CORRIGE LES ANGLES GEOMETRIQUES.

« ***Les Mathématiques*** représentent essentiellement le langage théorique universel. C'est-à-dire qu'à mon avis, les seules possibilités rigoureuses d'accéder à une pensée ayant validité universelle se font par les Mathématiques ou par des lois mathématiques. » Einstein[1].

- *Matériel :* Pour ce cours, vous aurez besoin de votre matériel de géométrie et en particulier du **rapporteur** !
- *Pré requis pour prendre un bon départ :*

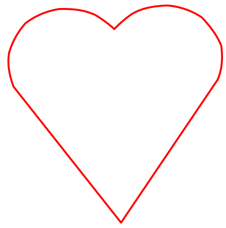
	A refaire	A revoir	Maîtrisé
Construire, reproduire un triangle ou une figure à l'aide d'un compas.			

[1] **Albert Einstein** (14 mars 1879 à Ulm, Allemagne - 18 avril 1955 à Princeton, New Jersey, États-Unis) physicien allemand, puis apatride (1896), suisse (1899), et enfin suisse-américain (1940).
Il a publié la théorie de la relativité restreinte en 1905 et celle de la relativité générale en 1915. Il a largement contribué au développement de la mécanique quantique et de la cosmologie. Il a reçu le prix Nobel de physique en 1921 pour son explication de l'effet photoélectrique. Son travail est notamment connu pour l'équation E=mc² qui explique la puissance de l'énergie nucléaire.

Nom et Prénom : ………………………………………………… 6ème ……

I. INTRODUCTION.

➢ Voici une figure que tous les enfants du monde connaissent ! Dessinez à main levée « la même » figure, en plus petit puis en plus grand (à peu prés et rapidement !).



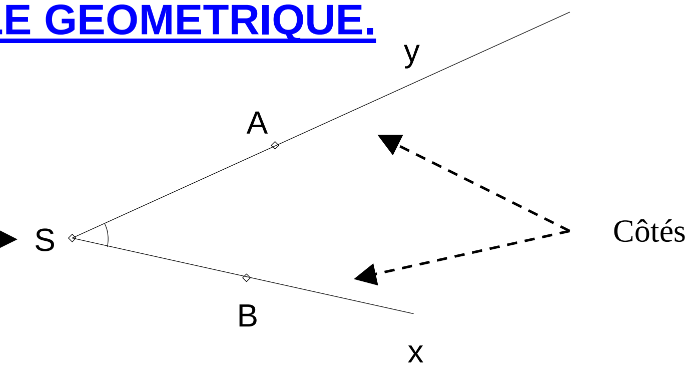
Les « écartements » entre les côtés ont ils changé ? Bien sûr que *non* !

➢ Lorsqu'on veut reproduire des figures de manière « semblable » (plus grandes ou plus petites que la figure originale mais exactement de même forme), on ressent tout de suite le besoin de savoir mesurer un « écartement » entre deux demi droites.

Ainsi apparaît les notions d'angle géométrique (« l'écartement ») et de mesure d'angle.

II. DEFINITION D'UN ANGLE GEOMETRIQUE.

➢ Figure : Voici dessiné l'angle $\widehat{ySx}$.



Cet angle a d'autres noms : $\widehat{ASB}$ ou $\widehat{BSA}$ ou $\widehat{BSy}$ ou $\widehat{ySB}$ ou $\widehat{ASx}$ ou $\widehat{xSA}$.

Trois Définitions :

❶ Un **angle** est un objet géométrique formé par 2 demi droites ayant le même point ***« origine ».***

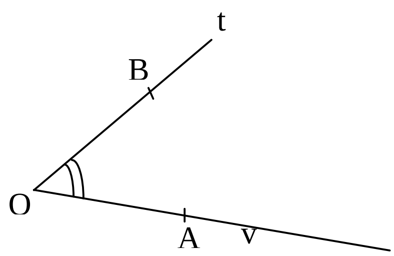
❷ Ce point commun « origine » s'appelle le ***sommet*** de l'angle.

❸ Les 2 demi droites s'appellent les ***côtés*** de l'angle.

Notation : Un angle de sommet U formé par [UF) et [UN) se note en *3 lettres* $\widehat{FUN}$, le sommet de l'angle étant le point au milieu du nom[2].

Et on code l'angle avec un petit arc de cercle (voire deux) sur la figure.

➢ Exercice ① :Voici dessiné un angle.



on le note *$\widehat{BOA}$ ou $\widehat{AOB}$ ou $\widehat{vOB}$ ou $\widehat{tOV}$.*

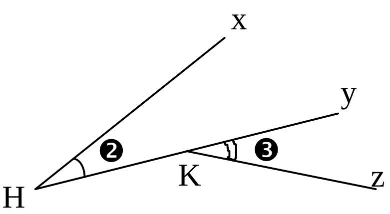
Le point O est son *sommet.*

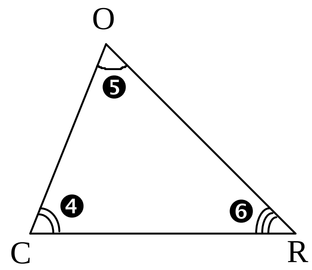
Les demi-droites *[Ot) et [OA) sont ses côtés.*

---

[2] Parfois, on le note $\widehat{U}$. **Attention,** cette notation est **source de nombreuses erreurs** de la part des élèves quand il y a plusieurs angles ayant le même sommet !

➢ Exercice ② : Voici plusieurs figures :





Compléter le tableau suivant ligne après ligne :

Angle	Nom	Sommet	Côtés
❹	$\widehat{OCR}$	*C*	*[CO) et [CR)*
❷	$\widehat{KHx}$	*H*	*[Hx) et [Hy)*
❸	$\widehat{zKy}$	K	(zK] et (yK]
❷	$\widehat{yHx}$	*H*	[Hy) et [Hx)
❻	$\widehat{CRO}$	R	*[RC) et [RO)*

III. MESURE D'UN ANGLE.

Pour connaître « l'écartement » entre deux demi-droites de même origine, il faut savoir mesurer un angle.

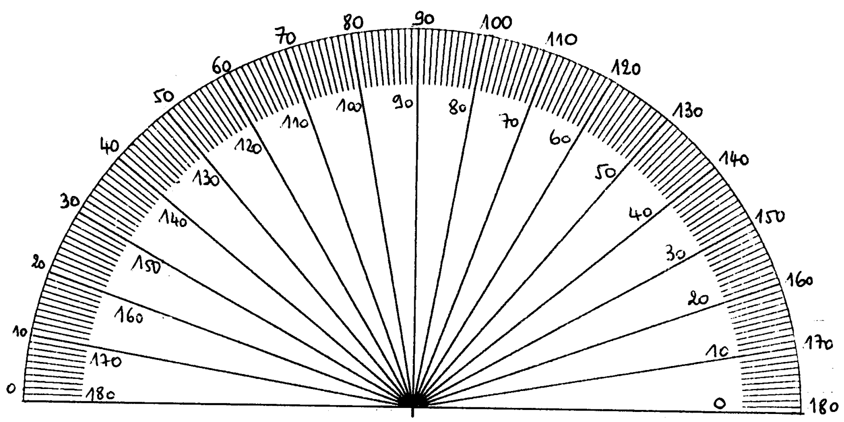
A. Unité :

Il existe 3 unités pour mesurer les angles. Au collège, on utilisera uniquement le **degré** (noté °).[3]

Remarque : Le degré n'est pas l'unité du Système International pour les angles. C'est le radian, qui sera vu en Seconde.

B. Le rapporteur :

➢ Pour mesurer des angles, nous utiliserons un instrument en forme de demi lune : le *Rapporteur.*



Un rapporteur est en général gradué de *0° à 180°*, ***dans les deux sens*** pour qu'il soit plus pratique à utiliser (comme celui qui est dessiné).

En est-il de même pour ton rapporteur ? …………… Si non, vas vite en acheter un, gradué dans les 2 sens !

3 1 degré est la mesure de l'angle au centre d'un disque qu'on aurait partagé en 360 angles de même mesure.

➢ **Comment mesure-t-on un angle avec le rapporteur ?**

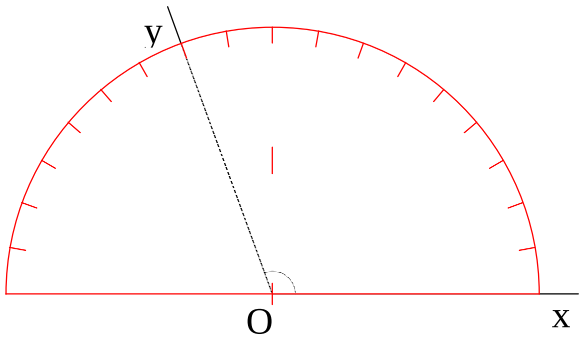
Méthode en *4* étapes

❶ Placez le centre du rapporteur sur *le sommet* de l'angle.

❷ Faites bien coïncider l'une des 2 graduations « 0° » avec l'un des deux *côtés* de l'angle.

❸ Lire la mesure de l'angle ***en partant du 0° choisi*** à l'étape ❷, jusqu'à l'endroit où l'autre côté de l'angle « coupe » le rapporteur (allonger les côtés si besoin).

❹ $\widehat{xOy} \approx$ *110°*



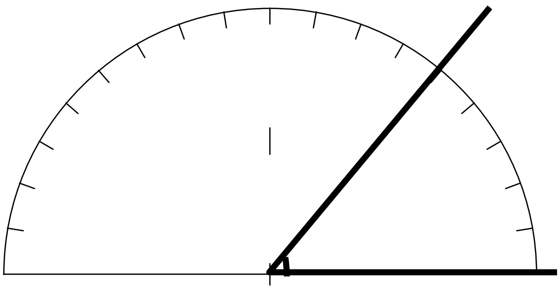
➢ Trois conseils :

① Bien faire coïncider le centre du rapporteur avec le sommet de l'angle.

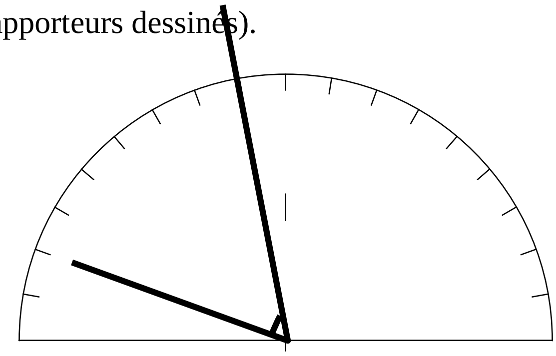
② Bien faire coïncider le 0° du rapporteur (qui est à l'horizontal) avec le côté de l'angle déjà dessiné.

③ Ne pas se tromper de sens lorsqu'on lit la mesure.

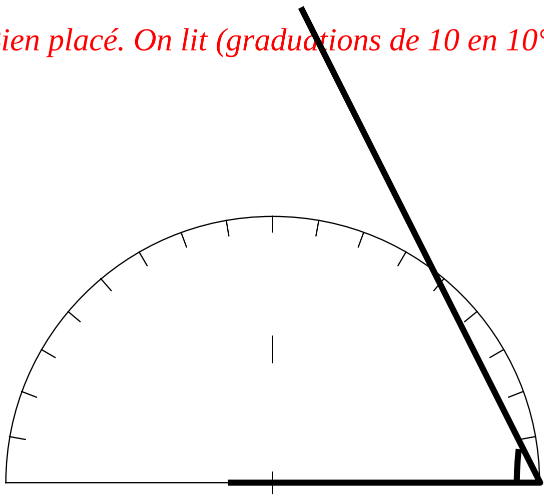
➢ Exercice ①: Les rapporteur sont ils bien placés ? Si non, *expliquer pourquoi*, puis donner la mesure de chaque angle (les graduations sont de 10° en 10° sur les rapporteurs dessinés).



Bien placé. On lit (graduations de 10 en 10°) ≈ 50°.

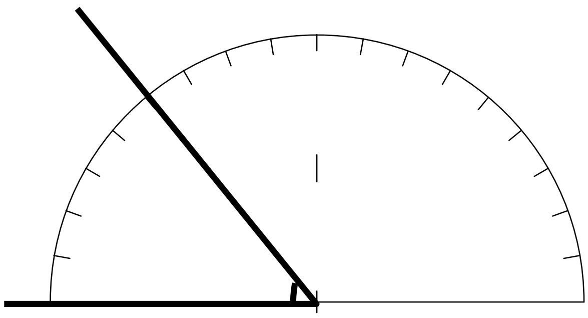


Mal placé : le côté de l'angle n'est pas sur le côté du rapporteur. Angle ≈ 60°.



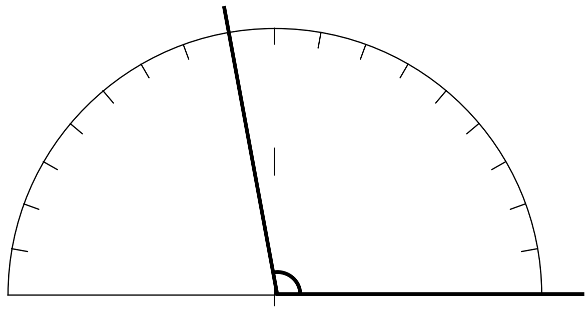
Mal placé : le centre du rapporteur ne coïncide pas avec le sommet de l'angle.

On lit Angle ≈ 64°



Bien placé : on lit Angle ≈ 50°.

- <u>Exercice ②</u> : Sans réfléchir, je lis 80° pour la mesure de l'angle ci contre. Pourquoi ai-je faux !

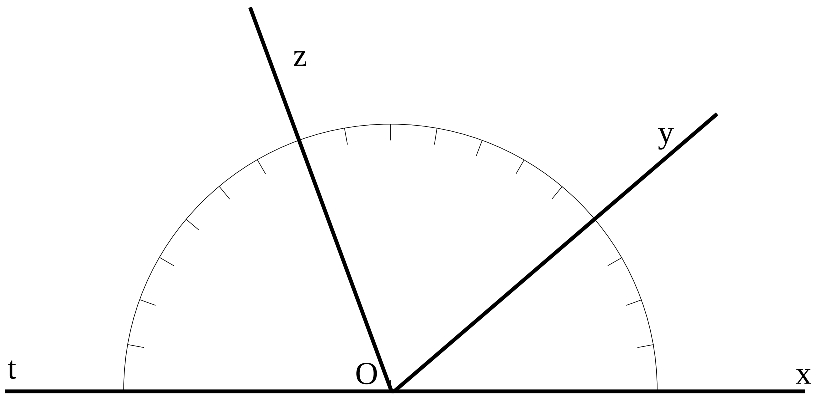


Au lieu de lire l'angle de droite à gauche, j'ai lu l'angle supplémentaire de gauche à droite qui fait effectivement 80°.

Sans utiliser de rapporteur, donner la bonne mesure de l'angle : *en comptant les graduations, on trouve 100°.*

- <u>Exercice ③</u> :

Sans utiliser de rapporteur, donnez la mesure des angles suivants :



$\widehat{xOy}$ = *40°*

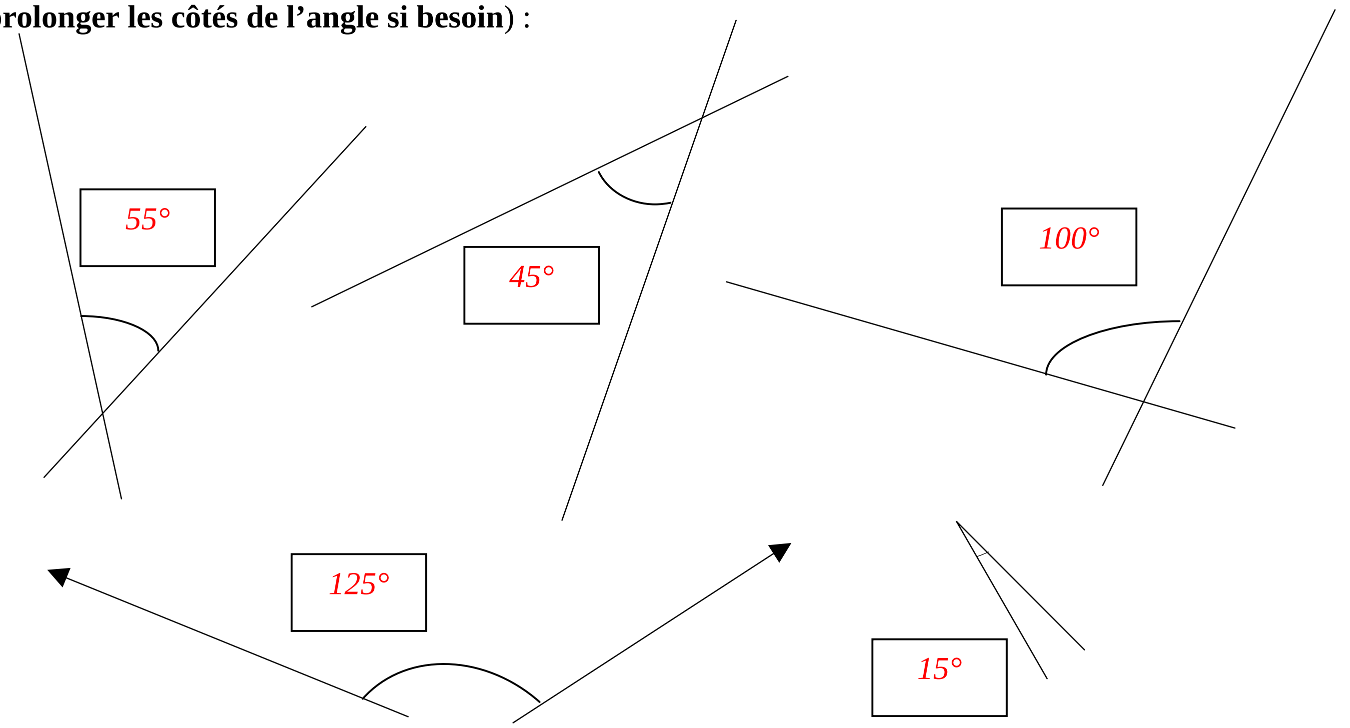
$\widehat{tOy}$ = *140°*

$\widehat{zOx}$ = *110°*

$\widehat{tOz}$ = *70°*

- <u>Exercice ④</u> :

Donne, à l'aide de ton rapporteur, une mesure en degré de l'angle dans chacune des figures (quitte à **prolonger les côtés de l'angle si besoin**) :



Vous amusez vous bien ? *Oh que oui !*

IV. CONSTRUCTIONS D'ANGLES.

A. Construction au rapporteur :

Il s'agit de construire un angle $\widehat{ABC}$ de mesure 120° :

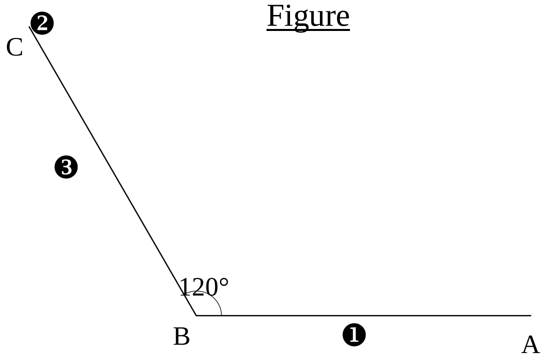
<u>Méthode en 3 étapes</u>

❶ Placer le sommet *B* puis tracer la demi-droite *[BA)* ou la demi-droite *[BC).*

❷ A partir de ce côté *[BA)*, mesurer 120° avec le rapporteur (attention au sens !) puis placer le 3ème point *C.*

❸ Tracer la demi droite *[BC).*

<u>Figure</u>



Maintenant qu'on sait mesurer et construire un angle, on va pouvoir reproduire un angle de même mesure qu'un angle déjà dessiné. Il y a 2 méthodes :

B. Reproduction d'un angle en utilisant le rapporteur :

Il s'agit de construire un angle $\widehat{nRj}$ de même mesure que $\widehat{yOx}$ ci contre :

<u>Méthode en 4 étapes.</u>

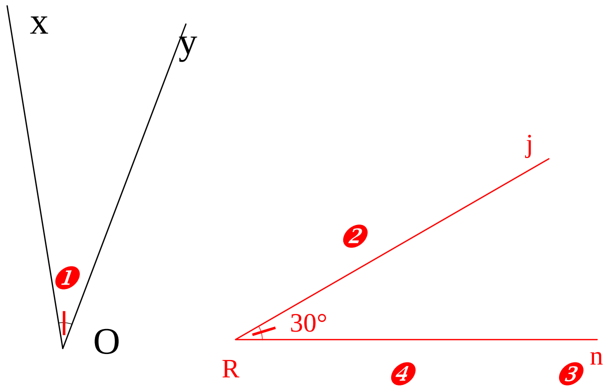
❶ Mesurer l'angle déjà dessiné : $\widehat{yOx}$ = *30°.*

❷ Tracer une demi droite [Rj) quelconque.

❸ A l'aide du rapporteur, placer un point n tel que :

$\widehat{nRj} = \widehat{yOx} = 30°$

❹ Tracer la demi droite [Rn).



Coder ces 2 angles de même mesure.

C. Reproduction d'un angle en utilisant le compas :

Il s'agit de construire au compas un angle $\widehat{NRJ}$ de même mesure que $\widehat{yOx}$ ci contre :

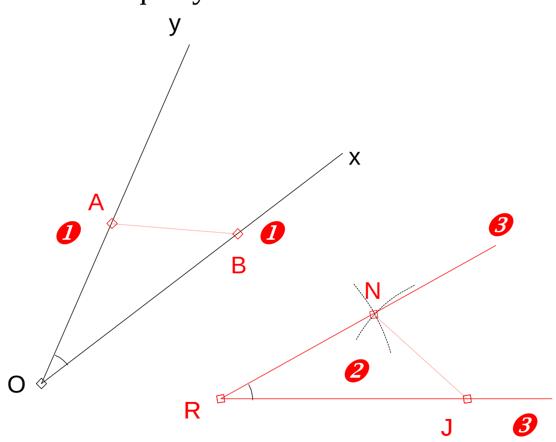
<u>Méthode en 3 étapes.</u>

En fait, on va placer un point A sur un côté de l'angle dessiné et un point B sur l'autre côté et on va reproduire le triangle AOB au compas.

❶ Placer A sur [Oy) et B sur *[Ox).*

❷ Construire à la règle et au compas un triangle NRJ identique à AOB, (attention à l'ordre des points N, R et J ; effacer [NJ]).

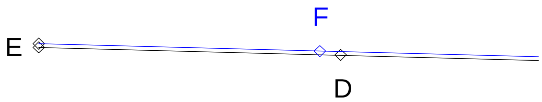
❸ Prolonger les demi droites [RN) et [RJ) puis placer le codage pour l'angle $\widehat{NRJ}$.



V. ANGLES PARTICULIERS ; CLASSIFICATION.

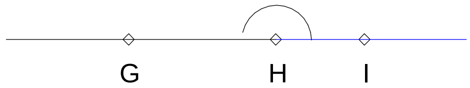
- Voici les 5 angles particuliers à connaître et leurs noms :

Dessine un angle $\widehat{DEF}$ dont les 2 côtés sont superposés.



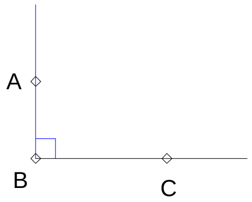
$\widehat{DEF}$ est un **angle nul et** $\mathbf{\widehat{DEF}}$ **=** *0°*

Dessine un angle $\widehat{GHI}$ dont les 2 côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.



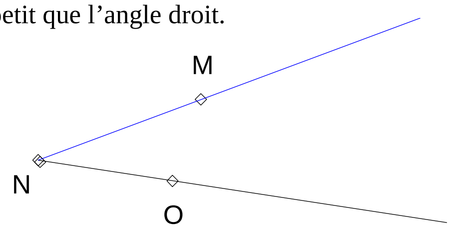
$\widehat{GHI}$ est un **angle plat et** $\mathbf{\widehat{GHI}}$ **= 180°**

Dessine un angle $\widehat{ABC}$ dont les 2 côtés [BA) et [BC) sont perpendiculaires. (codage !)



$\widehat{ABC}$ est **un angle *droit* et** $\mathbf{\widehat{ABC}}$ **=** ***90°***

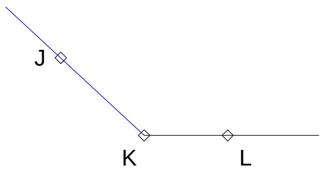
Dessine un angle $\widehat{MNO}$ plus grand que l'angle nul mais plus petit que l'angle droit.



$\widehat{MNO}$ est un **angle aigu**

et *0° < $\widehat{MNO}$ < 90 °*

Dessine un angle $\widehat{JKL}$ plus grand que l'angle droit mais plus petit que l'angle plat.

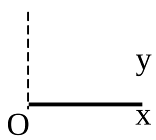
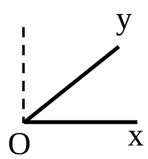
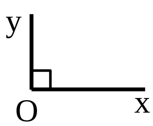
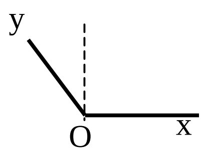
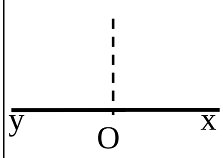


$\widehat{JKL}$ est un **angle obtus**

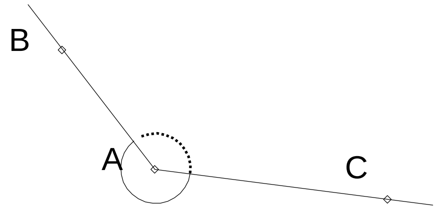
et *90° < $\widehat{JKL}$ < 180°*

A. Classification croissante des angles selon leurs mesures :

On va classer les angles suivant l'ordre croissant de leur mesure.

Catégorie d'angle	*Angle nul*	*Angle aigu*	*Angle droit*	*Angle obtus*	*Angle plat*
Figure					
Mesure	$\widehat{xOy} = 0°$	$0° < \widehat{xOy} < 90°$	$\widehat{xOy} = 90°$	$90° < \widehat{xOy} < 180°$	$\widehat{xOy} = 180°$

➢ **<u>Remarque</u> :**



Lorsqu'on regarde deux demi droites de même origine, on se rend compte en fait qu'on a deux angles : un « petit » angle codé par un petit arc de cercle (en pointillé sur la figure), et un « grand » angle codé par un grand arc de cercle à « l'extérieur ».

- Le **petit angle s'appelle un angle saillant** et est noté $\widehat{BAC}$.

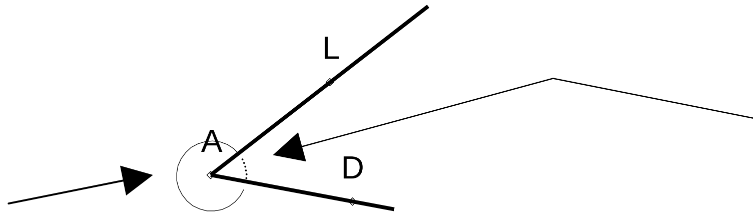
Et on a $0° < \widehat{BAC} < 180°$. Donc un angle saillant est un angle plus petit qu'un angle *plat.*

- Le **grand angle s'appelle un angle rentrant** et est noté $\widecheck{BAC}$.

Et on a $180° < \widecheck{BAC} < 360°$. Donc un angle rentrant est un angle plus *grand* qu'un angle plat.

Angle *rentrant*

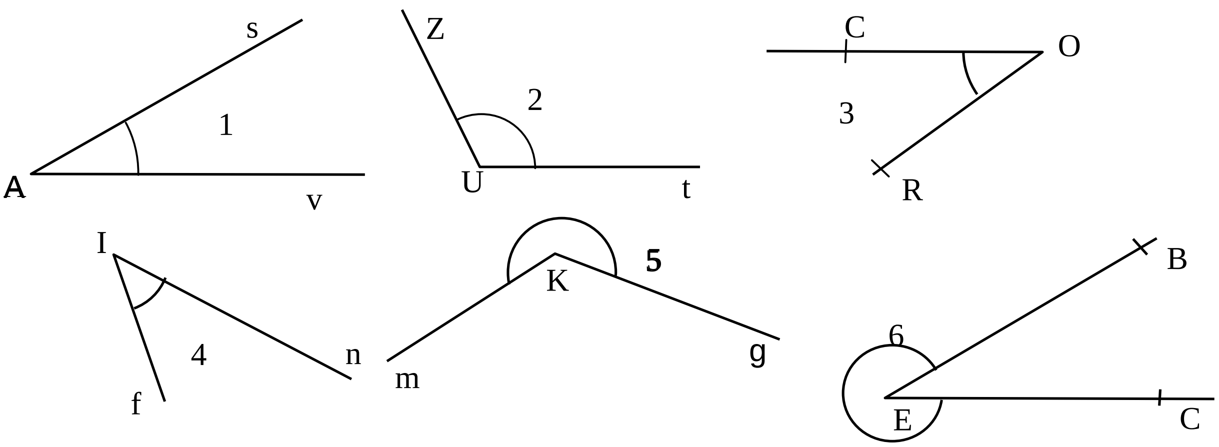
noté $\widecheck{LAD}$



Angle *saillant*

noté $\widehat{LAD}$

➢ <u>Exercice</u> : Complétez le tableau comme pour l'angle 1. Certaines cases peuvent être vides !



	1	2	3	4	5	6
Nom de l'angle	$\widehat{sAv}$	$\widehat{ZUt}$	$\widehat{COR}$	$\widehat{fIn}$	$\widecheck{mKg}$	$\widecheck{BEC}$
Saillant ou rentrant	saillant	*saillant*	*saillant*	*saillant*	*rentrant*	*rentrant*
Aigu ou obtus	aigu	*obtus*	*aigu*	*aigu*	*×*	*×*

VI. ANGLES ET TRIANGLES : CONSTRUCTIONS.

A. A partir des longueurs des 3 côtés (rappel) :

Méthode générale pour tracer une figure à partir d'un énoncé :

① *Sans suivre le plan de construction,* **on fait d'abord un croquis à main levée, lisible, et complet,** de la figure pour avoir une idée de sa forme.

On reporte sur ce croquis les informations données par l'énoncé (longueurs, angles, codages etc.)

② Puis, on suit le plan de construction, **étape par étape**, à la règle et au compas, pour construire proprement la figure.

Attention aux notations !

Pour tracer un triangle quelconque au compas et à la règle graduée, il suffit de connaître ses 3 longueurs (*2 voire 1 longueurs seulement quand le triangle est spécial*).

- Tracez le triangle ABC sachant que AB = 8 cm, AC = 3 cm, BC = 6 cm.

Plan de construction en 3 étapes

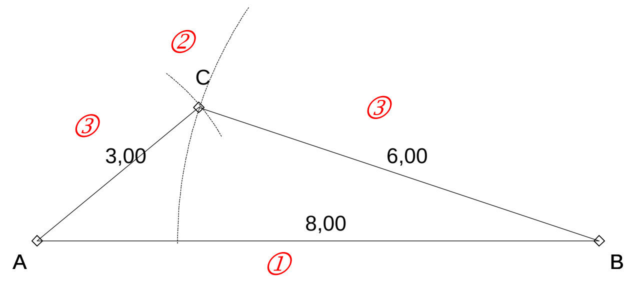
① Tracer le segment *(le plus grand en général)* *[AB]* de longueur *8* cm.

② Construire au compas le point *C* tel que :

AC = 3 cm et BC = 6 cm.

③ Tracer *[AC]* et *[BC].*

Figure *(croquis d'abord)*



B. A partir d'un angle et des deux longueurs adjacentes :

On utilise en plus de la règle graduée et du compas, le rapporteur.

Et on fait d'abord un petit croquis avec les mesures pour se faire une idée.

Tracez le triangle UFN sachant que $\widehat{F}$ = 20°, UF = 4 cm et FN = 6 cm.

Plan de construction en 3 étapes.

① Tracer le segment *(le plus grand en général)* *[FN] de longueur 6 cm*.

② Construire au rapporteur l'angle $\widehat{NFU}$ tel que :

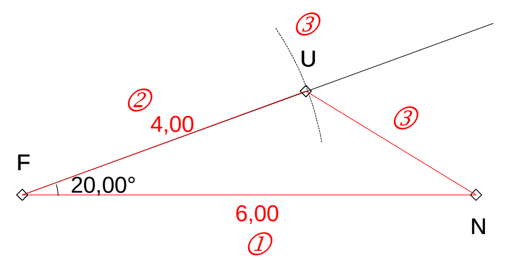
$$\widehat{NFU} = 20°$$

③ Placer le troisième point U tel que :

UF = 4 cm

Puis tracer *[UN]*.

Figure *(croquis d'abord)*



C. A partir de la longueur d'un côté et des 2 angles adjacents à ce côté :

On utilise en plus de la règle graduée et du compas, *le rapporteur.*

Et on fait un petit croquis avec les mesures pour se faire une idée.

Tracez le triangle BOL sachant que BO = 5 cm, $\widehat{B}$ = 40° et $\widehat{O}$ = 50°.

Plan de construction en 4 étapes

① Tracer le segment *[BO] de longueur 5 cm*.

② Construire au rapporteur l'angle $\widehat{LBO}$ tel que :

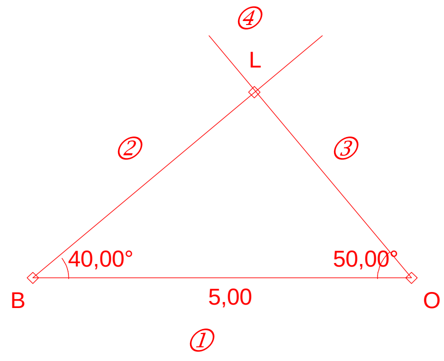
$$\widehat{LBO} = 40°$$

③ Construire au rapporteur l'angle $\widehat{BOL}$ tel que :

$$\widehat{BOL} = 50°$$

④ Placer le troisième point *L.*

Figure *(croquis d'abord)*



D. 2 Remarques sur les constructions :

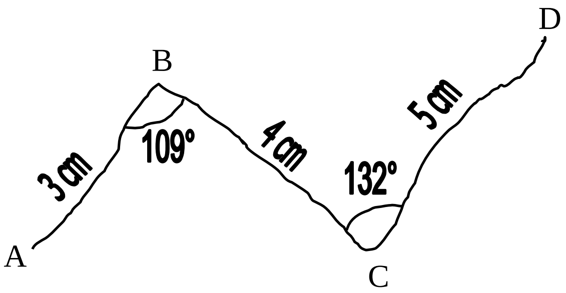
➢ Pour pouvoir construire un triangle, combien faut il toujours au minimum d'informations ? *3 !*

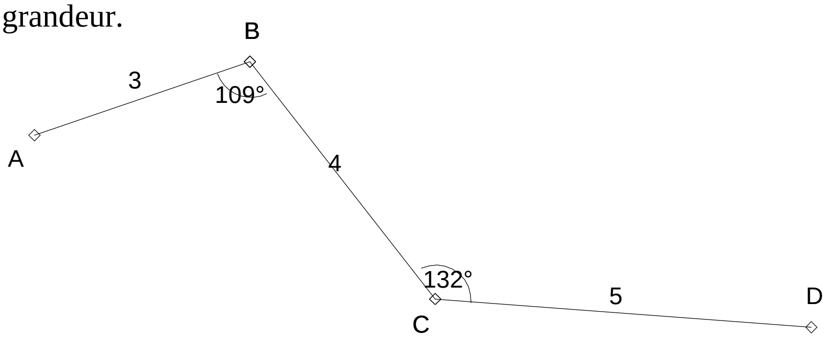
Exemples : triangle dont on connaît 2 angles et 1 longueur ⟶ 3 informations.

triangle rectangle isocèle et 1 longueur ⟶ *3* informations.

VII. EXERCICES RECAPITULATIFS.

➢ Exercice ① : Reproduis ces figures en vraie grandeur.

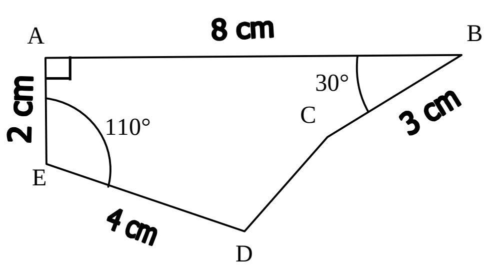


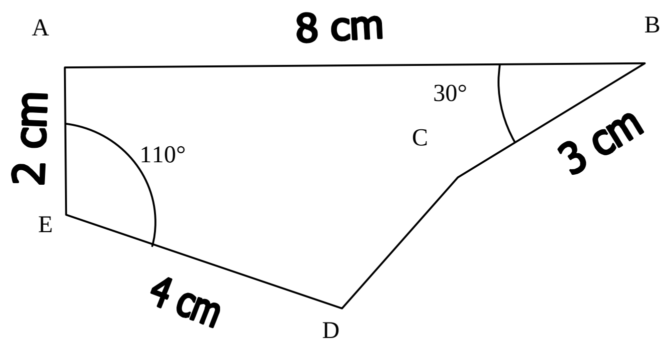


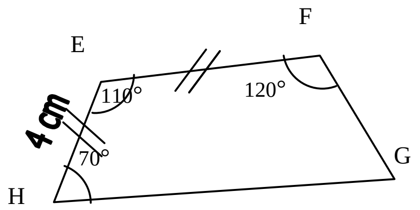
Calculer $\mathcal{L}$ (ABCD) *= AB + BC + CD*

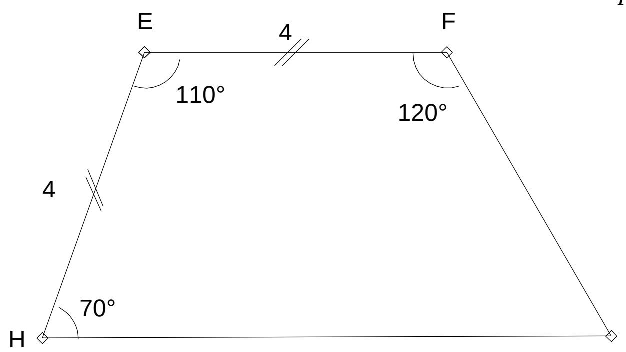
= 3 + 4 + 5

= 12 cm *La longueur de la ligne polygonale ABCD est de 12 cm.*







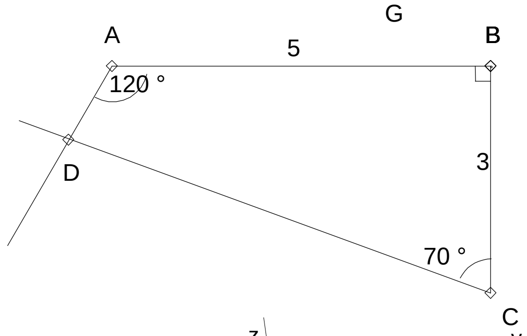


➢ <u>Exercice ②</u>

Construis un quadrilatère ABCD tel que :

AB = 5 cm, $\widehat{ABC}$ = 90°, BC = 3 cm ;

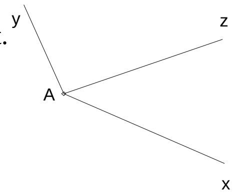
$\widehat{BCD}$ = 70° et $\widehat{BAD}$ = 120°. (faire d'abord un croquis !)



➢ <u>Exercice ③</u> : Calculer l' angle $\widehat{xAy}$ sachant que :

① $\widehat{zAx}$ = 40° et $\widehat{yAz}$ est un angle droit.

(Méthode par addition d'angles)



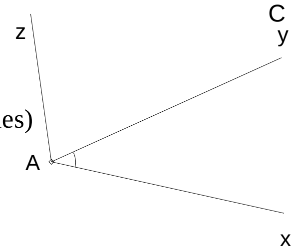
$\widehat{xAy} = \widehat{zAx} + \widehat{yAz}$

$= 40° + 90°$

$= 130°$

② $\widehat{zAx}$ = 110° et $\widehat{zAy}$ = 80°.

(Méthode par soustraction d'angles)



$\widehat{xAy} = \widehat{zAx} - \widehat{zAy}$

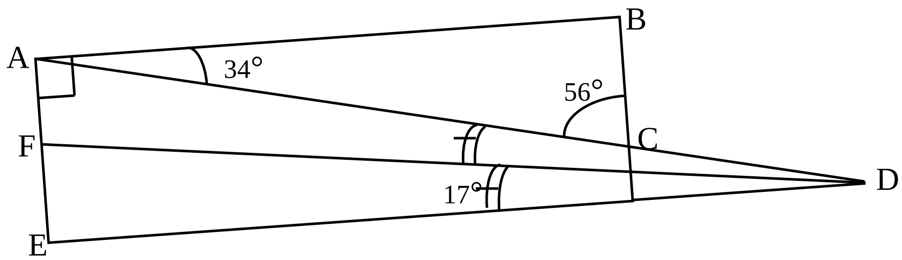
$= 110° - 80°$

$= 50°$

➢ <u>Exercices</u> : **n°56 ; 57 ; 59 p.271 et n°60 ; 62 ; 63 p.272 à faire sur le cahier d'exercices ou en face.**

➢ <u>Exercice ④ :</u>

Pour bien répondre aux questions, il faut toujours avoir une vision large des angles (méthodes par addition d'angles ou par soustraction d'angles).



1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{FAD}$.

$\widehat{FAD} = \widehat{FAB} - \widehat{DAB}$

$= 90° - 34°$

$= 56°$

2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BCD}$.

$\widehat{BCD} = \widehat{ACD} - \widehat{ACB}$

$= 180° - 56°$

$= 124°$

3. Que représente la droite (DF) pour l'angle $\widehat{ADE}$?

D'après le codage, (DF) partage l'angle $\widehat{ADE}$ en 2 angles $\widehat{ADF}$ et $\widehat{FDE}$ de même mesure, donc (DF) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ADE}$.

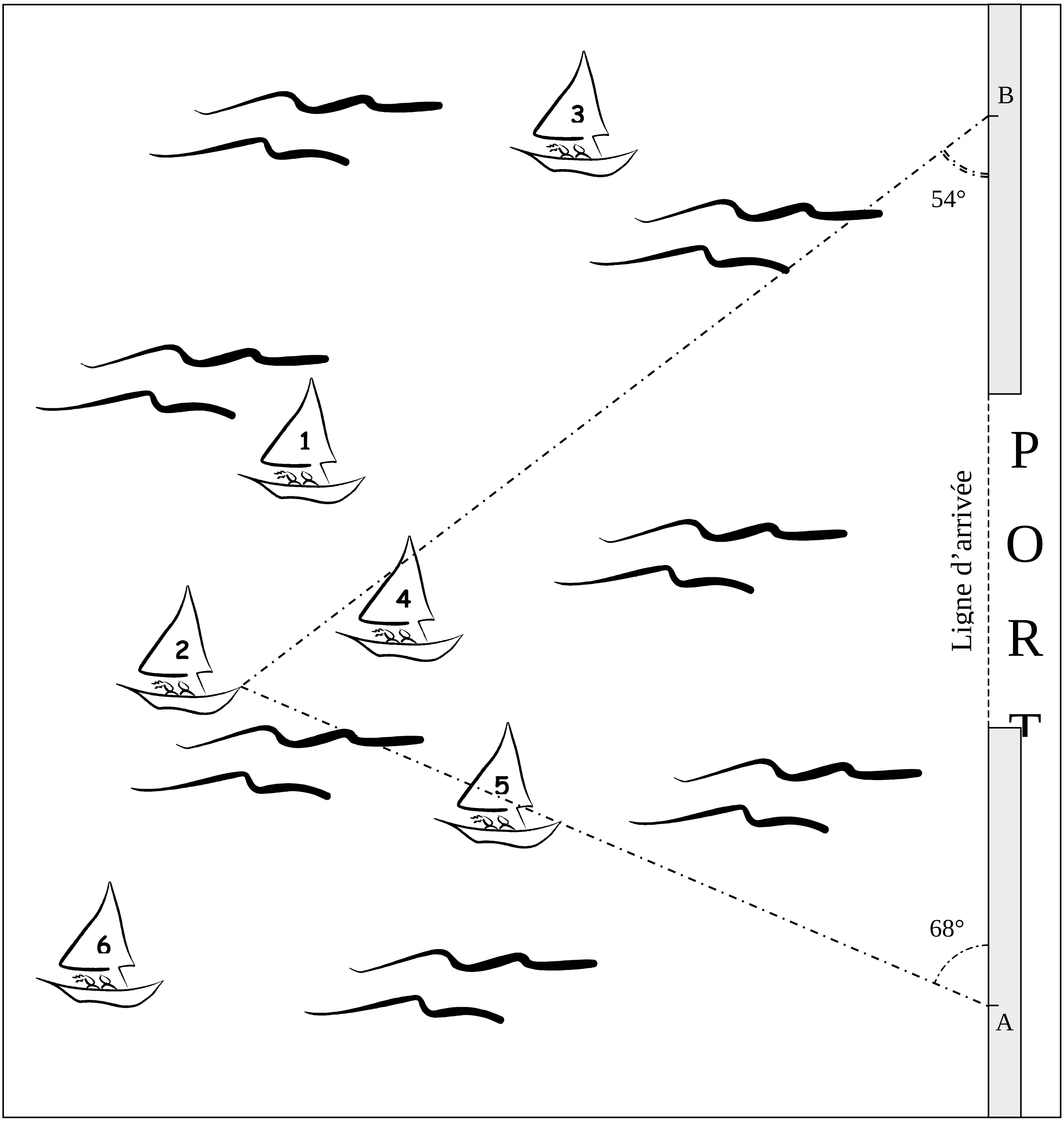
4. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{ADE}$.

Puisque (DF) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ADE}$, alors $\widehat{ADE} = 2\ \widehat{ADF} = 2 \times 17° = 34°$.

CORRECTION : L'ARRIVÉE DE LA RÉGATE

- Pour repérer l'arrivée des bateaux 2 personnes se sont placées en deux points A et B de la jetée. Elles ont mesuré que l'angle sous lequel on voit le bateau n°2 par rapport à la jetée est de 68° depuis le point A et de 54° depuis le point B.
- Le tableau ci-dessous donne les angles pour les 6 bateaux de la régate. Replacez chacun de ces bateaux sur le plan ci- dessous et donnez le classement provisoire.

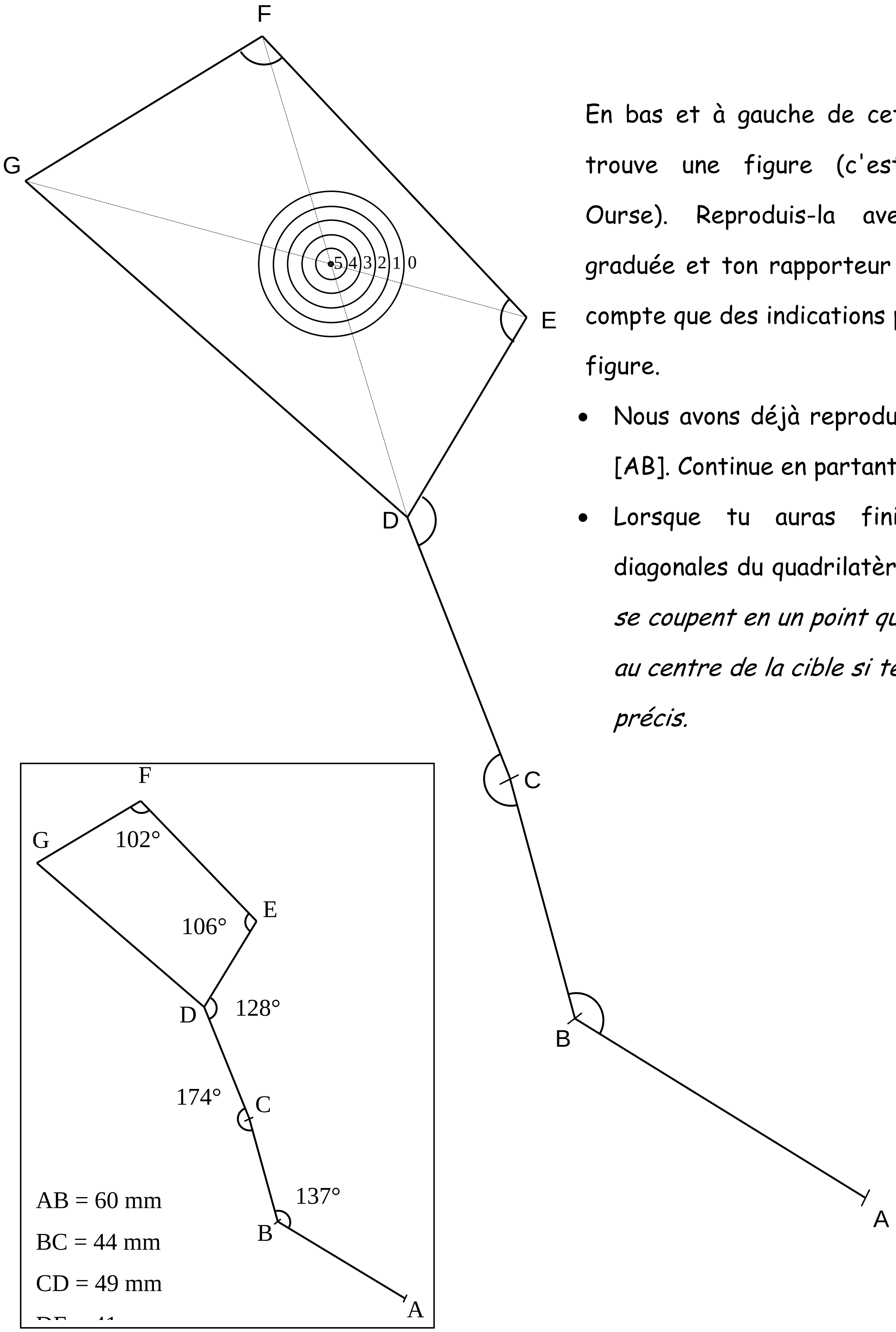
bateau	①	②	③	④	⑤	⑥
angle $\widehat{A}$	52°	68°	26°	57°	68°	87°
angle $\widehat{B}$	60°	54°	80°	47°	34°	45°



CORRIGE LA GRANDE OURSE[4] ET LE RAPPORTEUR

En bas et à gauche de cette feuille se trouve une figure (c'est la Grande Ourse). Reproduis-la avec ta règle graduée et ton rapporteur en ne tenant compte que des indications portées sur la figure.

- Nous avons déjà reproduit le segment [AB]. Continue en partant de B.
- Lorsque tu auras fini, trace les diagonales du quadrilatère DEFG. *Elles se coupent en un point qui doit tomber au centre de la cible si tes tracés sont précis.*



[4] Cherchez ce qu'est la Grande Ourse.