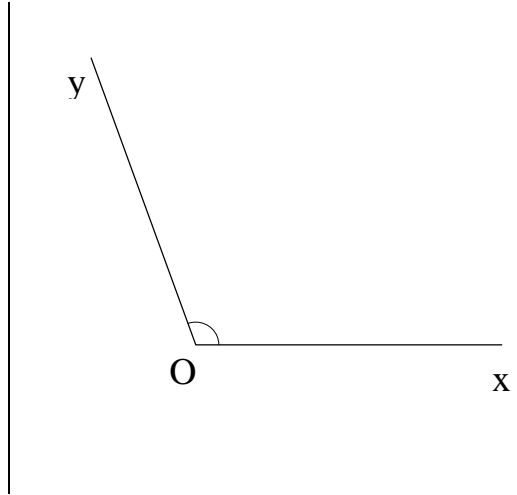
En est-il de même pour ton rapporteur ? Si non, vas vite en acheter un, gradué dans les 2 sens !

³ 1 degré est la mesure de l'angle au centre d'un disque qu'on aurait partagé en 360 angles de même mesure.

➤ Comment mesure-t-on un angle avec le rapporteur ?

Méthode en étapes

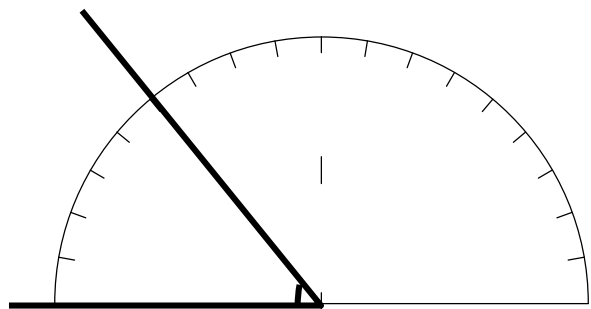
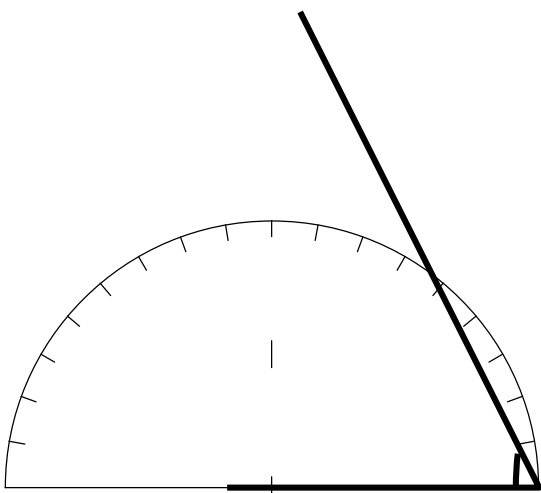
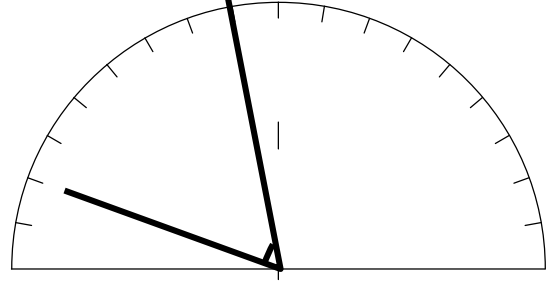
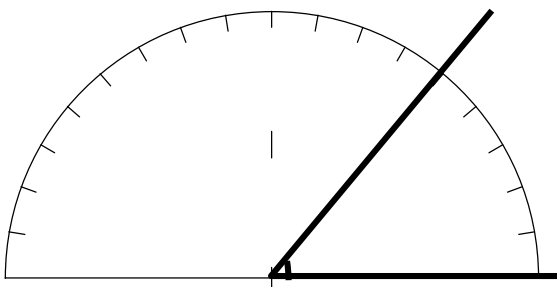
- ❶ Placez le centre du rapporteur sur le de l'angle.
- ❷ Faites bien coïncider l'une des 2 graduations « 0° » avec l'un des deux de l'angle.
- ❸ Lire la mesure de l'angle *en partant du 0° choisi* à l'étape 2, jusqu'à l'endroit où l'autre côté de l'angle « coupe » le rapporteur (allonger les côtés si besoin).
- ❹ $\widehat{xOy} \approx \dots\dots\dots$



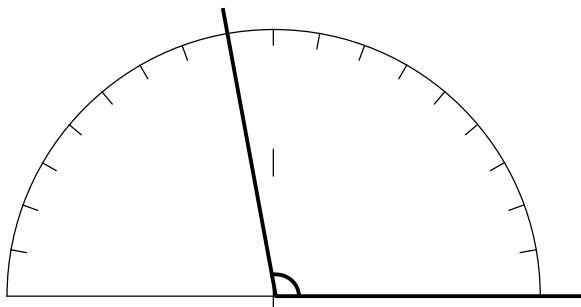
➤ Trois conseils :

- ❶ Bien faire coïncider le centre du rapporteur avec le sommet de l'angle.
- ❷ Bien faire coïncider le 0° du rapporteur (qui est à l'horizontal) avec le côté de l'angle déjà dessiné.
- ❸ Ne pas se tromper de sens lorsqu'on lit la mesure.

➤ Exercice ①: Les rapporteur sont ils bien placés ? Si non, *expliquer pourquoi*, puis donner la mesure de chaque angle (les graduations sont de 10° en 10° sur les rapporteurs dessinés).



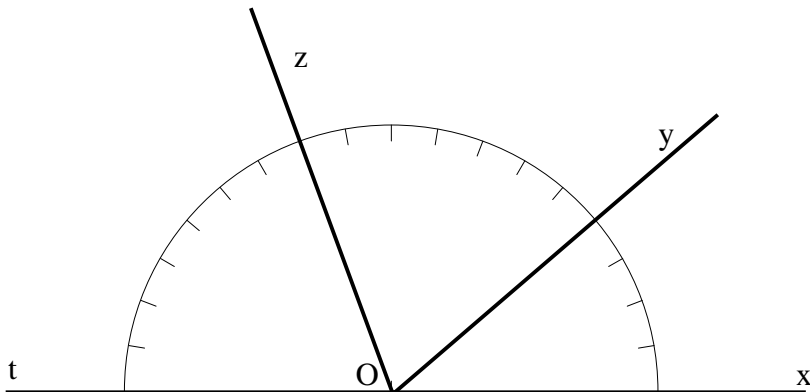
➤ **Exercice ②** : Sans réfléchir, je lis 80° pour la mesure de l'angle ci contre. Pourquoi ai-je faux !



Sans utiliser de rapporteur, donner la bonne mesure de l'angle :

➤ **Exercice ③** :

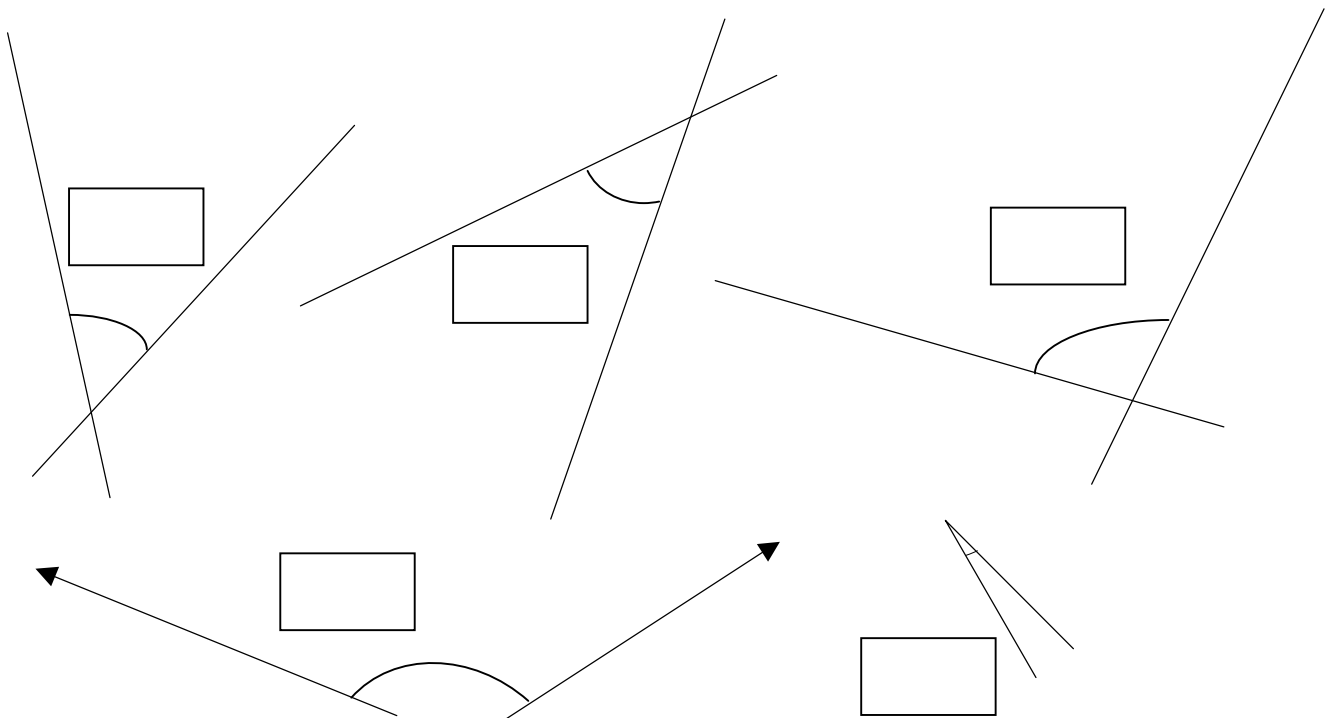
Sans utiliser de rapporteur, donnez la mesure des angles suivants :



$\widehat{xOy} =$
$\widehat{tOy} =$
$\widehat{zOx} =$
$\widehat{tOz} =$

➤ **Exercice ④** :

Donne, à l'aide de ton rapporteur, une mesure en degré de l'angle dans chacune des figures (quitte à prolonger les côtés de l'angle si besoin) :



Vous amusez vous bien ?

IV. CONSTRUCTIONS D'ANGLES.

A. Construction au rapporteur :

Il s'agit de construire un angle \widehat{ABC} de mesure 120° :

Méthode en étapes

- ❶ Placer le sommet puis tracer la demi-droite ou la demi-droite
- ❷ A partir de ce côté, mesurer 120° avec le (attention au sens !) puis placer le 3^{ème} point
- ❸ Tracer la [.....).

Figure

Maintenant qu'on sait mesurer et construire un angle, on va pouvoir reproduire un angle de même mesure qu'un angle déjà dessiné. Il y a 2 méthodes :

B. Reproduction d'un angle en utilisant le rapporteur :

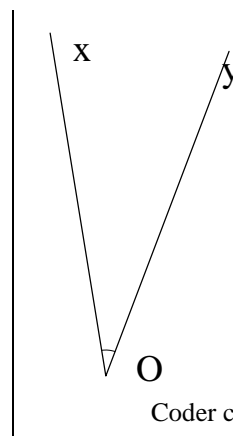
Il s'agit de construire un angle \widehat{nRj} de même mesure que \widehat{yOx} ci contre :

Méthode en étapes

- ❶ Mesurer l'angle déjà dessiné : $\widehat{yOx} = \dots\dots\dots$
- ❷ Tracer une demi droite [Rj) quelconque.
- ❸ A l'aide du rapporteur, placer un point n tel que :

$$\widehat{nRj} = \widehat{yOx} = \dots\dots\dots^\circ$$

- ❹ Tracer la demi droite [.....).



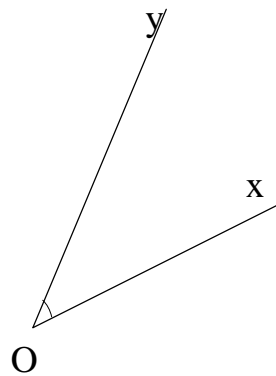
C. Reproduction d'un angle en utilisant le compas :

Il s'agit de construire au compas un angle \widehat{NRJ} de même mesure que \widehat{yOx} ci contre :

Méthode en étapes

En fait, on va placer un point A sur un côté de l'angle dessiné et un point B sur l'autre côté et on va reproduire le triangle AOB au compas.

- ❶ Placer A sur [Oy) et B sur [.....).
- ❷ Construire à la règle et au compas un triangle NRJ identique à AOB, (attention à l'ordre des points N, R et J ; effacer [NJ]).
- ❸ Prolonger les demi droites [RN) et [RJ) puis placer le codage pour l'angle \widehat{NRJ} .



V. ANGLES PARTICULIERS ; CLASSIFICATION.

➤ Voici les 5 angles particuliers à connaître et leurs noms :

Dessine un angle \widehat{DEF} dont les 2 côtés sont superposés.

\widehat{DEF} est un **angle nul** et $\widehat{DEF} = \dots\dots\dots^\circ$

Dessine un angle \widehat{GHI} dont les 2 côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

\widehat{GHI} est un **angle plat** et $\widehat{GHI} = 180^\circ$

Dessine un angle \widehat{ABC} dont les 2 côtés [BA) et [BC) sont perpendiculaires. (codage !)

\widehat{ABC} est un **angle** et $\widehat{ABC} = \dots\dots\dots^\circ$

Dessine un angle \widehat{MNO} plus grand que l'angle nul mais plus petit que l'angle droit.

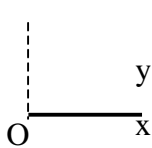
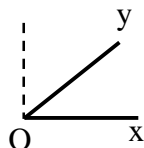
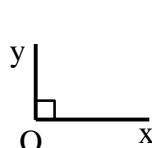
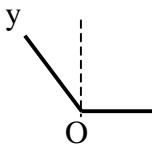
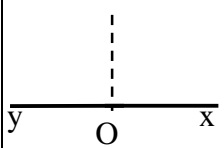
\widehat{MNO} est un **angle aigu**
et $\dots\dots\dots^\circ < \widehat{MNO} < \dots\dots\dots^\circ$

Dessine un angle \widehat{JKL} plus grand que l'angle droit mais plus petit que l'angle plat.

\widehat{JKL} est un **angle obtus**
et $\dots\dots\dots^\circ < \widehat{JKL} < \dots\dots\dots^\circ$

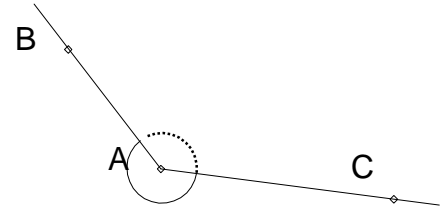
A. Classification croissante des angles selon leurs mesures :

On va classer les angles suivant l'ordre croissant de leur mesure.

Catégorie d'angle :
Figure :					
Mesure :	$\widehat{xOy} = \dots\dots\dots^\circ$	$\dots\dots\dots^\circ < \widehat{xOy} < \dots\dots\dots^\circ$	$\widehat{xOy} = \dots\dots\dots^\circ$	$\dots\dots\dots^\circ < \widehat{xOy} < \dots\dots\dots^\circ$	$\widehat{xOy} = \dots\dots\dots^\circ$

➤ **Remarque :**

Lorsqu'on regarde deux demi droites de même origine, on se rend compte en fait qu'on a deux angles : un « petit » angle codé par un petit arc de cercle (en pointillé sur la figure), et un « grand » angle codé par un grand arc de cercle à « l'extérieur ».

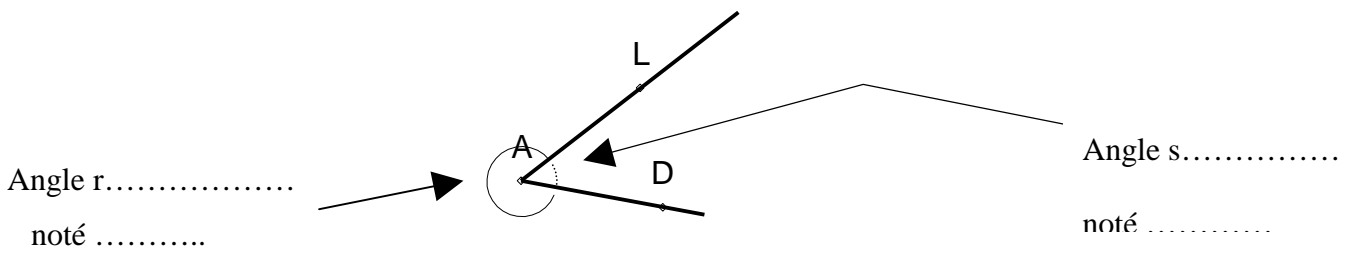


- Le **petit angle s'appelle un angle saillant** et est noté \widehat{BAC} .

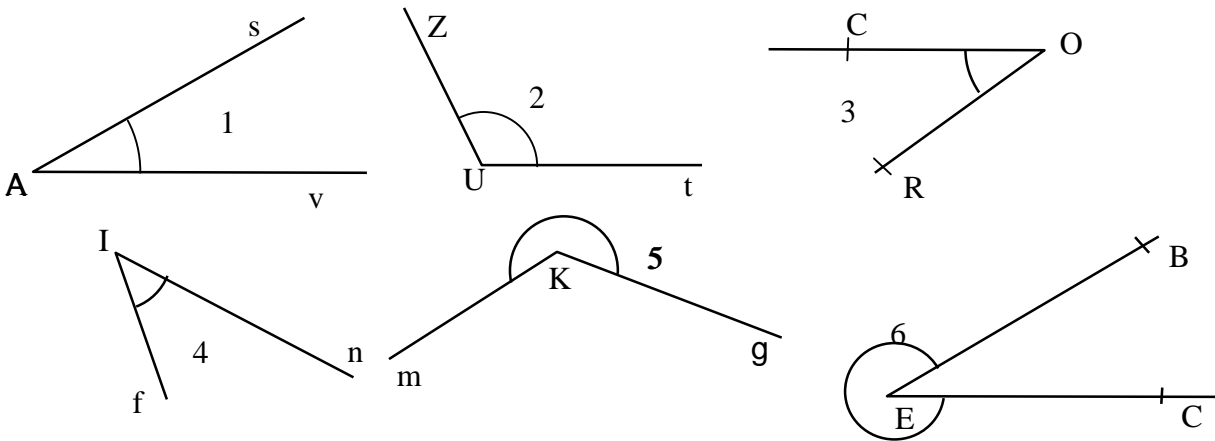
Et on a $0^\circ < \widehat{BAC} < 180^\circ$. Donc un angle saillant est un angle plus petit qu'un angle plat.....

- Le **grand angle s'appelle un angle rentrant** et est noté $\frown BAC$.

Et on a $180^\circ < \frown BAC < 360^\circ$. Donc un angle rentrant est un angle plus qu'un angle plat.



➤ **Exercice :** Complétez le tableau comme pour l'angle n°1. Certaines cases peuvent être vides !



	1	2	3	4	5	6
Nom de l'angle	\widehat{sAv}					
Saillant ou rentrant	saillant					
Aigu ou obtus	aigu					

VI. ANGLES ET TRIANGLES : CONSTRUCTIONS.

A. A partir des longueurs des 3 côtés (rappel) :

Méthode générale pour tracer une figure à partir d'un énoncé :

① Sans suivre le plan de construction, on fait d'abord un croquis à main levée, lisible, et complet, de la figure pour avoir une idée de sa forme.

On reporte sur ce croquis les informations données par l'énoncé (longueurs, angles, codages etc.)

② Puis, on suit le plan de construction, **étape par étape**, à la règle et au compas, pour construire proprement la figure.

Attention aux notations !

Pour tracer un triangle quelconque au compas et à la règle graduée, il suffit de connaître ses 3 longueurs (2 voire 1 longueurs seulement quand le triangle est spécial).

➤ Tracez le triangle ABC sachant que $AB = 8$ cm, $AC = 3$ cm, $BC = 6$ cm.

Plan de construction en étapes

① Tracer le segment (*le plus grand en général*)

..... de longueur cm.

② Construire au compas le point tel que :

..... = cm et = cm.

③ Tracer et

Figure (croquis d'abord)

B. A partir d'un angle et des 2 longueurs adjacentes :

On utilise en plus de la règle graduée et du compas, le rapporteur.

Et on fait avant un petit croquis complet avec les mesures pour se faire une idée.

Tracez le triangle UFN sachant que $\widehat{UFN} = 20^\circ$, $UF = 4$ cm et $FN = 6$ cm.

Plan de construction en étapes

① Tracer le segment (*le plus grand en général*)

..... de longueurcm.

② Construire au rapporteur l'angle tel que :

..... = $^\circ$

③ Placer le troisième point tel que :

..... =cm

Puis tracer

Figure (croquis d'abord)

C. A partir de la longueur d'un côté et des 2 angles adjacents à ce côté :

On utilise en plus de la règle graduée et du compas, le

Et on fait avant un petit croquis complet avec les mesures pour se faire une idée.

Tracez le triangle BOL sachant que $BO = 5\text{cm}$, $\widehat{OBL} = 40^\circ$ et $\widehat{BOL} = 50^\circ$.

Plan de construction en étapes

- ① Tracer le segment de longueur cm.
- ② Construire au rapporteur l'angle tel que :
..... =°
- ③ Construire au rapporteur l'angle tel que :
..... =°
- ④ Placer le troisième point

Figure (croquis d'abord)

D. Remarques sur les constructions :

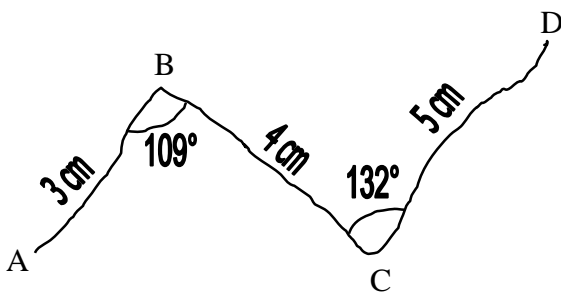
- Pour pouvoir construire un triangle, combien faut-il toujours au minimum d'informations ?

Exemples : Triangle dont on connaît 2 angles et 1 longueur —————> informations.

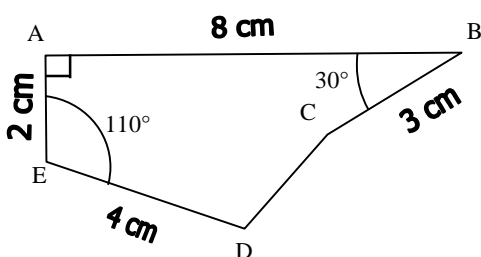
Triangle rectangle isocèle et 1 longueur —————> informations.

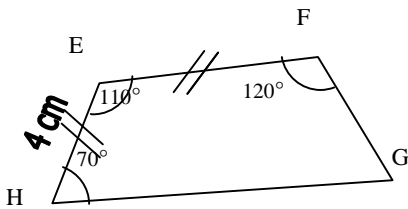
VII. EXERCICES RECAPITULATIFS.

- Exercice ① : Reproduis les 3 figures suivantes en vraie grandeur.



Calculer $\mathcal{L}(ABCD) =$





➤ Exercice ② :

Construis un quadrilatère ABCD tel que :

$AB = 5 \text{ cm}$, $\widehat{ABC} = 90^\circ$, $BC = 3 \text{ cm}$;

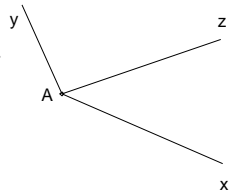
$\widehat{BCD} = 70^\circ$ et $\widehat{BAD} = 120^\circ$.

(faire d'abord un croquis !)

➤ Exercice ③ : Calculer l'angle \widehat{xAy} sachant que :

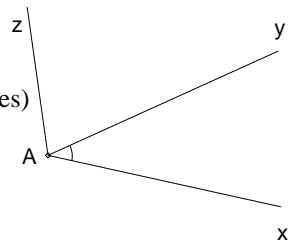
① $\widehat{zAx} = 40^\circ$ et \widehat{yAz} est un angle droit.

(Méthode par addition d'angles)



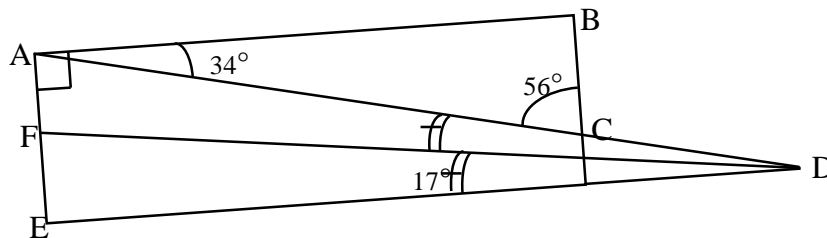
② $\widehat{zAx} = 110^\circ$ et $\widehat{zAy} = 80^\circ$.

(Méthode par soustraction d'angles)



➤ Exercices : n°56 ; 57 ; 59 p.271 et n°60 ; 62 ; 63 p.272 à faire sur le cahier d'exercices ou en face.

➤ Exercice ④ :



1. Calculer la mesure de l'angle \widehat{FAD} .

2. Calculer la mesure de l'angle \widehat{BCD} .

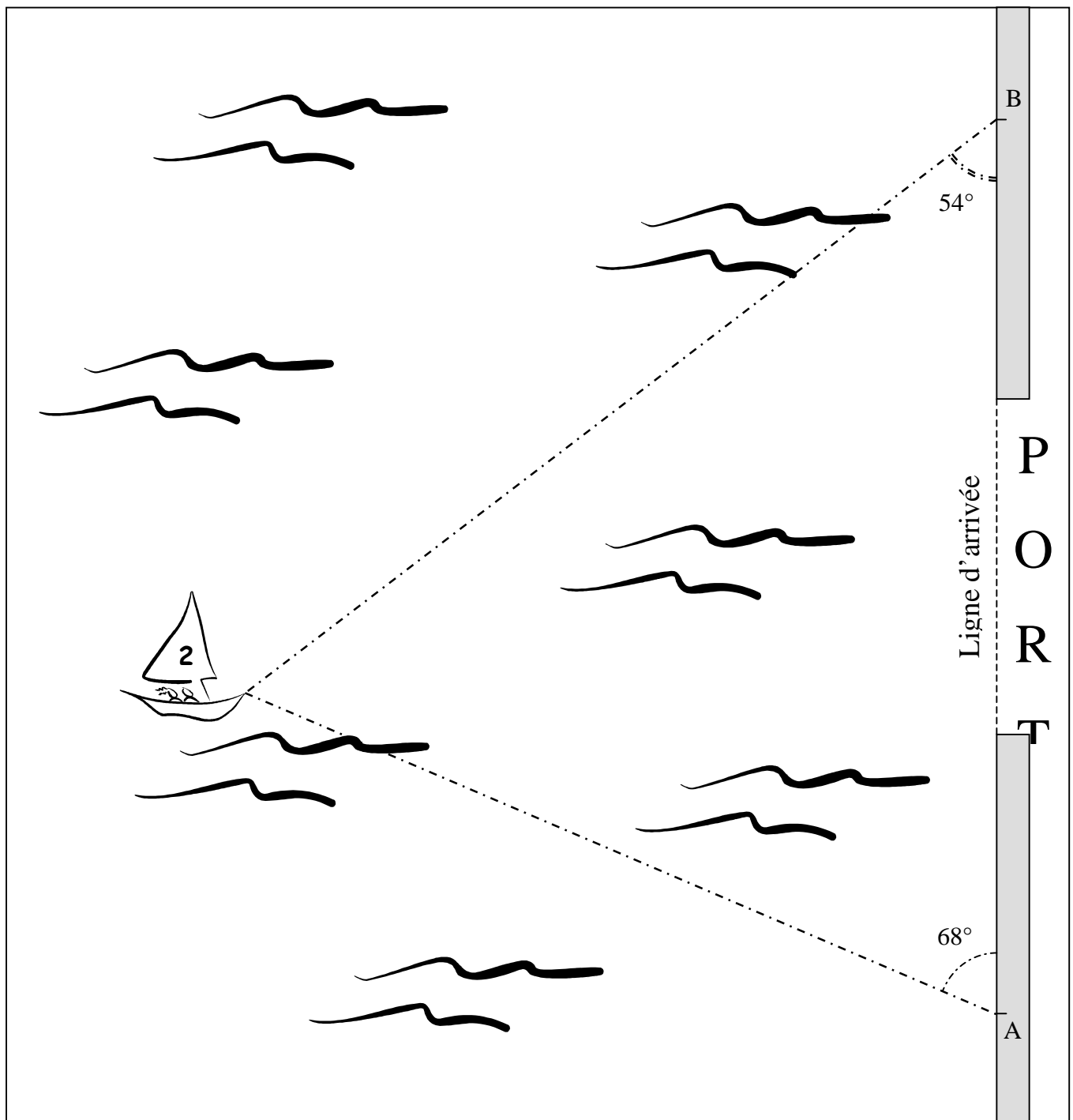
3. Que représente la droite (DF) pour l'angle \widehat{ADE} ?

4. En déduire la mesure de l'angle \widehat{ADE} .

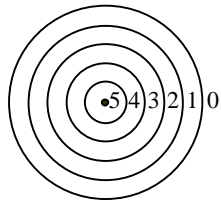
L'ARRIVÉE DE LA RÉGATE

- Pour repérer l'arrivée des bateaux 2 personnes se sont placées en deux points A et B de la jetée. Elles ont mesuré que l'angle sous lequel on voit le bateau n°2 par rapport à la jetée est de 68° depuis le point A et de 54° depuis le point B.
- Le tableau ci-dessous donne les angles pour les 6 bateaux de la régata. Remplacez chacun de ces bateaux sur le plan ci-dessous et donnez le classement provisoire.

bateau	①	②	③	④	⑤	⑥
angle \widehat{A}	52°	68°	26°	57°	68°	87°
angle \widehat{B}	60°	54°	80°	47°	34°	45°

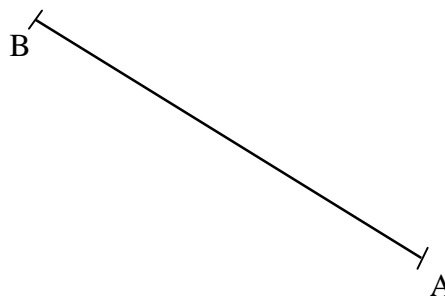
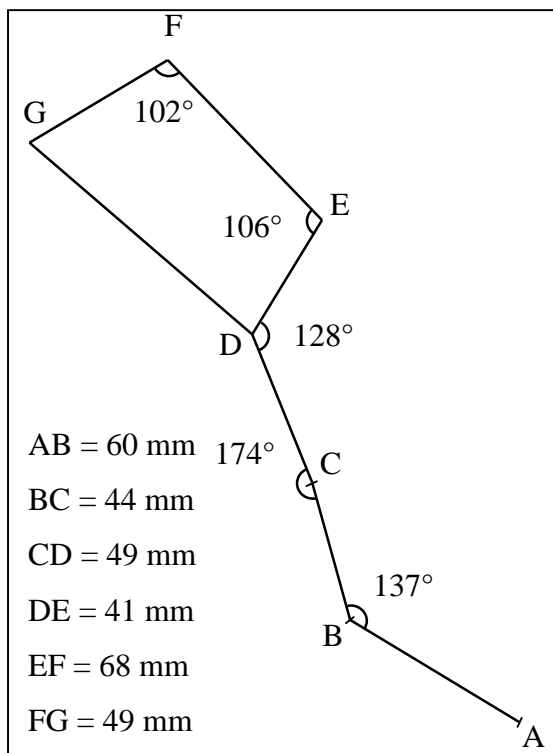


LA GRANDE OURSE⁴ ET LE RAPPORTEUR



En bas et à gauche de cette feuille se trouve une figure (c'est la Grande Ourse). Reproduis-la avec ta règle graduée et ton rapporteur en ne tenant compte que des indications portées sur la figure.

- Nous avons déjà reproduit le segment $[AB]$. Continue en partant de B.
- Lorsque tu auras fini, trace les diagonales du quadrilatère $DEFG$. Elles se coupent en un point qui doit tomber au centre de la cible si tes tracés sont précis.



⁴ Cherchez dans un dictionnaire ce qu'est la Grande Ourse.

VIII. POUR PREPARER LE CONTROLE.

A. Je dois savoir :

- Remplissez ce tableau :

	A refaire	A revoir	Maîtrisé
Nommer une angle : par son sommet et un point de chaque côté. par son sommet et les directions de ses côtés.			
Mesurer un angle avec le rapporteur.			
Tracer un angle de mesure donnée en utilisant un rapporteur.			
Reproduire un angle à l'identique au compas ou au rapporteur.			
Construction de triangles dont on connaît un ou plusieurs angles.			
Construire une figure complexe dont on connaît un ou plusieurs angles.			
Classification, définition et mesure des angles particuliers.			
Calculer la mesure d'un angle par addition ou par soustraction.			
Aimer les angles.			

- **Pour préparer le contrôle : p.276 et 277.**

B. Conseils :

- Croquis **complet (mesures, codages, points)** avant de construire une figure.
- Soyez précis dans le nom des angles : noms à 3 lettres avec sommet au milieu.
- Bien connaître la classification des angles.
- Calcul d'angles : par addition d'angles plus petits ou par soustraction d'angles plus grands.

C. Erreurs à ne pas faire :

- Utilisation du rapporteur : Sommet de l'angle qui ne coïncide pas avec le centre du rapporteur !
Graduation 0° qui ne coïncide pas avec le côté de l'angle déjà dessiné !
Lire dans le mauvais sens le rapporteur !
- Confondre angle obtus et angle rentrant.

D. Fiche de révision à faire :

Quel est l'intitulé du prochain contrat ?