ANGLES ET TRIANGLES

« Pour vous parler franchement de la Géométrie,
je la trouve le plus haut exercice de l'Esprit. » *Pascal*[1]

I. Du temps de la Sixième. ***2***

II. Angles alternes-internes : cas général. ***3***

III. Angles alternes-internes et droites parallèles. ***5***

IV. Angles et triangles quelconques. ***8***

V. Angles et triangles particuliers. ***9***

VI. Construction de triangles - niv.1 (rappels 6ème). ***12***

VII. Triangles semblables. ***13***

VIII. Droites remarquables du triangle. ***16***

IX. Exercices récapitulatifs sur angles et triangles. ***20***

X. Pour préparer le test et le contrôle. ***23***

- Matériel requis : **Matériel de géométrie (rapporteur en particulier).**

- Pré-requis pour prendre un bon départ : **Voir mon cours de 6ème sur les angles (espace 6ème contrat 5)**.

	☹	😐	☺	☺☺
Angles : Définition ; angles particuliers (nul, aigu, droit, obtus, plat).				
Utilisation du rapporteur ; constructions d'angles.				
Calculs de mesures d'angle par addition ou par soustraction.				
Symétrie centrale.				
Triangle isocèle : Définition, propriétés, savoir prouver qu'un triangle est isocèle.				
Triangle équilatéral : Définition, propriétés, savoir prouver qu'un triangle est équilatéral.				
Triangle rectangle : Définition, propriétés, savoir prouver qu'un triangle est rectangle.				
Médiatrice d'un segment, axe de symétrie.				

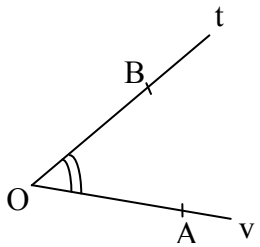
[1] Blaise Pascal (1623-1662) : Un des plus grands philosophes et mathématiciens français. « Un génie ». Tel est le qualificatif le plus souvent associé au nom de Blaise Pascal. Un génie qui, malgré une mort prématurée et une grande partie de son temps consacrée à la religion, a marqué l'histoire de la Science, en particulier par sa grande rigueur d'analyse et son sens de l'expérience.

NOM et Prénom : ……. *5ème …*

I. DU TEMPS DE LA SIXIEME.

La notion d'angle apparaît intuitivement lorsqu'on veut mesurer l'« écartement » ou l'« inclinaison » entre deux demi-droites : comme par exemple l'« ouverture » entre les deux branches d'un compas.

A. Vocabulaire, notations et codage :

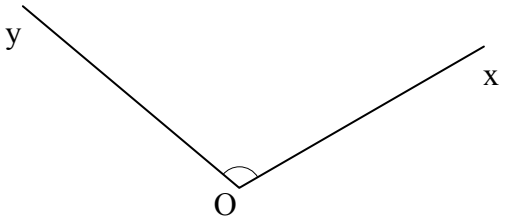


- Cet angle se nomme ..... ou ..... ou …… ou ……
- Le point O est son ....…….....
- Les demi-droites .....….. et .....… sont ses ….....
- On code un angle par un petit …….…… Repasser en rouge ce codage.

B. Mesure et construction au rapporteur :

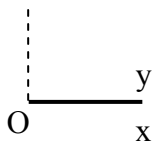
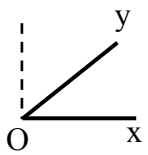
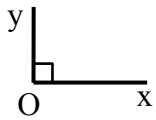
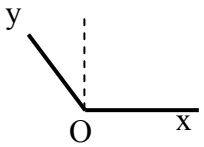
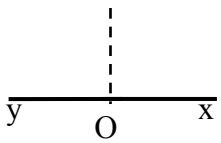
- L'unité utilisée au collège pour mesurer les angles s'appelle le …….., noté « ° ». Ex. : $\widehat{BOA} = 45°$.
- Un *tour complet* correspond à la mesure d'angle ……

Mesurer l'angle $\widehat{xOy}$ au rapporteur. $\widehat{xOy}$ = ……



Construire un angle $\widehat{xOy}$ de 130° :

C. Classification croissante des angles suivant leur mesure :

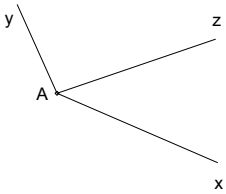
Catégorie d'angle :	……	……	……	……	……
Figure :					
Mesure :	$\widehat{xOy}$ = …….. °	….. °< $\widehat{xOy}$ < …... °	$\widehat{xOy}$ = ……. °	….. °< $\widehat{xOy}$ <….. °	$\widehat{xOy}$ = …….. °

D. Calcul d'angles par addition ou par soustraction :

Calculer l'angle $\widehat{xAy}$ sachant que :

① $\widehat{zAx} = 40°$ et $\widehat{yAz}$ est un angle droit.

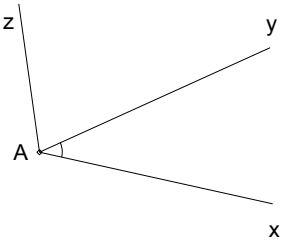
(Méthode par addition d'angles)



Calculer l'angle $\widehat{xAy}$ sachant que :

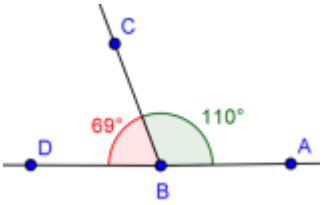
② $\widehat{zAx} = 110°$ et $\widehat{zAy} = 80°$.

(Méthode par soustraction d'angles)

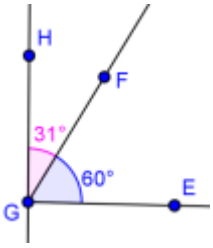


➢ Exercice 1 : Prouver l'alignement ou la perpendicularité par addition d'angles.

1. Sur la figure ci-contre, les points D, B et A sont-ils alignés ? Justifier.



2. Sur la figure ci-contre, les droites (GH) et (GE) sont-elles perpendiculaires ? Justifier.



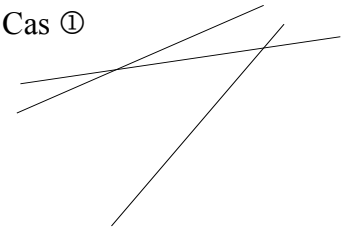
II. ANGLES ALTERNES-INTERNES : CAS GENERAL.

Nous allons maintenant étudier une nouvelle configuration à trois droites : 2 droites formant une bande et une 3ème droite traversant cette bande (donc sécante avec les deux droites formant les bords de la bande).

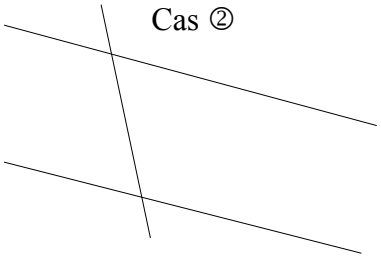
A. Découverte des angles alternes-internes :

1. Pour chacune de ces 3 configurations, hachurer la bande en bleu puis repasser en rouge la sécante.

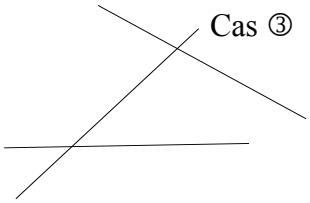
Cas ①



Cas ②



Cas ③



2. Dans chaque cas, matérialiser (en vert par des arcs de cercle) une paire d'angles :

① se trouvant à l'intérieur de la bande bleue.
② situés de part et d'autre de la sécante rouge (c-à-d *pas tous les deux* du même côté de cette sécante).
③ et *n'ayant pas le même sommet.*

Pour chaque configuration, combien de paires d'angles vérifient ces 3 conditions ? …….

3. Pour laquelle de ces trois configurations semble-t-on obtenir une paire d'angles *de même mesure* ?

……..…..

Quelle condition sur les deux droites formant la bande du cas ② semble permettre ce résultat ?

……..

Dans les deux autres configurations ① et ③, obtient-on des paires d'angles de même mesure ? ……

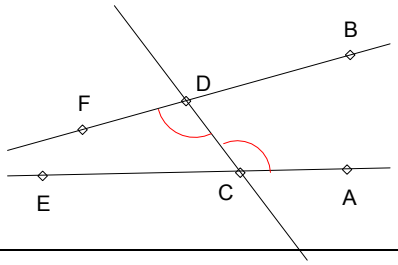
Les droites formant les bords de la bande sont-elles alors parallèles ? ……

B. Définition des angles alternes-internes :

L'activité de découverte page précédente nous permet de définir les paires d'angles construits à partir de deux droites formant une bande et d'une sécante à cette bande :

Définition : Deux angles forment une **paire d'angles alternes-internes** lorsqu'ils sont situés :

① de part et d'autre de la sécante commune à ces deux droites (*alternés autour de cette sécante*).
② entre les 2 droites formant la bande (*internes à la bande*).
③ sans avoir le même sommet.

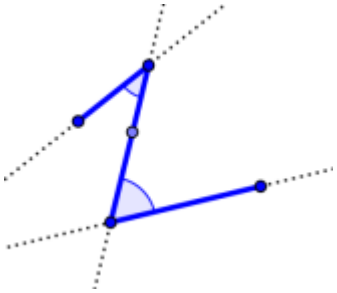


Exemples : $\widehat{FDC}$ et $\widehat{ACD}$ sont alternes-internes.

$\widehat{BDC}$ et ……. sont aussi alternes-internes.

Remarques : • Deux droites et une sécante induisent …… paires d'angles alternes-internes.

• Une paire d'angles alternes-internes se repère facilement : ces deux angles forment une espèce de « **Z** » comme …… :

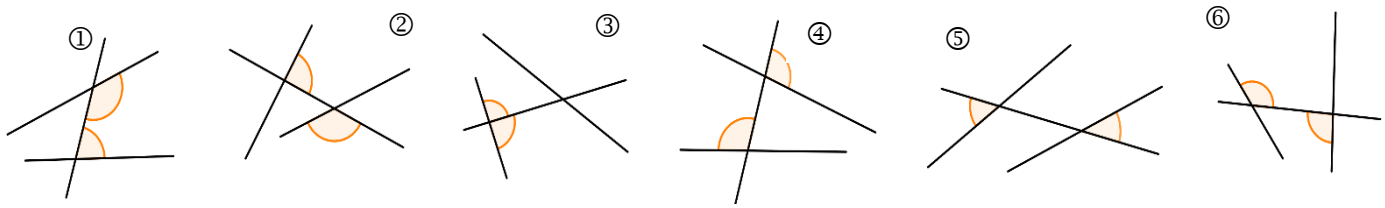


Attention :

***Sans condition supplémentaire sur les 2 droites formant la bande*, il n'y a aucune raison que deux angles alternes-internes soient de même mesure !**

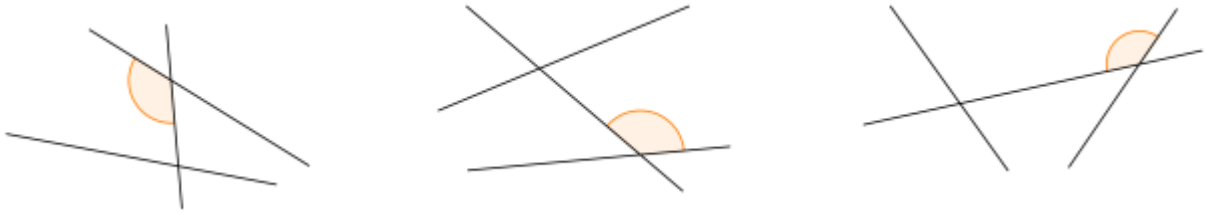
➢ Applications : Reconnaître géométriquement une paire d'angles alternes-internes.

❶ Dans quelle figure observe-t-on une paire d'angles alternes-internes ?



❷ Sur chaque figure coder un angle en rouge afin d'obtenir une paire d'angles alternes-internes.

Puis coder en bleu une autre paire d'angles alternes-internes.



III. ANGLES ALTERNES-INTERNES ET DROITES PARALLELES.

A. Angles alternes-internes et droites parallèles :

➢ Maintenant, plaçons-nous dans le cas particulier où **les 2 droites formant la bande sont parallèles** :

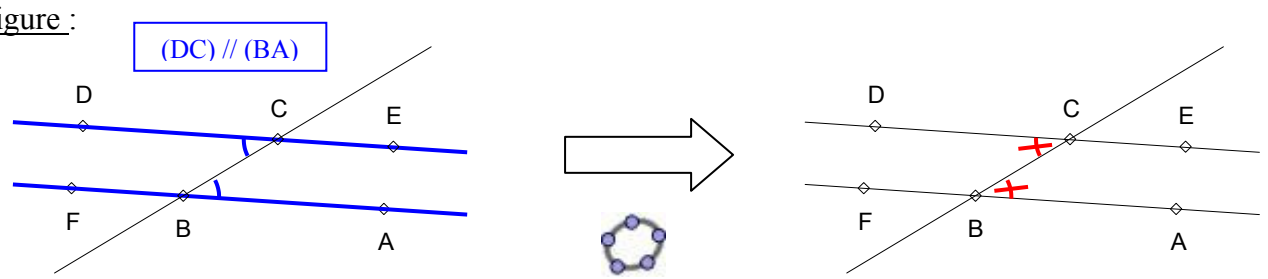
Propriété : « Angles alternes-internes définis par deux droites parallèles » :

	(…. données ou hypothèses)		(…. résultat ou conclusion)
Quand	① $\widehat{ABC}$ et $\widehat{DCB}$ sont alternes-internes ② (DC) // (BA)	*alors*	$\widehat{\ldots\ldots}$ = $\widehat{\ldots\ldots}$

Autrement dit : Lorsque deux angles alternes-internes sont définis par deux parallèles, alors ils sont de …….

Utilité : Cette propriété sert à écrire des égalités de …….

Figure :



Preuve : Cette propriété se montre facilement en considérant la symétrie de centre le milieu de [BC] et par conservation des mesures d'angles par cette symétrie centrale.

Application : Sur la figure ci-dessus, montrer que les angles $\widehat{FBC}$ et $\widehat{BCE}$ sont de même mesure.

Puisque {

- La réciproque de cette propriété sur les angles alternes-internes et droites parallèles est aussi vraie :

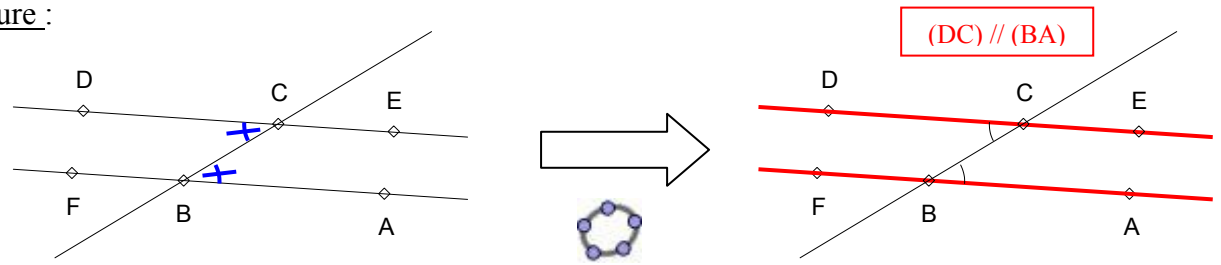
***Réciproque* de la propriété « Angles alternes-internes définis par deux droites parallèles » :**

	(…. données ou hypothèses)		(…. résultat ou conclusion)
Quand	① $\widehat{ABC}$ et $\widehat{DCB}$ sont alternes-internes ② $\widehat{\ldots\ldots}$ = $\widehat{\ldots\ldots}$	*alors*	…… // ……

Autrement dit : Lorsque deux angles alternes-internes sont de ……, alors les deux droites les définissant sont ……..

Utilité : Cette propriété sert à montrer que deux droites sont ……..

Figure :

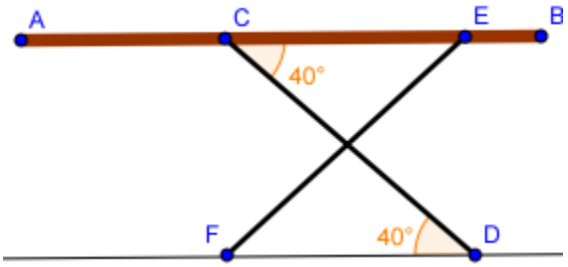


B. Exercices Angles alternes-internes et Droites parallèles :

➢ Exercice 1 : Maths et Arts ménagers.

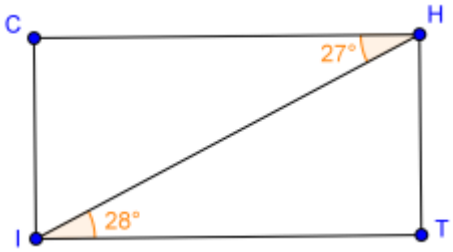
Ci-contre une table de repassage vue de côté.

Le plateau est-il bien parallèle au sol ? Justifier.



➢ Exercice 2 : Classico.

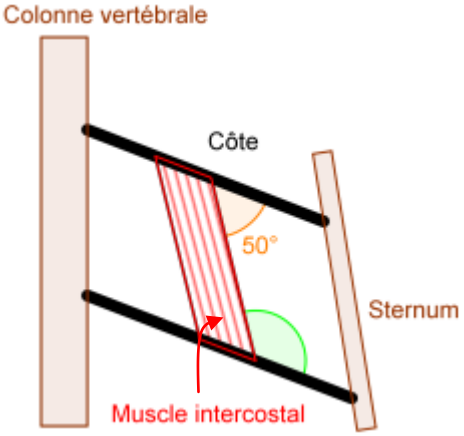
Le quadrilatère CHTI ci-contre peut-il être un rectangle ? Justifier.



➢ Exercice 3 : Inspirez. Expirez.

Voici le schéma en vue de côté de la poitrine lors de l'expiration. Les côtes supérieure et inférieure sont supposées parallèles.

Calculer la mesure de l'angle ❶ situé entre la côte inférieure et le muscle intercostal.



•

•

➢ Exercice 4 : Angles et Algorithmique avec Scratch.

Le logiciel Scratch a été créé par des chercheurs du prestigieux MIT et il permet à tout le monde de s'initier aux joies de l'algorithmique et de la programmation ! Voici sa mascotte :

Avec Scratch, on peut créer des tas de trucs passionnants et donc on peut aussi faire de la géométrie !

Voici donc nos premiers petits programmes (dit autrement « scripts »).

- Partie 1 : « Il le signe à la pointe de l'épée. ».

1. A quoi sert l'instruction à la ligne 1 ?
2. A quoi sert l'instruction à la ligne 2 ?
3. Ce script permet de tracer une lettre de l'alphabet. Laquelle ? ……. Faire un croquis de cette lettre. Compléter avec les informations données dans le script.
4. Quelles lignes faut-il modifier dans ce script pour obtenir une marche d'escalier ? Comment ?

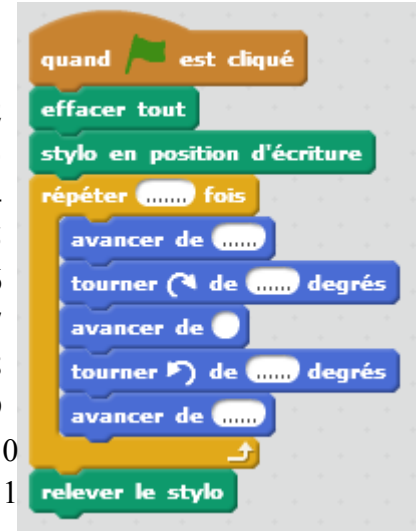
- Partie 2 : Bancal.

1. On a modifié notre script pour qu'il dessine un escalier. A quelle ligne voit-on le nombre de marches qui vont être tracées ? Ligne ….. Modifier pour avoir 10 marches d'escaliers.

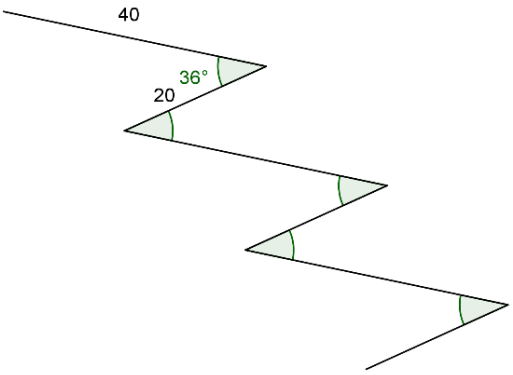
Cette partie orange de la ligne 4 à 10 s'appelle ***une boucle*** *en algorithmique-programmation. Une boucle permet de faire plusieurs fois une même série d'instructions et évite ainsi de réécrire plusieurs fois la même chose.* ***Cette notion de boucle est fondamentale.***

2. L'escalier sera-t-il bien droit ? …… A cause de quelle ligne ? Corriger.

- Partie 3 : Buzz l'éclair.



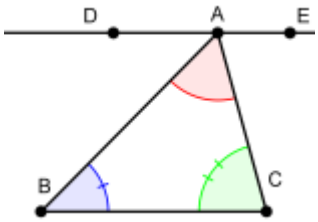
1. Voici un début d'éclair aux zébrures parallèles. Compléter ce croquis.



2. Compléter le script pour qu'il trace le même éclair.
3. Une ligne du script empêche la bonne réalisation de la figure ! Laquelle et pourquoi ?

IV. ANGLES ET TRIANGLES QUELCONQUES.

A. Somme des mesures des trois angles d'un triangle :



Soit un triangle ABC. On veut connaître la somme des mesures de ses 3 angles.

Pour cela, on a tracé (DE) la parallèle à (BC) puis travaillons sur les angles alternes-internes.

1. Matérialiser en bleu l'angle qui est alterne interne à $\widehat{B}$, puis justifier que $\widehat{DAB} = \widehat{CBA}$.

2. Matérialiser en vert l'angle qui est alterne interne à $\widehat{C}$. De la même manière qu'en 1), on montre que $\widehat{BCA}$ = ……..

3. Compléter : « Puisque les 3 angles $\widehat{DAB}$, $\widehat{BAC}$ et $\widehat{CAE}$ forment un angle ……..….., alors $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C}$ = ……..° »

Propriété : **Somme des mesures des 3 angles d'un triangle :**

	(……. condition ou hypothèse)		(…… résultat ou conclusion)
Quand	ABC est un triangle	alors	$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C}$ = ……..°

Autrement dit : Dans n'importe quel triangle, la somme des mesures des 3 angles est égale à celle d'un angle plat : ……..°

Utilité : Lorsqu'on connait les mesures de 2 angles d'un triangle, on peut calculer la mesure du 3ème angle.

B. Comment calculer la mesure inconnue d'un angle dans un triangle ?

Soient $\widehat{A}$ = 38° et $\widehat{B}$ = 82°, on veut trouver la mesure inconnue du troisième angle $\widehat{C}$.

Méthode en ……. étapes à suivre rigoureusement :

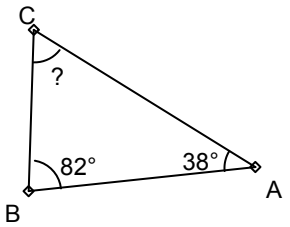
❶ On dessine à main levée un **croquis complet** (noms des points, mesures) puis on place un « ? » près de la mesure inconnue.

❷ Puisque ABC est un triangle, alors $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C}$ = 180°.

Donc $\widehat{C}$ = 180° – $\widehat{A}$ – $\widehat{B}$

$\widehat{C}$ = 180° – 38° – 82°

$\widehat{C}$ = 60°



A vous maintenant ! Dans les trois cas suivants, appliquer ***rigoureusement*** la méthode ci-dessus pour calculer la mesure inconnue du troisième angle $\widehat{C}$:

① Le triangle ABC est rectangle en A, et $\widehat{B}$ = 45° :

Que remarquez-vous pour ce triangle ABC ?

② Triangle CIL avec $\widehat{L}$ = 35° et $\widehat{I}$ = 2 $\widehat{L}$:

③ Le triangle BEC est isocèle en C et $\widehat{E}$ = 30°. **Croquis codé d'abord !**

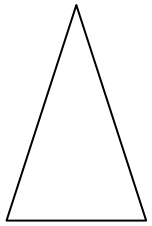
V. ANGLES ET TRIANGLES PARTICULIERS.

A. Angles et Triangle isocèle :

Puisqu'un triangle isocèle possède un axe de symétrie passant par le milieu de la base et par le sommet principal, alors les deux angles à la base sont de ……

Propriété : **Utiliser l'égalité de 2 angles à la base d'un triangle isocèle :**

Croquis codé



	(……. condition ou hypothèse)		(…… résultat ou conclusion)
Quand	ABC est un triangle isocèle en A	alors	$\widehat{\ldots\ldots}$ = $\widehat{\ldots\ldots}$

Autrement dit : Dans un triangle isocèle, les 2 angles à la base sont de ……

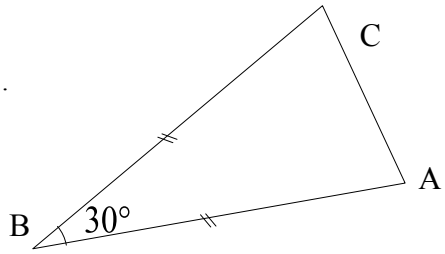
Utilité : Cette propriété sert à écrire une égalité de ……..

➢ Application ① :

1. D'après le codage sur la figure ci-contre, ABC est ……..… en ……

« Puisque ABC …… en …... alors $\widehat{\ldots\ldots}$ = $\widehat{\ldots\ldots}$ »

2. En réutilisant rigoureusement la méthode vue p.2, calculer la mesure de $\widehat{A}$.

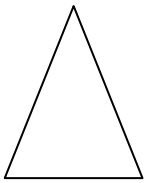


➢ Application ② : Soit un triangle MLK isocèle en L et tel que $\widehat{L}$ = 20°. **Croquis codé d'abord ! →**

En appliquant la même démarche que dans l'application ① ci-dessus, calculer la mesure inconnue de l'angle $\widehat{K}$.

Réciproque : **Prouver qu'un triangle est isocèle en utilisant les angles :**

Croquis codé



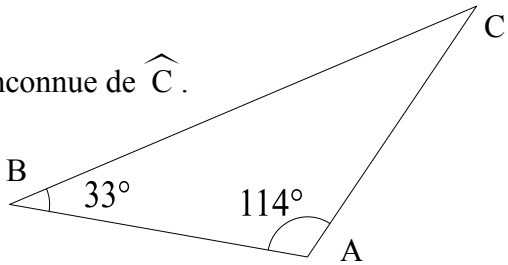
	(…… conditions ou hypothèses)		(…….. résultat ou conclusion)
Quand	{ ① ABC est un triangle ② $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ }	alors	ABC est ……..….. en …..

Autrement dit : Un triangle ayant …….…….. est un triangle isocèle.

Utilité : Cette propriété sert à prouver qu'un triangle est ……..…….. en un de ses sommets.

➢ Application ① :

1. En réutilisant rigoureusement la méthode p.8, calculer la mesure inconnue de $\widehat{C}$.



2. Le triangle ABC est-il isocèle ?

Puisque {

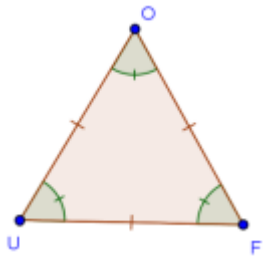
➢ Application ② : Soit un triangle GEL tel que $\widehat{G} = 29°$ et $\widehat{L} = 122°$. **Croquis !** GEL est-il isocèle ?

B. Angles et Triangle équilatéral :

Puisque le triangle équilatéral possède …… axes de symétrie, les mesures de ses 3 angles sont ……

Appliquons encore la méthode p.8 pour calculer la mesure commune aux 3 angles du triangle équilatéral.

Figure



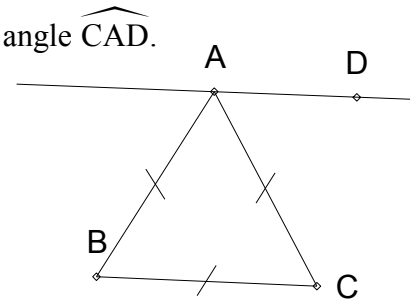
Propriété : **Utiliser l'égalité des 3 mesures d'angle dans un triangle équilatéral :** *Croquis codé*

	(…….. condition ou hypothèse)		(…… résultat ou conclusion)
Quand	ABC est un triangle **équilatéral**	alors	$\widehat{\ldots\ldots}$ = $\widehat{\ldots\ldots}$ = $\widehat{\ldots\ldots}$ = ……°

Autrement dit : Dans un triangle équilatéral, les 3 angles ont la même ……

Utilité : Cette propriété sert à écrire des égalités de ……..

➢ Exercice 1 : Sur la figure ci-contre, (AD) // (BC). Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CAD}$.



•

•

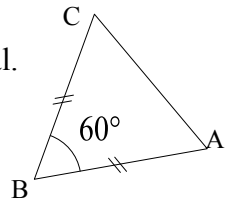
Réciproque : **Prouver qu'un triangle est équilatéral :** *Croquis codé*

	(…… conditions ou hypothèses)		(….. résultat ou conclusion)
Quand	① ABC est un triangle ② $\widehat{ABC}$ = $\widehat{ACB}$ = ***60°***	alors	ABC est ……..…..

Autrement dit : Un triangle ayant deux angles de …… égale à ….….. est un triangle équilatéral.

Utilité : Cette propriété sert à prouver qu'un triangle est ……..……...

➢ Exercice 2 : Calculer la mesure de $\widehat{C}$ puis montrer que ce triangle ABC est équilatéral.



•

•

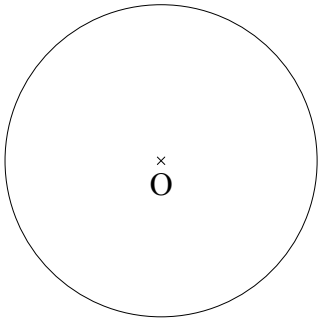
Remarque : On vient de prouver la propriété importante suivante :

Propriété : Un triangle *isocèle avec en plus un angle de 60°* est forcément équilatéral.

➢ Exercice 3 : Placer sur ce cercle deux points M et N non diamétralement opposés tels que $\widehat{MON}$ = 60°.

Quelle est la nature du triangle MON ? Justifier !

•



•

VI. CONSTRUCTION DE TRIANGLES - NIV.1 (RAPPELS 6EME).

La construction de triangles repose sur le principe suivant :

« Un triangle contenant 3 informations indépendantes peut être construit de façon (presque) unique. »

Connaissant ces 3 informations, la méthode de construction sera toujours la même :

Méthode de construction d'un triangle :

1. **D'abord un croquis lisible et complet** :

   Noms des points + Codages + Report en couleur de ces 3 informations.

2. Puis construction à la règle et au compas en laissant les traits légers de construction.

Plusieurs cas de construction de triangle se présentent :

A. A partir des longueurs des 3 côtés :

Lorsqu'on connait les 3 longueurs d'un triangle[2], on peut construire celui-ci de façon unique :

Construire le triangle AME tel que :

AM = 6 cm, AE = 3 cm et ME = 8 cm.

Figure *(croquis là d'abord →)*

E

B. A partir d'un angle encadré par 2 côtés :

En plus de la règle graduée et du compas, on utilise le ……..

Tracer le triangle UFN sachant que :

$\widehat{UFN}$= 20°, UF = 4 cm et NF = 6 cm.

Figure *(croquis là d'abord →)*

C. A partir d'un côté encadré par 2 angles :

En plus de la règle graduée et du compas, on utilise le ……..

Tracer le triangle BOL tel que :

LO = 5 cm, $\widehat{BLO}$ = 40° et $\widehat{BOL}$ = 50°.

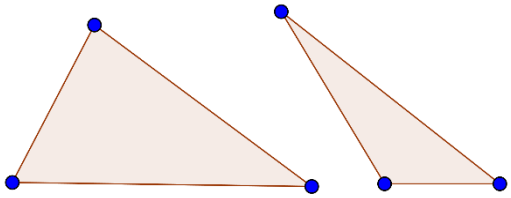
Figure *(croquis là d'abord →)*

[2] On pourra plus tard se poser la question suivante : la donnée de 3 longueurs quelconques permet-elle de toujours fabriquer un triangle ? On verra en fait que pas forcément ! C'est l'objet d'un chapitre qui s'appelle « L'inégalité triangulaire ».

Et si maintenant on connait les 3 angles mais aucune longueur. Cette fois-ci la construction ne sera pas unique ! On obtiendra des triangles …….

VII. TRIANGLES SEMBLABLES.

A. Introduction ; définitions :



Question : les 2 triangles ci-contre sont-ils semblables ? ……..

Pourquoi ?

Ci-contre, dessiner un triangle semblable au premier triangle mais non exactement le même.

Comment est-il par rapport à ce premier triangle ?

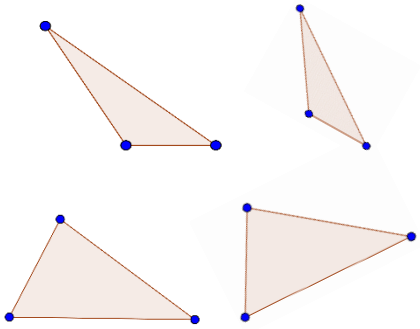
Triangles Semblables, Superposables : définitions.

① 2 triangles sont dits **semblables** lorsque l'un est un agrandissement ou une …… de l'autre.

Par exemple les 2 triangles ci-contre sont semblables.

② Lorsque 2 triangles semblables sont *en plus* de même taille, on dit qu'ils sont **superposables.**

Par exemple les 2 triangles ci-contre sont superposables.



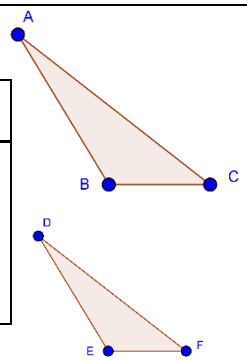
B. Propriétés angulaires des triangles semblables :

Lorsqu'on mesure les angles de 2 triangles semblables, que remarque-t-on ?

➢ Explication : Le cas des triangles semblables n'est en fait qu'un cas particulier des situations d'agrandissement-réduction[3]. Or un agrandissement-réduction est une transformation qui, bien qu'elle change toutes les longueurs des objets en les multipliant par un même facteur, ne change pas leurs formes générales. Donc les mesures d'……. sont conservées. D'où la propriété suivante :

Propriété angulaire des triangles semblables :

	(…… condition ou hypothèse)		(….. résultats ou conclusion)
Quand	ABC et DEF sont 2 triangles ……	alors	① $\widehat{A} = \widehat{D}$ ② $\widehat{B} = \widehat{E}$ ③ $\widehat{C} = \widehat{F}$



Autrement dit : 2 triangles semblables ont leurs angles 2 à 2 de …….

Utilité : Cette propriété sert à écrire des égalités de ……..……..……...

[3] Nous aurons l'occasion d'étudier plus en détail ces situations d'agrandissement-réduction lors du contrat sur la Proportionnalité.

➢ La réciproque de la propriété angulaire page précédente est vraie aussi et donne une propriété qui servira à montrer que 2 triangles sont semblables :

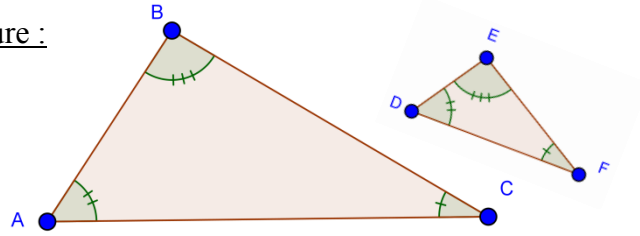
Reconnaître des triangles semblables grâce à leurs 3 paires d'angles :

	(…… condition ou hypothèse)		(….. résultats ou conclusion)
Quand	① $\widehat{A} = \widehat{D}$ ② $\widehat{B} = \widehat{E}$ ③ $\widehat{C} = \widehat{F}$	alors	les 2 triangles ABC et DEF sont ……

Autrement dit : 2 triangles ayant leurs angles 2 à 2 de …….....…… sont …….....

Utilité : Cette propriété sert à prouver que 2 ……..……..……...

Figure :



les triangles ABC et DEF sont semblables.

➢ **<u>Remarque :</u> En pratique, il suffira de trouver 2 paires d'angles de même mesure.**

En effet, d'après la propriété de la somme des angles dans un triangle vue p.2, lorsqu'on connait 2 angles dans un triangle, on connait forcément le troisième angle. Donc si dans 2 triangles, 2 paires d'angles sont de même mesure, alors forcément la 3ème paire d'angles l'est aussi et donc les 2 triangles sont semblables.

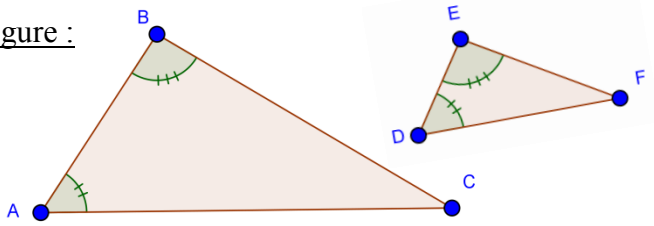
Reconnaître des triangles semblables grâce à <u>2 paires d'angles seulement</u> :

	(…… condition ou hypothèse)		(….. résultats ou conclusion)
Quand	① $\widehat{A} = \widehat{D}$ ② $\widehat{B} = \widehat{E}$	alors	les 2 triangles ABC et DEF sont ……

Autrement dit : 2 triangles ayant 2 paires d'angles de ……..... sont ……..

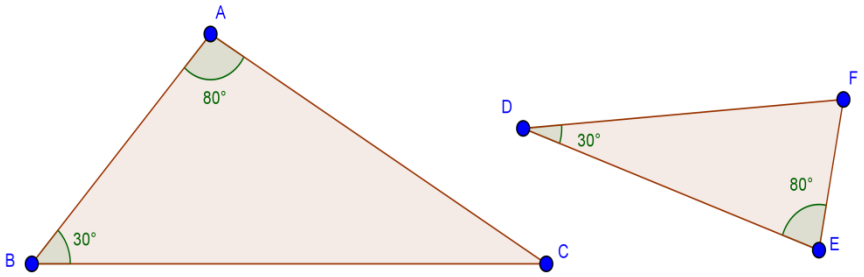
Utilité : Cette propriété sert à prouver que ……..……..……...

Figure :



les triangles ABC et DEF sont semblables.

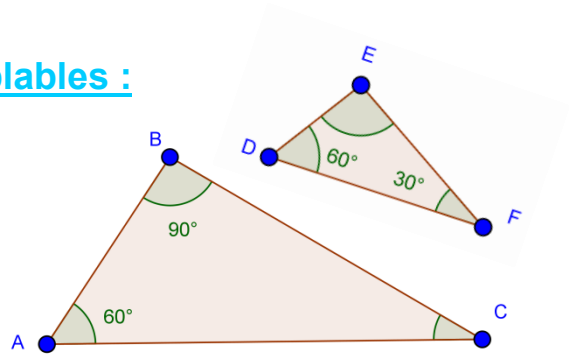
Applications : ① Ces deux triangles sont-ils semblables ?



② Soient 2 triangles GHI et KMN tels que $\widehat{H} = 20°$, $\widehat{G} = 60°$, $\widehat{K} = 60°$ et $\widehat{M} = 20°$. Sont-ils semblables ?

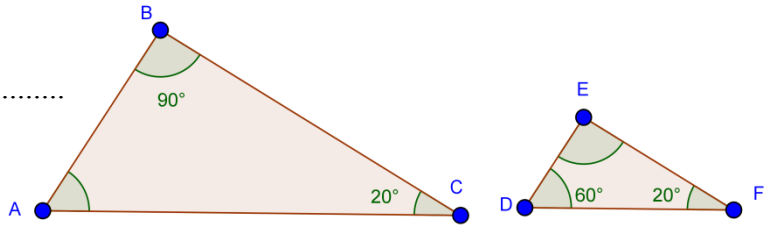
C. Exercices de base sur les triangles semblables :

① Les 2 triangles suivants sont-ils semblables ? Justifier.



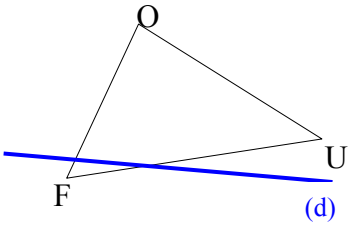
② Les 2 triangles suivants ont-ils l'air semblables ? .....

Sont-ils semblables ? Justifier.



③ Soient 2 triangles GHI et KMN tels que $\widehat{H} = 30°$, $\widehat{G} = 40°$, $\widehat{K} = 60°$ et $\widehat{M} = 40°$. Sont-ils semblables ?

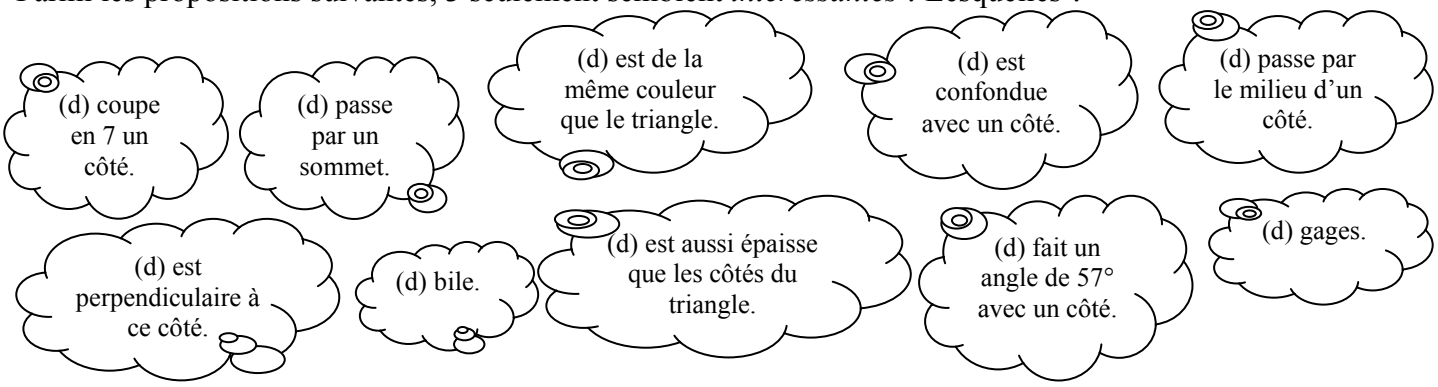
VIII. DROITES REMARQUABLES DU TRIANGLE.



➢ Soit OFU, un triangle quelconque. On éprouve l'irrésistible envie de tracer une droite (d) « traversant » le triangle comme sur la figure ci-contre, n'est-ce pas ? Y a-t-il quelque chose de particulier à noter pour cette droite (d) ? …….

➢ Contrairement à l'exemple ci-contre, on voudrait tracer une droite (d) ayant une ou plusieurs propriétés *remarquables*.

Parmi les propositions suivantes, 3 seulement semblent *intéressantes* ! Lesquelles ?



➢ Ainsi donc, 3 propositions sont remarquables pour la droite (d) et vont nous intéresser :

❶ (d) passe par un sommet.

❷ (d) passe par le milieu d'un côté.

❸ (d) est perpendiculaire à ce côté.

En fait, chacune de ces 3 propositions prises séparément n'est pas très intéressante en elle-même !

C'est la conjonction (réunion) de **2** propositions choisies parmi les 3 qui va aboutir à quelque chose de remarquable.

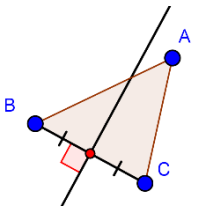
A. Médiatrices d'un triangle :

1. Définition, figure et double codage :

En choisissant les propriétés ❷ et ❸, on obtient une droite passant par le milieu d'un segment et perpendiculairement à ce segment : on reconnait la …….. vue en 6ème.

① Définition : La **médiatrice** d'un côté d'un triangle est …… droite :

{ passant par le ……..……..…… de ce côté,
{ …… à ce côté.



② Figure et double codage : Ci-contre, on a tracé la médiatrice du côté [BC].

Repasser en rouge le double-codage de cette médiatrice.

Etymologie : Le mot Médiatrice est issu du latin *media trix* qui signifie *se placer au milieu*.

Deux remarques sur les médiatrices d'un triangle :

① Puisqu'un triangle a 3 sommets, alors il y a …… médiatrices dans un triangle.

② On dit aussi **« médiatrice relative à un côté »** : elle est la …… de ce côté.

Rappelons la propriété ultra importante sur les longueurs vérifiée par la médiatrice :

2. Propriété métrique caractéristique de la médiatrice (rappels 6ème) :

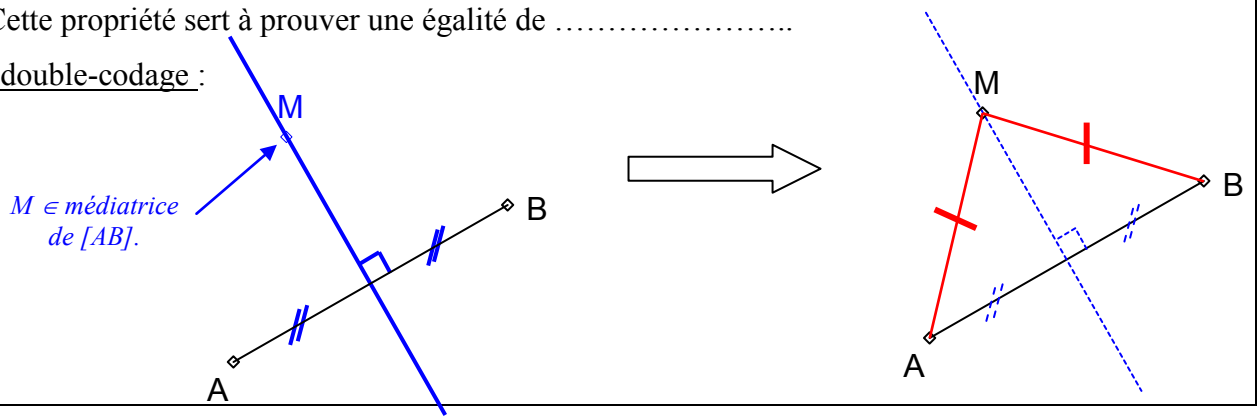
Propriété métrique de la médiatrice :

	(…… condition ou hypothèse)		(…. résultat ou conclusion)
Quand	M est sur la médiatrice d'un segment [AB]	alors	MA = MB

Autrement dit : Lorsqu'un point est situé sur la médiatrice d'un segment, alors il est situé à égale distance des deux extrémités de ce segment.

Utilité : Cette propriété sert à prouver une égalité de ……..

Figure et double-codage :



Inversement :

Réciproque de la propriété métrique de la médiatrice :

	(….. condition ou hypothèse)		(……. résultat ou conclusion)
Quand	…….. = …….	alors	M est sur la ……..……..……. du segment [AB].

*Autrement dit : Lorsqu'un point est **équidistant** des extrémités d'un segment, alors ce point est sur la médiatrice de ce segment.*

Utilité : Cette propriété sert à prouver qu'un point est sur une ……..

Figure : C'est la même que celle de la propriété métrique *mais dans le sens contraire.*

Conséquence très importante : **Rechercher l'ensemble des points équidistants de 2 points fixés, revient à tracer la ……....…….. du segment reliant ces 2 points.**

- Remarque :

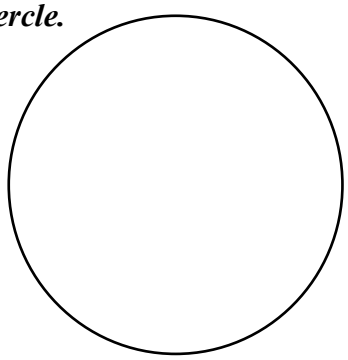
Quand une propriété et sa réciproque sont vraies en même temps, on dit que cette propriété est **caractéristique** : ici, seul l'objet médiatrice et lui seul a tous ses points équidistants de 2 points fixes.

- Application directe : ***Construction à la règle et au compas du centre d'un cercle.***

Placer de façon quelconque 3 points *distincts (séparés)* sur ce cercle.

Puis, grâce aux médiatrices, construire le centre de ce cercle.

Double-codages des médiatrices !

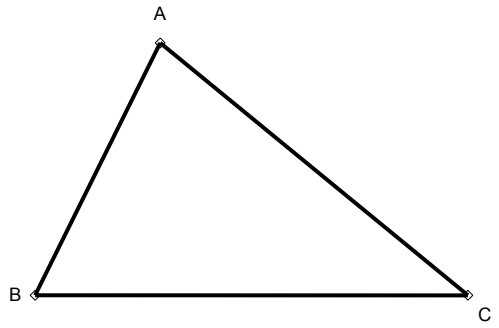


Combien de médiatrices suffit-il de tracer pour obtenir le centre ? ……..

3. Exercices sur les médiatrices d'un triangle :

➢ Exercice 1 :

1. Tracer en rouge les 3 médiatrices du triangle ABC ci-contre. Que remarquez-vous ?
2. Appeler O le point de concours (d'intersection) des trois médiatrices.
3. Tracer en bleu le cercle de centre O et de rayon OA. Que remarquez-vous ?



➢ Exercice 2 :

Voici 3 villes assimilées aux points A, B et C.

Où placer « équitablement » l'aéroport L ?

➢ Exercice 3 :

Les 3 points P, A et N symbolisent 3 villes et la Région souhaite construire une nouvelle gare près de ces 3 villes mais pas n'importe où ! Cette gare doit être placée plus près de la ville P que de la ville A et plus près de la ville A que de la ville N. Hachurer la zone correspondante sur la figure.

B. Hauteurs d'un triangle :

En prenant les propriétés ❶ et ❸ p.10, on obtient une droite remarquable du triangle qui s'appelle la ……

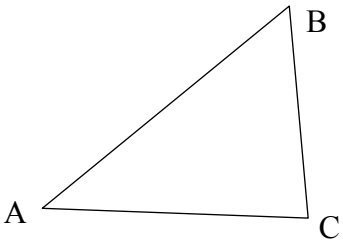
Définition de la hauteur : Dans un triangle, la **hauteur relative à un sommet** est ..…… droite :

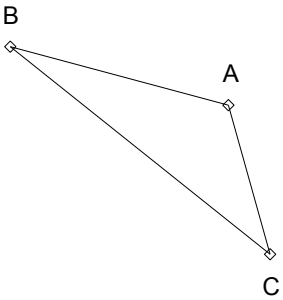
- passant par ce ……..……..……,
- …… au côté opposé à ce sommet.

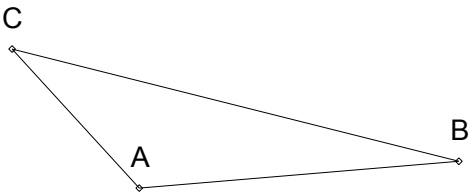
➢ Figure et codage des hauteurs :

Pour chacun des trois triangles ci-dessous, tracer en rouge la hauteur issue du sommet C. Codages !

Puis placer H le point d'intersection entre cette hauteur dessinée et la droite (AB) (*H s'appelle le pied de cette hauteur issue du sommet C*).







➢ Trois remarques sur les hauteurs d'un triangle :

① Puisqu'un triangle a 3 sommets, alors il y a …… hauteurs dans un triangle.

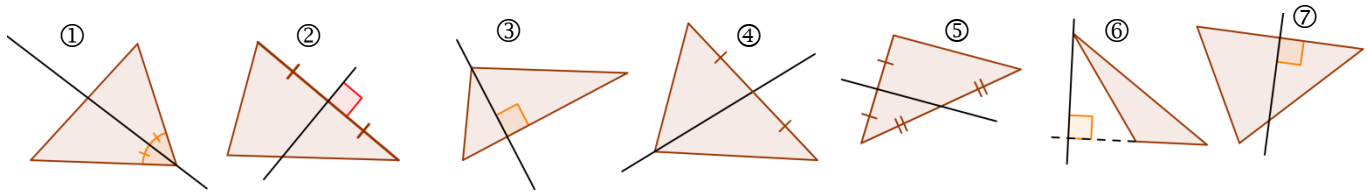
② On dit aussi **« hauteur relative à un côté »** : elle est …… à ce côté.

③ Pourquoi parle-t-on de hauteur ? **En fait cette hauteur relative à un sommet indique la distance de ce sommet au côté opposé.**

C. Exercices sur hauteurs et médiatrices.

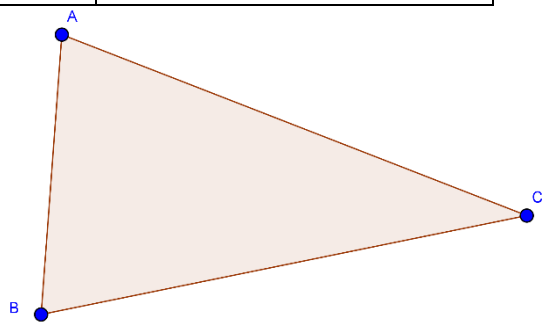
➢ Exercice 1 : Reconnaître par le codage une hauteur ou une médiatrice.

Pour chaque triangle, observer la droite codée puis compléter le tableau.



	hauteur	*juste une perpendiculaire*	*médiatrice*	*autre chose*
Figures				

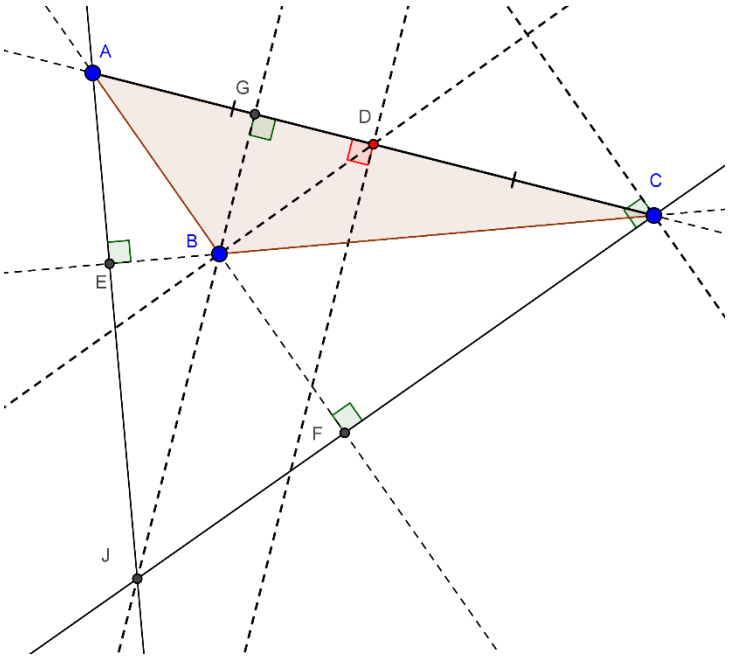
➢ Exercice 2 : Hauteur et médiatrice dans un triangle.



1. Tracer (h) la hauteur issue de B et (d) la médiatrice de [AC].
2. Comment sont la hauteur (h) et la médiatrice (d) ? Justifier.
3. Compléter : « Lorsque le triangle ABC est ..... en ....., alors la hauteur (h) issue de …… et la médiatrice (d) du côté […….] sont confondues. »

➢ Exercice 3 : Reconnaître des hauteurs grâce aux angles droits.

Sur la figure ci-contre,



1. Dans ABC, la hauteur relative à [BC] ? …….
2. Dans ABC, la hauteur issue de C ? ……...
3. Dans JBC, la hauteur issue de C ? ……
4. Dans ABJ, la hauteur relative à [AJ] ? ……..
5. Dans BCF, la hauteur issue de B ? ……..
6. Dans BCD, la hauteur relative à [DC] ? …….
7. (CE) est la hauteur du triangle ……. issue de …….
8. (JG) est la hauteur du triangle …….. issue de ……..

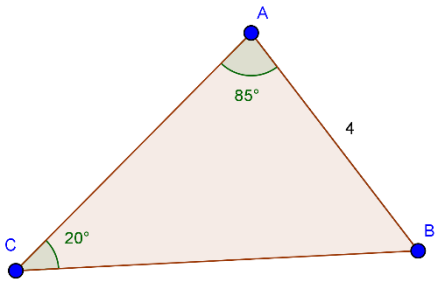
IX. EXERCICES RECAPITULATIFS SUR ANGLES ET TRIANGLES.

➢ Exercice 1 : Constructions de triangles – Niveau 2.

Rappel p.6 : Un triangle est directement constructible lorsqu'on a :

- *soit les 3 longueurs.*
- *soit un angle encadré par 2 longueurs.*
- *soit une longueur encadrée par 2 angles.*

Est-ce le cas ici ? …….. Quel angle faut-il calculer ? ……



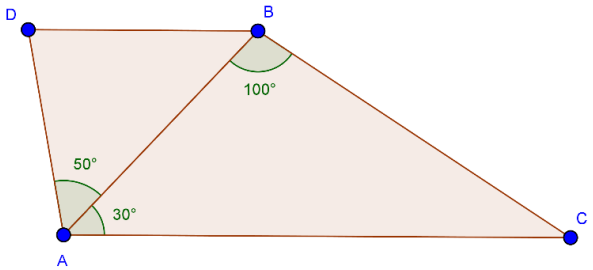
1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{B}$.
2. Construire le triangle ABC.

Figures

3. Même méthode pour ABC, un triangle rectangle en A tel que $\widehat{B}$ = 30° et AC = 4 cm. **Croquis !**

4. Même méthode pour ABC, un triangle isocèle en B tel que $\widehat{B}$ = 80° et AC = 4 cm. **Croquis !**

➢ Exercice 2 : Un peu de tout.

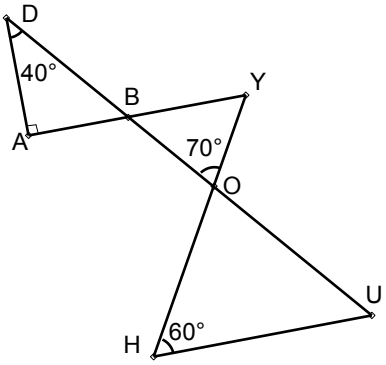


Le but de cet exercice est de voir si les triangles ABC et ABD sont semblables ou pas. D'après p.13, cela revient donc à voir s'ils ont …….. paires d'angles de même mesure.

On sait que (DB) // (AC).

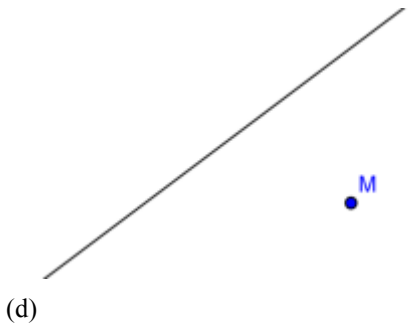
1. Trouver les angles manquants dans chaque triangle.
2. Conclure.

➢ (Contrôle 2006 (…… / 5 pts) :)



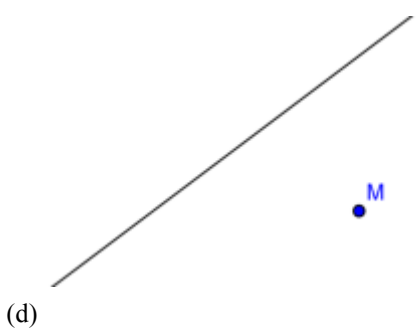
1. Trouver $\widehat{ABD}$, $\widehat{OBY}$, $\widehat{YOU}$ et $\widehat{BYO}$. (…….. / 4 pts)
2. Les droites (AY) et (HU) sont-elles parallèles ? (……...…… / 1 pt)

➢ <u>Exercice 4 : Problèmes de construction.</u> **Croquis lisibles et complets d'abord !!**

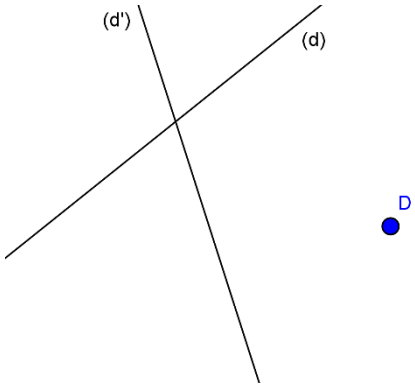


Construire 2 points E et R de telle sorte que la droite (d) soit une médiatrice du triangle MER et que ER = 4 cm et MR = 3 cm.

Codages !



Construire 2 points E et R tels que (d) soit la hauteur issue de E du triangle non rectangle MER et que les trois points M, E et R soient « du même côté de (d) ». Codage !



Construire 2 points E et R tels que les droites (d) et (d') soient 2 médiatrices du triangle DER.

Codages !

➢ <u>Exercice 5 : Somme des angles et Scratch.</u>

1) A quoi sert l'instruction 1 ?

2) Que font les instructions 2 et 4 ?

3) *A l'instruction 3, on rentre au clavier la réponse demandée à l'instruction 2. Cette réponse est rangée dans la case mémoire qui a pour nom Angle1. En Algorithmique Programmation on dit qu'on a affecté une valeur (ici* réponse *) à une variable (ici* Angle1 *). Cela revient à mettre* réponse *dans la boîte qui s'appelle* Angle1 *.*

Cette notion d'affectation d'une valeur à une variable est fondamentale en Algorithmique Programmation.

De même, à la l'instruction 5, on a affecté (mis) la valeur ..... à la variable .....

4) Quel calcul est effectué à l'instruction 6 ? .....

Dans quelle variable le résultat de ce calcul va-t-il être affecté (mis-rangé) ? .....

5) Que fait l'instruction 7 ?

6) A quoi sert ce script (petit programme) ?

7) Si on entre au clavier 10 à la ligne 3 et 20 à la ligne 5, que va-t-il s'afficher en sortie à la ligne 7 ?

X. POUR PREPARER LE TEST ET LE CONTROLE.

- **Faire *en temps limité* les évaluations des années précédentes sur mon site (//yalamaths.free.fr, espace 5ème, Angles et Triangles).**
- **Comparer avec les corrigés. Refaire si besoin !**

A. Conseils :

- Constructions :
  - **A main levée, o**n fait d'abord un croquis de la figure finale pour avoir une idée de sa forme.
    On reporte sur ce croquis **les informations** données par l'énoncé (longueurs, angles, codages etc.)
  - Laisser les traits de construction, **légers et nets.**
  - **Couleurs + codages** induits par l'énoncé.
- Calculs d'angles :
  - Quand on fait des calculs d'angles dans un triangle, on écrit dans quel triangle on se place.
  - Penser aux propriétés angulaires des triangles isocèles, équilatéraux.
- Preuves :
  - Ne pas essayer de répondre en une fois aux questions mais en plusieurs étapes.
  - Parallèles et triangles : angles ……..……
  - Etre précis : isocèle où, rectangle où, bissectrice de quel angle etc.
  - Une affirmation non justifiée par un raisonnement ou par une donnée de l'énoncé ne vaut RIEN !

B. Erreurs fréquentes :

Inventer des hypothèses ou du codage qui nous arrangent.

Inventer des théorèmes.

C. Remplir le tableau de compétences sur la fiche de contrat :

Quel est l'intitulé du prochain contrat ? ……..

Perle du bac 2005 : « Un triangle est un appareil qui sert à faire le triage des angles. »

Perle du Bac 2011 : « Triangle rectangle : c'est un triangle qui a 3 côté parallèles. »

Perle du Bac 2003 : « Le débarquement de Normandie a eu lieu sur des plages en Angleterre. »

Perle du bac 2011 : « Le site internet Facebook permet de photocopier son visage dans un livre. »

Perle du Bac 2011 : « Les gens au chômage sont les premiers à faire grève dans la rue parce que leur salaire est gratuit. »

Perle du Bac 2011 : « Internet a révolutionné les moyens de communication sans fil, particulièrement avec Louis Fy. »