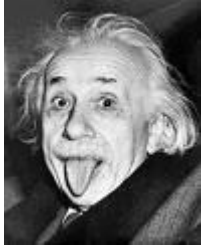


# CORRIGE LES ANGLES GEOMETRIQUES

**Me prévenir de toute erreur éventuelle.**



« *Les Mathématiques* représentent essentiellement le langage théorique universel. C'est-à-dire qu'à mon avis, les seules possibilités rigoureuses d'accéder à une pensée ayant validité universelle se font par les Mathématiques ou par des lois mathématiques. » Einstein<sup>1</sup>.

<b>I.</b>	Introduction. _____	2
<b>II.</b>	Définition d'un angle géométrique. _____	2
<b>III.</b>	Mesure d'un angle. _____	3
<b>IV.</b>	Constructions d'angles. _____	6
<b>V.</b>	Cinq Angles particuliers ; classification. _____	7
<b>VI.</b>	Angles et triangles : Constructions. _____	8
<b>VII.</b>	Révisions sur tout Le contrat 5 (2 livrets). _____	9

- Matériel : Pour ce cours, vous aurez besoin de votre matériel de géométrie et en particulier du **rapporteur** !
- Pré requis pour prendre un bon départ :

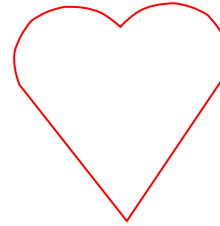
	A refaire	A revoir	Maîtrisé
Construire, reproduire un triangle ou une figure à l'aide d'un compas.			

<sup>1</sup> **Albert Einstein** (14 mars 1879 à Ulm, Allemagne - 18 avril 1955 à Princeton, New Jersey, États-Unis) physicien allemand, puis apatride (1896), suisse (1899), et enfin suisse-américain (1940).

Il a publié la théorie de la relativité restreinte en 1905 et celle de la relativité générale en 1915. Il a largement contribué au développement de la mécanique quantique et de la cosmologie. Il a reçu le prix Nobel de physique en 1921 pour son explication de l'effet photoélectrique. Son travail est notamment connu pour l'équation  $E=mc^2$  qui explique la puissance de l'énergie nucléaire.

## I. INTRODUCTION.

➤ Ci-dessous une figure que tous les enfants du monde connaissent ! Dessiner à main levée une figure **semblable**, en plus petit ou en plus grand (à peu près et rapidement !).



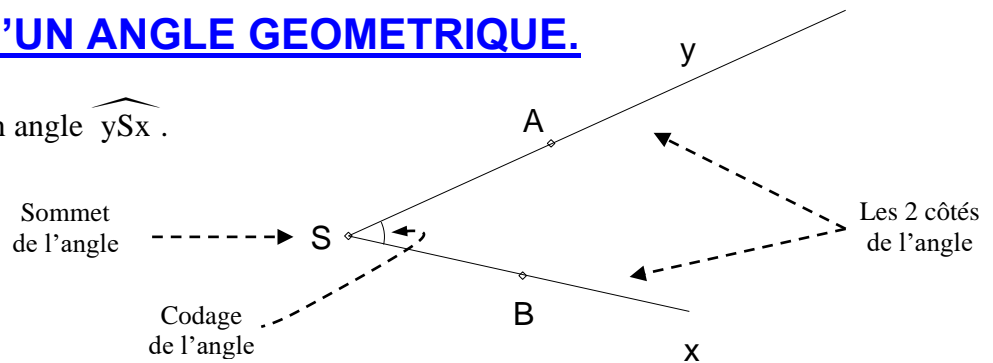
Les longueurs ont-elles changé ? **Oui**. Les « inclinaisons » entre les côtés ont-ils changé ? **Non** !

➤ Lorsqu'on veut reproduire des figures de manière « semblable » (agrandissement ou réduction de la figure originale), on ressent tout de suite le besoin de savoir mesurer une « inclinaison » entre deux demi-droites.

Ainsi apparaît les notions d'angle géométrique et de mesure d'angle (« l'inclinaison »).

## II. DEFINITION D'UN ANGLE GEOMETRIQUE.

➤ Figure : Voici dessiné un angle  $\widehat{ySx}$ .



Cet angle a d'autres noms :  $\widehat{ASB}$  ou  $\widehat{BSA}$  ou  $\widehat{BSy}$  ou  $\widehat{ySB}$  ou  $\widehat{ASx}$  ou  $\widehat{xSA}$ .

• Trois définitions :

- ❶ Un **angle** est un objet géométrique formé par 2 demi-droites ayant le même point « **origine** ».
- ❷ Ce point commun « origine » s'appelle le **sommet** de l'angle.
- ❸ Les 2 demi-droites s'appellent les **côtés** de l'angle.

• Notation : Un angle de **sommet U** formé par ses deux côtés [UF) et [UN) se note tout simplement *en 3 lettres sous un chapeau* :  $\widehat{FUN}$ , le sommet U de l'angle correspondant à la pointe du chapeau<sup>2</sup>.

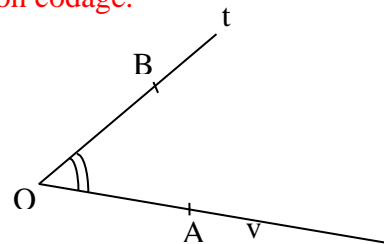
• Codage : On code l'angle avec un arc de cercle. Repasser **en rouge le codage** sur la figure plus haut.

➤ Application : Voici dessiné un angle. Repasser **en rouge son codage**.

Le point O est son **sommet**.

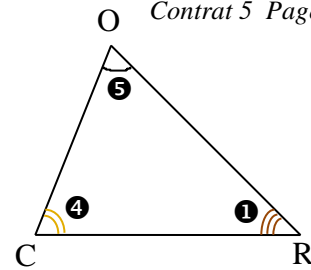
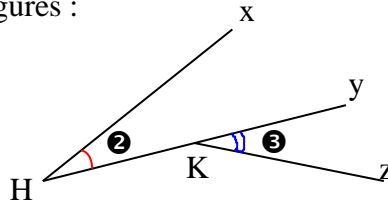
Les 2 demi-droites [Ot) et [OA) sont ses deux **côtés**.

Son nom est  $\widehat{BOA}$  ou  $\widehat{AOB}$  ou  $\widehat{vOB}$  ou  $\widehat{tOV}$ .



<sup>2</sup> Parfois, on le note  $\widehat{U}$  avec un seul point. **Attention**, cette notation est **source de nombreuses erreurs** de la part des élèves quand il y a plusieurs angles ayant le même sommet !

➤ Exercice : Voici plusieurs figures :



Compléter le tableau suivant **ligne après ligne** :

Angle	Sommet	Côtés (Attention aux notations)	Nom
4	C	[CO) et [CR)	$\widehat{OCR}$
2	H	[Hx) et [Hy)	$\widehat{KHx}$
3	K	(zK] et (yK]	$\widehat{zKy}$
2	H	[Hy) et [Hx)	$\widehat{yHx}$
1	R	[RC) et [RO)	$\widehat{CRO}$

### III. MESURE D'UN ANGLE.

Pour connaître « l'inclinaison » entre 2 demi-droites de même origine, il faut savoir mesurer un angle.

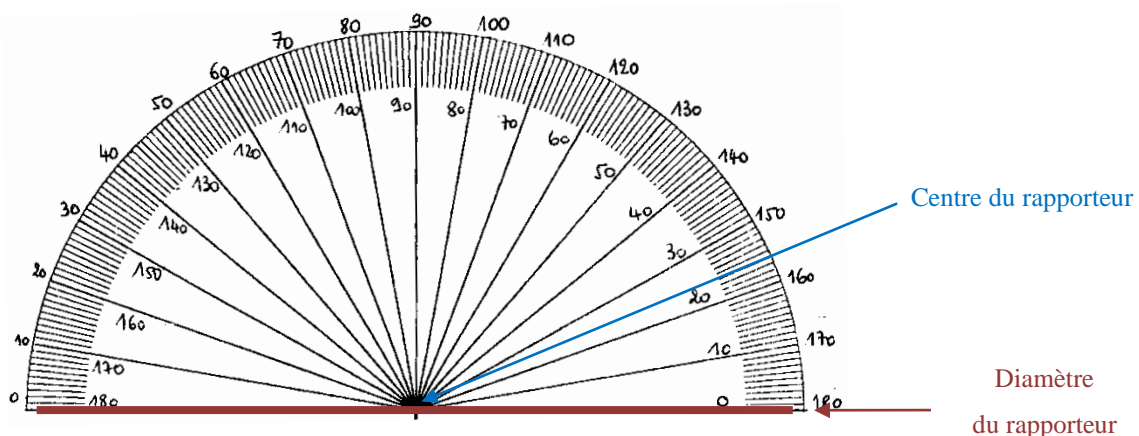
#### A. Unité de mesure d'angle :

Il existe 3 unités pour mesurer les angles. Au collège, on utilisera uniquement le **degré** (noté « ° »).<sup>3</sup>

Remarque : Le degré n'est pas l'unité du Système International pour les angles. C'est le radian, qui sera vu en Seconde.

#### B. Le rapporteur :

Pour mesurer des angles, nous utiliserons un instrument en forme de demi-disque : le **Rapporteur**.



Un rapporteur est en général gradué de **0° à 180°**, **dans les deux sens** pour qu'il soit plus pratique à utiliser (comme celui qui est dessiné). **Il doit être en plastique souple et tenir dans la trousse.**

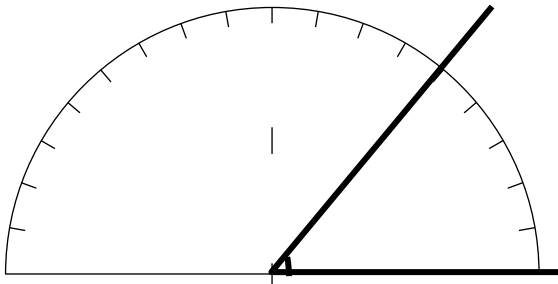
En est-il de même pour ton rapporteur ? ..... Si non, vas vite en acheter un, gradué dans les 2 sens !

<sup>3</sup> 1 degré est la mesure de l'angle au centre d'un disque qu'on aurait partagé en 360 angles de même mesure.

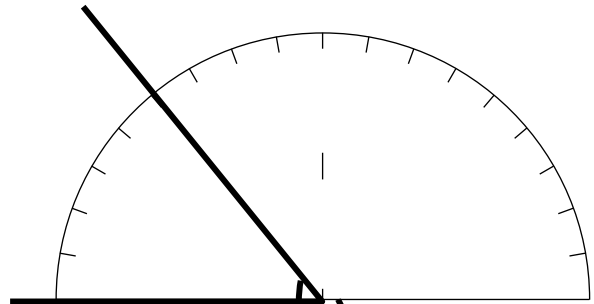
### C. Mesurer un angle avec le rapporteur : 3 conditions nécessaires !

- ❶ Le centre du rapporteur doit être sur le sommet de l'angle.
- ❷ Le diamètre du rapporteur doit être sur l'un des côtés de l'angle déjà dessiné.
- ❸ On doit compter la mesure « à l'intérieur » de l'angle et non à l'extérieur.

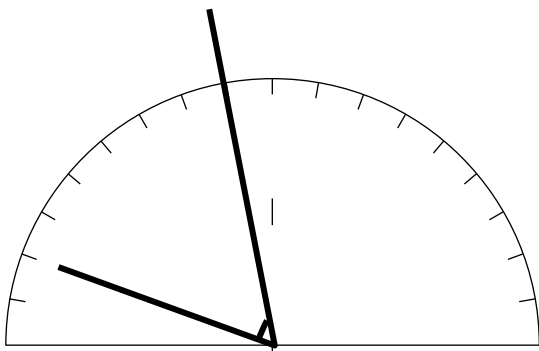
➤ Exercice ①: Les rapporteurs suivants sont-ils bien placés ? Si non, **expliquer pourquoi**, puis donner la mesure de chaque angle (les graduations sont de  $10^\circ$  en  $10^\circ$  sur les rapporteurs dessinés).



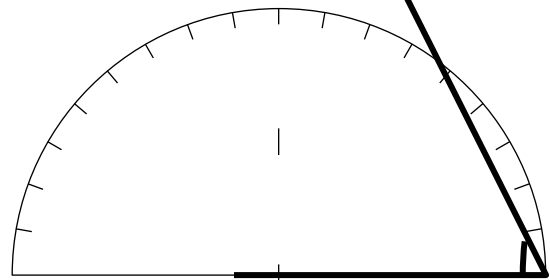
Bien placé. On lit (graduations de  $10$  en  $10^\circ$ )  $\approx 50^\circ$ .



Bien placé : on lit Angle  $\approx 50^\circ$ .



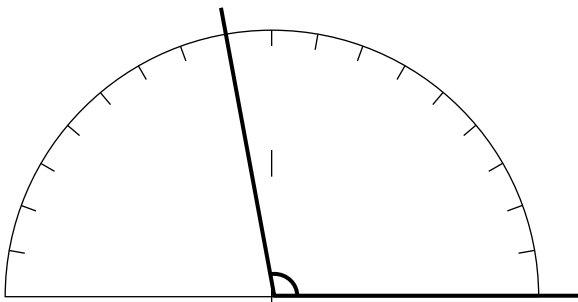
Mal placé : Le diamètre du rapporteur ne coïncide<sup>o</sup> avec aucun côté de l'angle. Angle  $\approx 60^\circ$ .



Mal placé : le centre du rapporteur ne coïncide pas avec le sommet de l'angle.

On lit Angle  $\approx 64^\circ$

➤ Exercice ② : Sans réfléchir, je lis  $80^\circ$  pour la mesure de l'angle ci-dessous. Pourquoi ai-je faux !

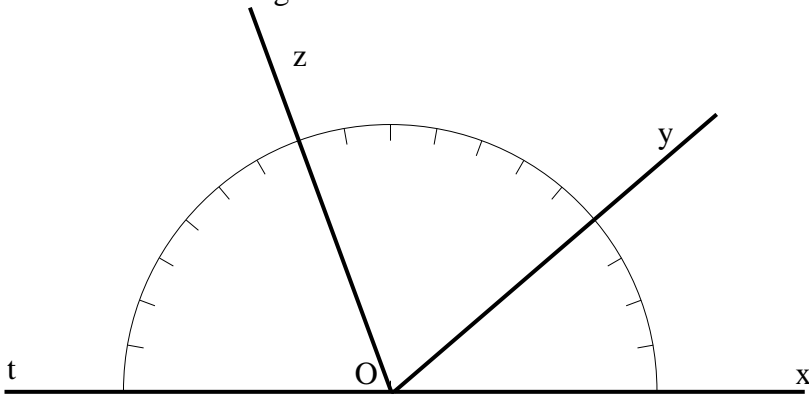


Au lieu de lire l'angle de droite à gauche, j'ai lu l'angle supplémentaire de gauche à droite qui fait effectivement  $80^\circ$ .

Lire la bonne mesure de l'angle : en comptant les graduations, on trouve  $100^\circ$ .

➤ Exercice ③ :

Donner la mesure des angles suivants :



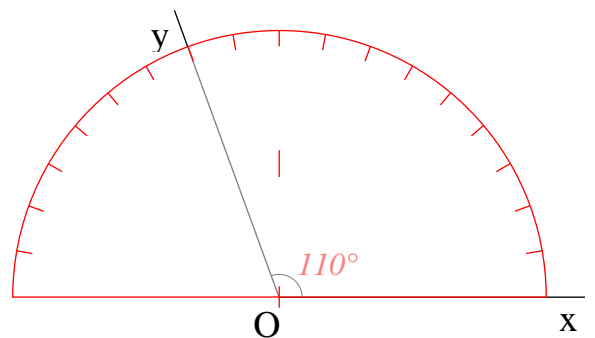
$\widehat{xOy} = 40^\circ$   
 $\widehat{tOy} = 140^\circ$   
 $\widehat{zOx} = 110^\circ$   
 $\widehat{tOz} = 70^\circ$

Mesurer un angle avec son rapporteur : Méthode en 4 étapes.

- ① Placer le centre du rapporteur sur *le sommet* O de l'angle.
- ② En tournant le rapporteur, bien faire coïncider le diamètre du rapporteur avec l'un des 2 *côtés* de l'angle.

**L'angle doit être « dans » le rapporteur.**

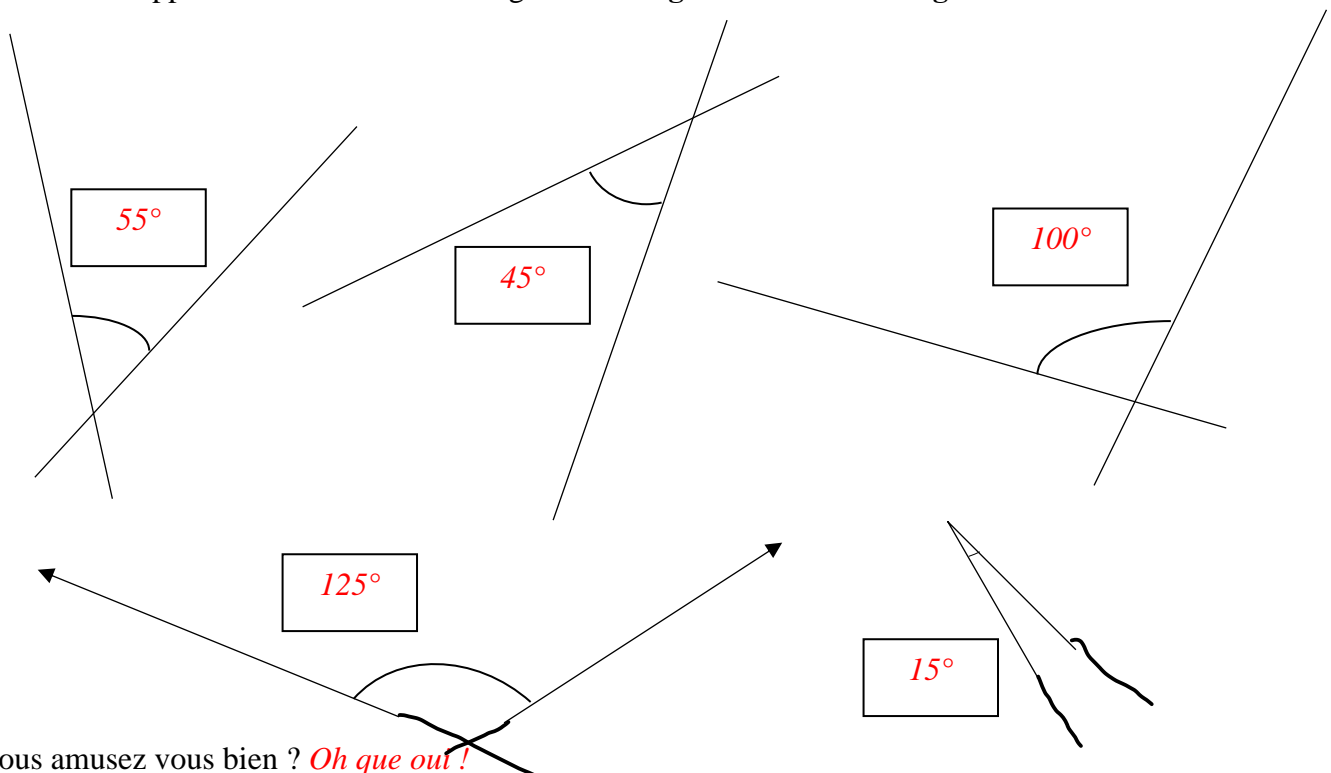
- ③ *A partir de ce premier côté coïncidant avec le diamètre du rapporteur*, compter de  $0^\circ$  jusqu'à l'endroit où le 2<sup>ème</sup> côté de l'angle « coupe » le rapporteur (allonger les côtés si besoin).



- ④  $\widehat{xOy} \approx 110^\circ$  Reporter cette mesure sur la figure.

➤ Exercice ④ :

Mesurer au rapporteur chacun de ces 5 angles. **Prolonger les côtés de l'angle si besoin.**



Vous amusez vous bien ? *Oh que oui!*

## IV. CONSTRUCTIONS D'ANGLES.

### A. Construction au rapporteur :

On veut construire un angle  $\widehat{ABC}$  de mesure  $120^\circ$  :

Plan de construction en 3 étapes

- 1 Placer le sommet  $B$  puis tracer le côté  $[BA)$ .
- 2 A partir de ce côté  $[BA)$ , mesurer  $120^\circ$  avec le rapporteur (attention au sens !) puis placer le 3<sup>ème</sup> point  $C$ .
- 3 Tracer l'autre côté  $[BC)$ . Puis coder l'angle.

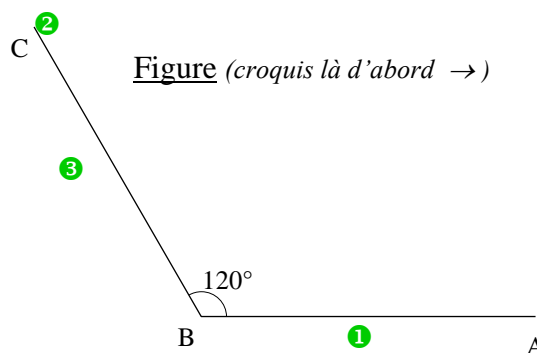


Figure (croquis là d'abord →)

Maintenant qu'on sait mesurer et construire un angle, on va pouvoir reproduire un angle de même mesure qu'un angle déjà dessiné. Il y a 2 méthodes :

### B. Reproduction à l'identique d'un angle en utilisant le rapporteur :

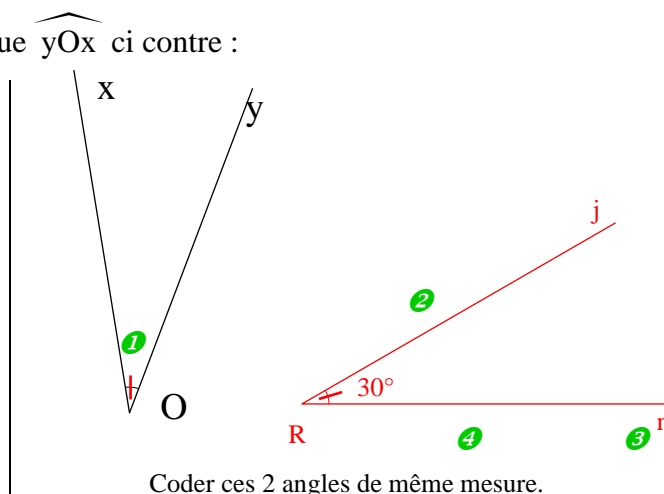
Il s'agit de construire un angle  $\widehat{nRj}$  de même mesure que  $\widehat{yOx}$  ci contre :

Plan de construction en 4 étapes.

- 1 Mesurer l'angle déjà dessiné :  $\widehat{yOx} = 30^\circ$ .
- 2 Tracer une demi-droite  $[Rj)$  quelconque.
- 3 A l'aide du rapporteur, placer un point  $n$  tel que :

$$\widehat{nRj} = \widehat{yOx} = 30^\circ$$

- 4 Tracer l'autre côté  $[Rn)$ .



Coder ces 2 angles de même mesure.

### C. Reproduction à l'identique d'un angle en utilisant le compas :

Il s'agit de construire au compas un angle  $\widehat{NRJ}$  de même mesure que  $\widehat{yOx}$  ci contre :

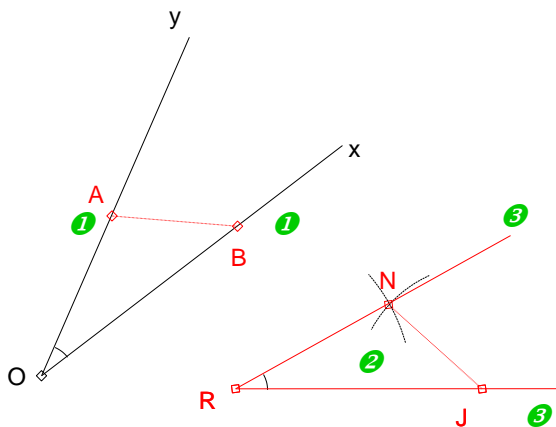
Plan de construction en 3 étapes.

*En fait, un angle déjà tracé peut être vu comme les 2 côtés d'un triangle !*

*L'idée est donc de reproduire ce triangle au compas.*

- 1 Compléter le triangle  $yOx$  en pointillés.
- 2 Construire à la règle et au compas un triangle  $NRJ$  identique au triangle  $yOx$ , (attention à l'ordre des points  $N, R$  et  $J$  ;  $[NJ)$  en pointillés).
- 3 Prolonger les côtés  $[RN)$  et  $[RJ)$  puis placer le

codage pour l'angle  $\widehat{NRJ}$ .



## V. CINQ ANGLES PARTICULIERS ; CLASSIFICATION.

Pour les 5 figures suivantes, le sommet est déjà placé, le 1<sup>er</sup> côté de l'angle sera horizontal en bleu, le 2<sup>ème</sup> côté sera en rouge.

Dessine un angle  $\widehat{DEF}$  dont les 2 côtés sont superposés.

$\widehat{DEF}$  s'appelle un **angle nul** et  $\widehat{DEF} = 0^\circ$

Dessine un angle  $\widehat{GHI}$  dont les 2 côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

$\widehat{GHI}$  s'appelle un **angle plat** et  $\widehat{GHI} = 180^\circ$

Dessine un angle  $\widehat{ABC}$  dont les 2 côtés [BA) et [BC) sont perpendiculaires. (codage !)

$\widehat{ABC}$  s'appelle un **angle droit** et  $\widehat{ABC} = 90^\circ$

Dessine un angle  $\widehat{MNO}$  plus grand que l'angle nul mais plus petit que l'angle droit.

$\widehat{MNO}$  est un **angle aigu**  
et  $0^\circ < \widehat{MNO} < 90^\circ$

Dessine un angle  $\widehat{JKL}$  plus grand que l'angle droit mais plus petit que l'angle plat.

$\widehat{JKL}$  est un **angle obtus**  
et  $90^\circ < \widehat{JKL} < 180^\circ$

### A. Classification des angles selon leur mesure croissante :

On peut classer les angles suivant l'ordre croissant de leur mesure (tel un compas qui s'ouvre).

Nom de l'angle	Angle nul	Angle aigu	Angle droit	Angle obtus	Angle plat
Figure					
Mesure	$\widehat{xOy} = 0^\circ$	$0^\circ < \widehat{xOy} < 90^\circ$	$\widehat{xOy} = 90^\circ$	$90^\circ < \widehat{xOy} < 180^\circ$	$\widehat{xOy} = 180^\circ$

## VI. ANGLES ET TRIANGLES : CONSTRUCTIONS.

### Méthode générale pour tracer une figure à partir d'un énoncé

① Sans suivre le plan de construction, faire d'abord un petit croquis à main levée de la figure finale pour avoir une idée de sa forme. Ce croquis doit être :

- lisible : pas trop petit, avec de la couleur pour le codage et les longueurs.
- complet : informations données par l'énoncé reportées sur ce croquis (noms des points, longueurs, mesures des angles, codages etc.).

② Puis, suivre le plan de construction, étape par étape, à la règle et au compas, pour construire proprement la figure.

Attention aux notations : côtés (entre [ ]), droites (entre ( )), et longueurs (sans rien) !

### A. A partir des longueurs des 3 côtés (rappel contrat 4) :

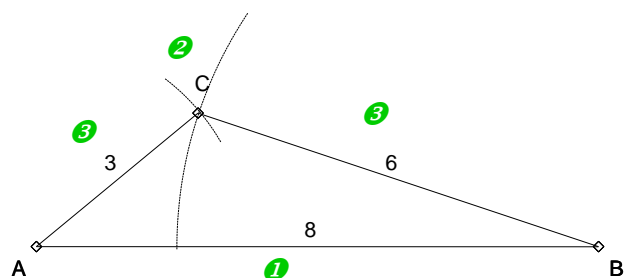
Pour tracer un triangle quelconque au compas et à la règle graduée, il suffit de connaître ses 3 longueurs (2 voire 1 longueurs seulement quand le triangle est spécial).

- Tracer le triangle ABC sachant que  $AB = 8 \text{ cm}$ ,  $AC = 3 \text{ cm}$ ,  $BC = 6 \text{ cm}$ .

Plan de construction en 3 étapes

- ① Tracer le côté (le plus grand en général)  $[AB]$  de longueur  $8 \text{ cm}$ .
- ② Construire au compas le point  $C$  tel que :  
 $AC = 3 \text{ cm}$  et  $BC = 6 \text{ cm}$ .
- ③ Tracer les côtés  $[AC]$  et  $[BC]$ .

Figure (croquis d'abord)



### B. A partir d'1 angle et des 2 longueurs adjacentes à cet angle :

On utilise en plus de la règle graduée et du compas, *le rapporteur*.

Et on fait d'abord un petit croquis complet avec les mesures pour se faire une idée.

- Tracer le triangle UFN sachant que  $\widehat{F} = 20^\circ$ ,  $UF = 4 \text{ cm}$  et  $FN = 6 \text{ cm}$ .

Plan de construction en 3 étapes.

- ① Tracer le segment (le plus grand en général)  $[FN]$  de longueur  $6 \text{ cm}$ .

- ② Construire au rapporteur l'angle  $\widehat{NFU}$  tel que :

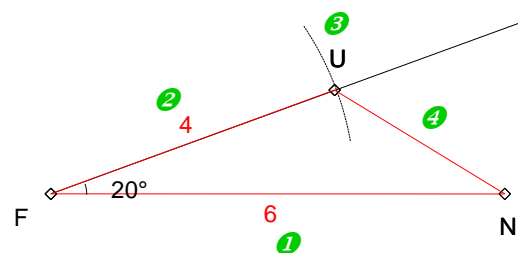
$$\widehat{NFU} = 20^\circ$$

- ③ Placer le 3<sup>ème</sup> point U tel que :

$$UF = 4 \text{ cm}$$

- ④ Puis tracer le côté  $[UN]$ .

Figure (croquis d'abord)





### C. A partir de la longueur d'1 côté et des 2 angles adjacents à ce côté :

On utilise en plus de la règle graduée et du compas, *le rapporteur*.

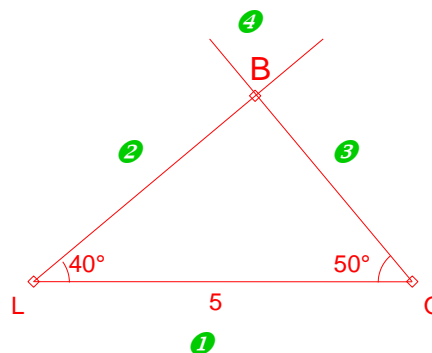
Et on fait un petit croquis avec les mesures pour se faire une idée.

- Tracer le triangle BOL sachant que  $LO = 5\text{ cm}$ ,  $\widehat{BLO} = 40^\circ$  et  $\widehat{BOL} = 50^\circ$ .

#### Plan de construction en 4 étapes

- ① Tracer le segment  $[LO]$  de longueur 5 cm.
- ② Construire au rapporteur l'angle  $\widehat{LBO}$  tel que :  
 $\widehat{BLO} = 40^\circ$
- ③ Construire au rapporteur l'angle  $\widehat{BOL}$  tel que :  
 $\widehat{BOL} = 50^\circ$
- ④ A l'intersection, placer le 3<sup>ème</sup> point B.

Figure (croquis d'abord)



### D. Remarques sur les constructions de triangle :

Pour pouvoir construire un triangle de façon (presque) unique, combien faut-il toujours au minimum d'informations distinctes ? **3 !**

- Exemples : triangle dont on connaît 2 angles et 1 longueur → 3 informations distinctes.  
 triangle rectangle isocèle et 1 longueur → 3 informations.

## VII. REVISIONS SUR TOUT LE CONTRAT 5 (2 LIVRETS).

- ① Test 2010 : Construire les figures suivantes. **Réflexe : Faire d'abord un croquis de la figure finale !**

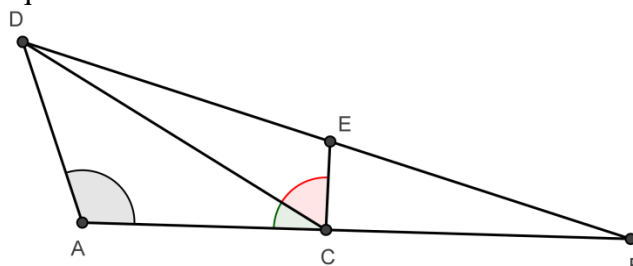
### Voir Corrigé Test 2010 !

Le quadrilatère ABCD tel que :  $AB = 5\text{ cm}$   $BC = 3\text{ cm}$   
 $\widehat{ABC} = 90^\circ$   $\widehat{BCD} = 120^\circ$   $\widehat{BAD} = 70^\circ$

Le triangle TIC isocèle en I tel que :  
 $TI = 5\text{ cm}$  et  $\widehat{TCI} = 70^\circ$ .

- ② Contrôle 2011 : Sur la figure réduite ci-contre, on sait que :

- Les points A, C et B sont alignés.
- Les points D, E et B sont aussi alignés.
- $CB = 5\text{ cm}$   $CA = 4\text{ cm}$ .
- $\widehat{DCA} = 30^\circ$   $\widehat{DAC} = 110^\circ$   $\widehat{ECD} = 61^\circ$ .



Compléter le croquis puis refaire la figure en vraie grandeur. **N° d'étapes !** (..... / 1 + 1 pts)

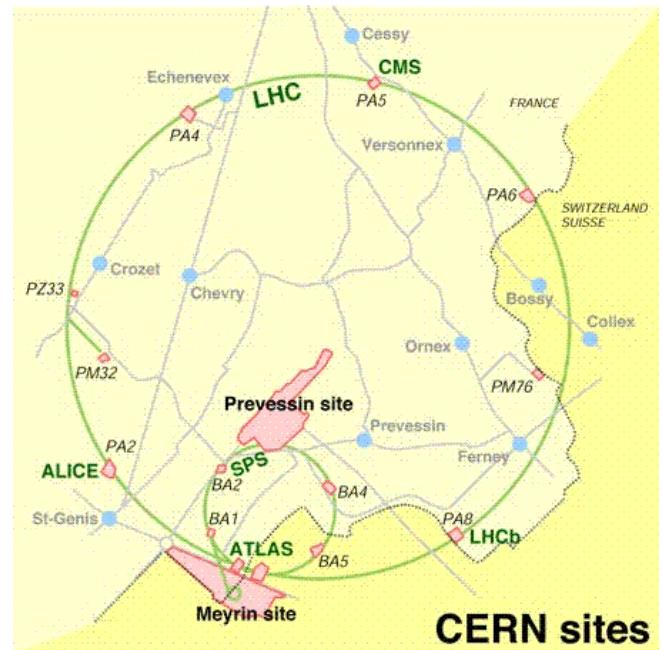
### Voir Corrigé Contrôle 2011 !

③ Contrôle 2008 : Collisionneur.

Afin de percer les secrets de la matière, l'Organisation Européenne pour la Recherche Nucléaire (le CERN) a mis en service en 2008 entre la France et la Suisse la machine la plus complexe de tous les temps : le LHC (Large Hadron Collider), un grand anneau circulaire de **13,5 km de rayon** pour accélérer les particules.

Quel est la longueur (en km) de cet anneau ? *Valeur exacte puis une valeur approchée à l'unité en prenant pour  $\pi$  :  $\pi \approx 3$ .*

**Voir Corrigé Contrôle 2008 !**



④ Contrôle 2010 : Cinémaths.

Avatar de James Cameron sorti en 2009 est l'un des films les plus chers de toute l'histoire du Cinéma mais aussi celui qui a gagné le plus d'argent (hors inflation) !

André San Frappé décide d'aller le voir au cinéma « Le Grand Rex » à Paris, ce samedi à la séance de 17h20. Le film commence 15 minutes plus tard après la publicité et se termine à 20h16.



1. A quelle heure commence le film ? A ..... h ..... min
2. Combien de temps dure ce film Avatar ?

**Voir Corrigé Contrôle 2010 !**

Synthèse :

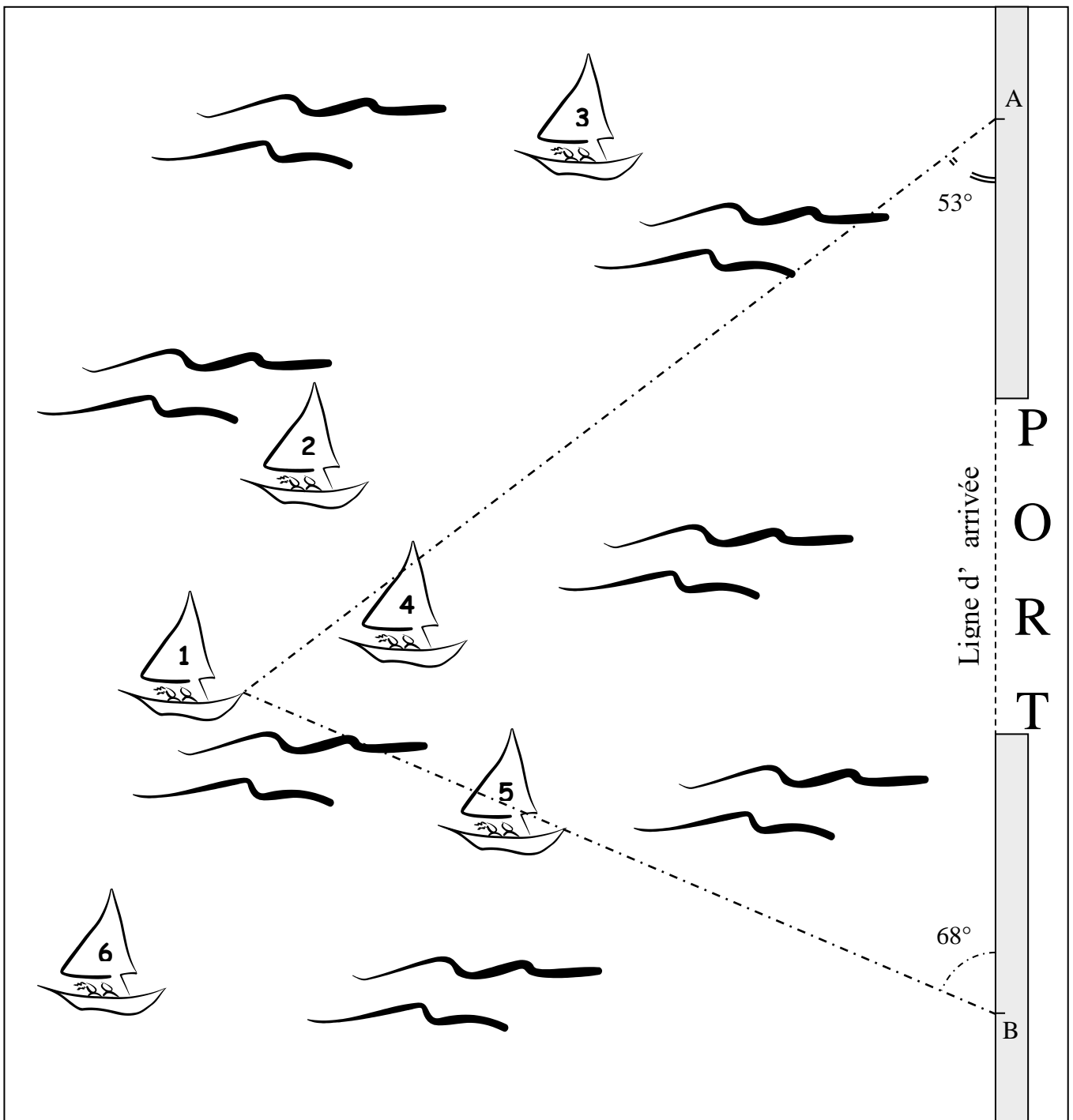
Calcul horaire



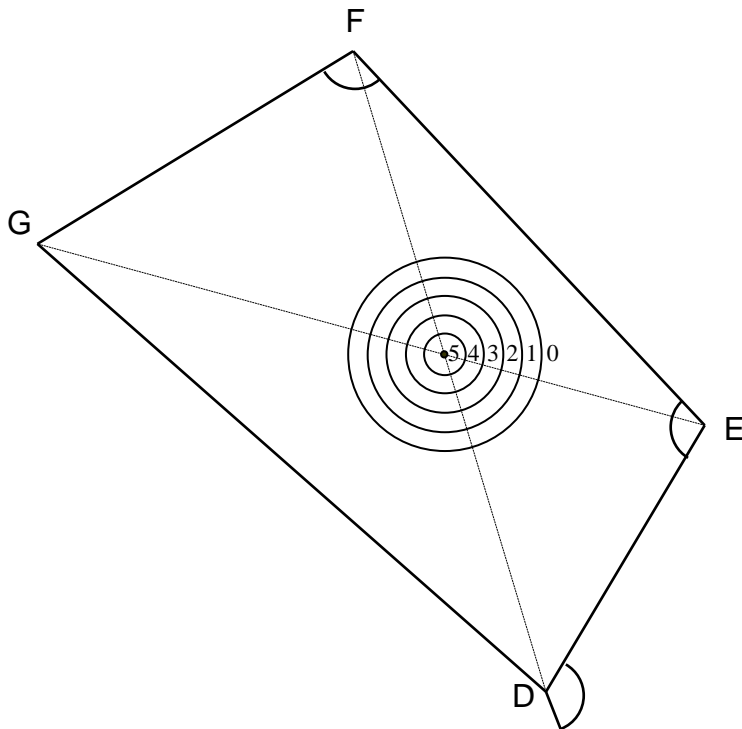
# CORRECTION : L'ARRIVÉE DE LA RÉGATE

- Pour repérer l'arrivée des bateaux, 2 juges sont placés en 2 points A et B de la jetée du port.  
Grâce à un sextant (appareil de mesure visuelle des angles), le juge en A voit le bateau ① avec un angle de  $53^\circ$  par rapport à la jetée ; tandis que le juge en B lui voit  $68^\circ$ .
- Le tableau ci-dessous donne en colonne les 2 angles vus de A et de B pour les 6 bateaux de la régata.  
Replacer chacun de ces bateaux sur le dessin ci-dessous et donner le classement provisoire.

Bateau	①	②	③	④	⑤	⑥
Angle $\widehat{A}$	$53^\circ$	$60^\circ$	$80^\circ$	$47^\circ$	$34^\circ$	$45^\circ$
Angle $\widehat{B}$	$68^\circ$	$52^\circ$	$26^\circ$	$57^\circ$	$68^\circ$	$87^\circ$

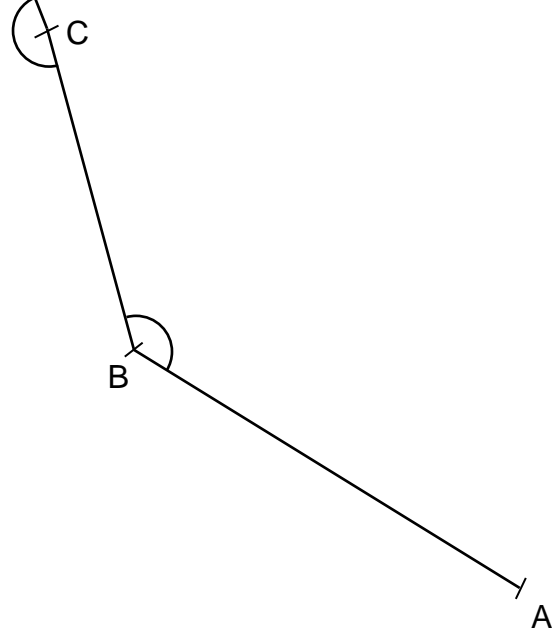
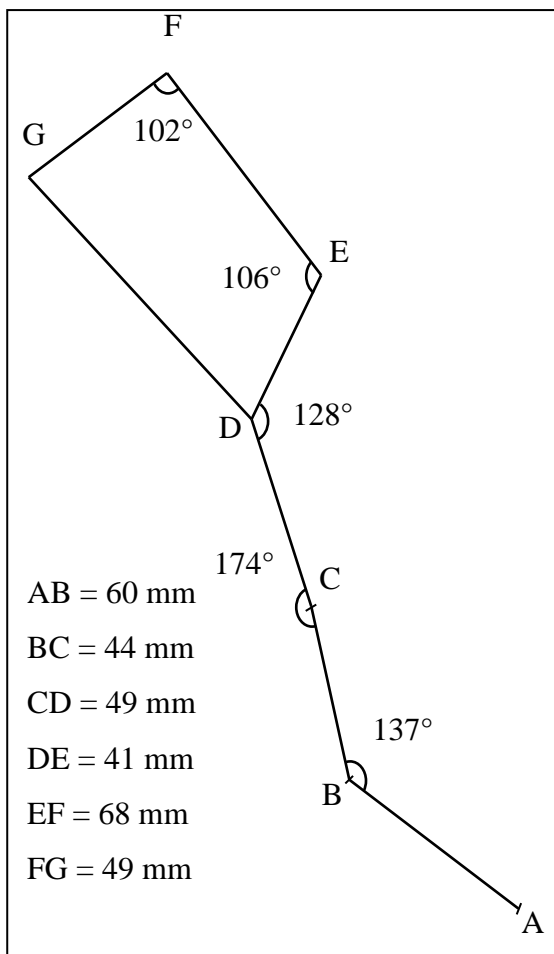


# CORRIGE LA GRANDE OURSE<sup>4</sup> ET LE RAPPORTEUR



Ci-contre en bas le schéma de la Grande Ourse.

- Reproduire cette figure à l'aide d'une règle graduée et d'un rapporteur, le segment [AB] ayant déjà été tracé.
- Lorsque la figure est finie, tracer les diagonales du quadrilatère DEFG. Celles-ci se couperont en un point de la cible qui indiquera la précision de la figure (sur 5).



<sup>4</sup> Qu'est ce que la Grande Ourse ? Pourquoi lui a-t-on donné le nom de Grande Ourse alors que cela ressemble à une casserole ?!