

Corrigé TEST T4 ANGLES ET TRIANGLES (55')

Compte rendu :

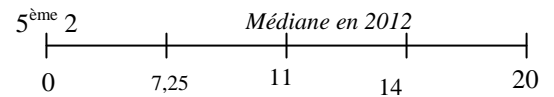
- Fractions : SIMPLIFIEZ avant d'additionner ou de soustraire ! Combien de fois faut-il le répéter !
- Distributivité : Factorisez au maximum.
- Constructions : LISEZ BIEN vos énoncés ! Exo n°4 question 2 : CBD **rectangle** et isocèle en B!
N'oubliez pas le codage induit.
Faites des croquis au brouillon (QCM) !
- Angles et triangles : Rédaction pour la somme des angles dans un triangle à revoir (méthode voir le 1. du n°3), en particulier dans le cas du triangle isocèle.
- Angles alternes internes ou correspondants : Certains ne repèrent pas ces genres d'angles.
- Angles et parallélisme : Oubli fréquent de la condition « angles de même mesure ».
- Angles et alignement de points : Méthode à revoir ! 3 points alignés forment un angle plat ! ⇒ Angles supplémentaires !
- Bissectrice : Propriété angulaire de la bissectrice mal rédigée ou non sue.
- Plus généralement : Manque de précision (opposés par quel sommet commun ? Isocèle où ? Donnez les noms des objets au lieu de dire « ils » ou « elles », hypothèses manquantes dans les preuves.

Présentation : pas de réponse en premier donc « car » et « parce que » interdits.

Rédigez les preuves comme cela a été fait dans les corrections des exercices.

N'inventez pas de théorèmes ou des hypothèses !

Une réponse sans justifications ne vaut rien !



Refaites les exercices ratés de ce test jusqu'à ce que ce soit comme la correction !

Analysez chaque remarque et chaque erreur.

Médianes : 7,5 sur 14 en 2011 ; 10,25 sur 14 en 2010 ; 8,25 sur 14 en 2009 ; 7 sur 12 en 2008 ! ; 7 sur 12 en 2007.

➤ Exercice n° 1 (..... / 4 points) : Calculer :

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{14}{16} - \frac{30}{40} + \frac{15}{18} \\
 &= \frac{7}{8} - \frac{3}{4} + \frac{5}{6} \\
 &= \frac{21}{24} - \frac{18}{24} + \frac{20}{24} \\
 &= \frac{23}{24} \text{ F.I.}
 \end{aligned}$$

Attention : $-\frac{18}{24} + \frac{20}{24}$ n'est pas égal à $-\frac{38}{24}$! On va voir cela au contrat prochain.

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{6}{18} + \frac{56}{99} \times \frac{22}{8} \\
 &= \frac{1}{3} + \frac{8 \times 7 \times 11 \times 2}{9 \times 11 \times 8} \\
 &= \frac{1}{3} + \frac{14}{9} \\
 &= \frac{3}{9} + \frac{14}{9} \\
 &= \frac{17}{9} \text{ F.I.}
 \end{aligned}$$

Développer : (..... / 1 pt)

$$\begin{aligned}
 H &= 8 \left(3k - \frac{5}{12} \right) \\
 &= 8 \times 3k - 8 \times \frac{5}{12} \\
 &= 24k - \frac{2 \times 4 \times 5}{4 \times 3} \\
 &= 24k - \frac{10}{3}
 \end{aligned}$$

Factoriser : (..... / 1 pt)

$$\begin{aligned}
 E &= 18k + 27 - 36p \\
 &= 9 \times 2k + 9 \times 3 - 9 \times 4p \\
 &= 9 (2k + 3 - 4p)
 \end{aligned}$$

➤ **Exercice n° 2** (..... / 2,5 points) : Question de cours.

Pour chaque affirmation, trois choix vous sont proposés dont un seul est vrai. Lequel ? **L'entourer.**

(Barème : réponse juste = + 0,5 pts sans réponse = 0 pt réponse fausse = - 0,25 pts)

(Les scores finaux négatifs sont ramenés à une note de 0 pt. **Faites des croquis au brouillon !**)

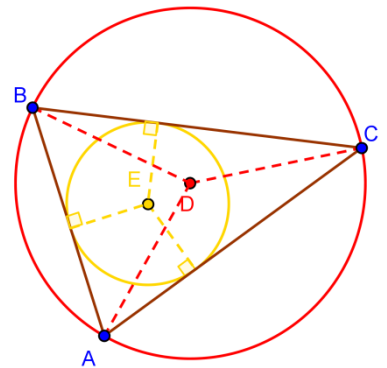
| Affirmations | Choix 1 | Choix 2 | Choix 3 | Points (Prof) |
|---|---|--|---|---------------|
| ① Pour construire le centre du cercle circonscrit à un triangle, | il faut tracer les 3 médiatrices de ce triangle. | il suffit de tracer 2 bissectrices de ce triangle. | il suffit de tracer 2 médiatrices de ce triangle. | |
| ② Le centre du cercle circonscrit à un triangle est | équidistant des 3 sommets du triangle. | équidistant des 3 côtés du triangle. | équidistant des 3 côtés et des 3 sommets du triangle. | |
| ③ Dans un triangle, lorsqu'une hauteur est en même temps médiane, alors le triangle est | forcément rectangle. | forcément équilatéral. | forcément isocèle. | |
| ④ Soit (AM) la bissectrice de l'angle \widehat{BAC} , alors | (AM) coupe l'angle \widehat{BAC} en son milieu. | $\widehat{BAC} = \frac{\widehat{CAM}}{2}$ | $\widehat{CAB} = 2 \widehat{MAC}$ | |
| ⑤ La parallèle à un côté d'un triangle et passant par le milieu d'un autre côté | n'a pas de nom. | est une médiane. | est une médiatrice. | |

Commentaires : QCM catastrophique comme d'habitude. Le cours n'est pas su. Seules 2 personnes ont eu tout bon !

① **Choix 1 :** Tracer les 3 médiatrices n'est pas une nécessité !

Choix 2 : Tracer 2 bissectrices reviendra à construire le centre du cercle inscrit, c-à-d le point qui sera équidistant des 3 côtés du triangle. Cela sera vu en 4^{ème} contrat 8.

② **Choix 2 :** Le point équidistant des 3 côtés d'un triangle est l'intersection des bissectrices : ce point sera le centre d'un cercle inscrit dans le triangle qui sera tangent aux 3 côtés du triangle (4^{ème} contrat 8).



Choix 3 : Une rapide figure nous convint que cela n'est quasiment jamais possible !

On voit bien que le point E qui est équidistant des 3 côtés, n'est pas équidistant des 3 sommets.

De même, le point D, qui est équidistant des 3 sommets, n'est pas équidistant des 3 côtés.

On peut d'ailleurs se poser la question : à quelle condition sur le triangle ABC existe-t-il un point équidistant à la fois des 3 sommets et des 3 côtés ?

③ **Hauteur + médiane = médiatrice passant par un sommet.**

Donc axe de symétrie, donc triangle isocèle.

Choix 2 : Si toutes les hauteurs étaient en même temps médianes alors le triangle serait équilatéral.

④ **Un rapide croquis permet de facilement choisir !**

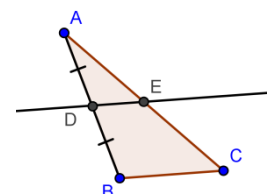
Choix 1 : Le milieu d'un angle ne veut rien dire mathématiquement !

Choix 2 et 3 : Attention à ne pas se tromper !

⑤ **Encore une fois, un rapide croquis permet de facilement choisir !**

La droite (DE) n'est ni une médiane, ni une médiatrice, ni une hauteur et ni une bissectrice !

Néanmoins, on verra en 4^{ème} contrat 6 que cette droite passant par le milieu d'un côté parallèlement à un autre côté, coupera le 3^{ème} côté en son milieu.

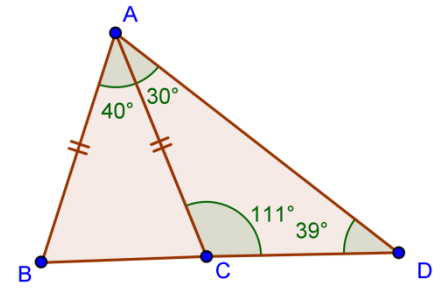


➤ Exercice n° 3 (..... / 3,5 points) :

Sur la figure ci-contre, le triangle ABC est isocèle en A et $\widehat{BAC} = 40^\circ$.

De plus, on sait que $\widehat{CAD} = 30^\circ$ et $\widehat{ADC} = 39^\circ$.

Compléter la figure (codages et mesures). *Ne pas oublier le codage !*



1. Calculer la mesure de \widehat{DCA} . (..... / 1 pt)
2. Calculer la mesure de \widehat{ACB} . (..... / 1,5 pts)
3. Les points B, C et D sont-ils alignés ? Justifier. (..... / 1 pt)

1. *Puisque ADC est un triangle, alors $\widehat{A} + \widehat{D} + \widehat{C} = 180^\circ$*

$$\text{Donc } \widehat{DCA} = 180^\circ - \widehat{A} - \widehat{D}$$

$$\widehat{DCA} = 180^\circ - 30^\circ - 39^\circ$$

$$\widehat{DCA} = 111^\circ$$

2. *Puisque ABC est un triangle isocèle en A, alors $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$*

$$\text{Donc } \widehat{ACB} = \frac{180^\circ - \widehat{A}}{2}$$

$$\widehat{ACB} = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2}$$

$$\widehat{ACB} = 70^\circ \quad (= \widehat{ABC} \text{ aussi})$$

3. *On sait qu'un alignement de points correspond à un angle plat. Calculons donc la mesure de \widehat{BCD} .*

$$\begin{aligned} \widehat{BCD} &= \widehat{BCA} + \widehat{ACD} \\ &= 70^\circ + 111^\circ \\ &= 181^\circ \end{aligned}$$

Puisque $\widehat{BCD} \neq 180^\circ$, alors les points B, C et D ne sont pas alignés.

➤ Exercice n° 4 (..... / 5 pts) :

Codages et traits de construction en pointillés visibles.

Sur la figure ci-dessous, on a tracé le segment [AB].

1. Placer le point C (« en haut » de [AB]) afin que le triangle ABC soit équilatéral. (..... / 0,5 pts)
2. Construire le point D afin que le triangle CBD soit **rectangle et isocèle en B**. (..... / 1 pt)
Combien de positions sont possibles pour ce point D ? (..... / 0,5 pts)
3. Construire le cercle circonscrit au triangle CBD. (..... / 1 pt)
4. Pour le triangle ABD, construire **en vert la hauteur issue du sommet A**. (..... / 0,5 pts)
5. Pour le triangle CBD, construire **en bleu la médiane issue du sommet B**. (..... / 0,5 pts)
6. Calculer la mesure de l'angle \widehat{ABD} . (..... / 1 pt)

2. Puisque le triangle CBD doit être rectangle en B, alors D est sur la perpendiculaire à (CB) passant par B.

Puisque le triangle CBD doit être isocèle en B, alors D est sur le cercle de centre B passant C.

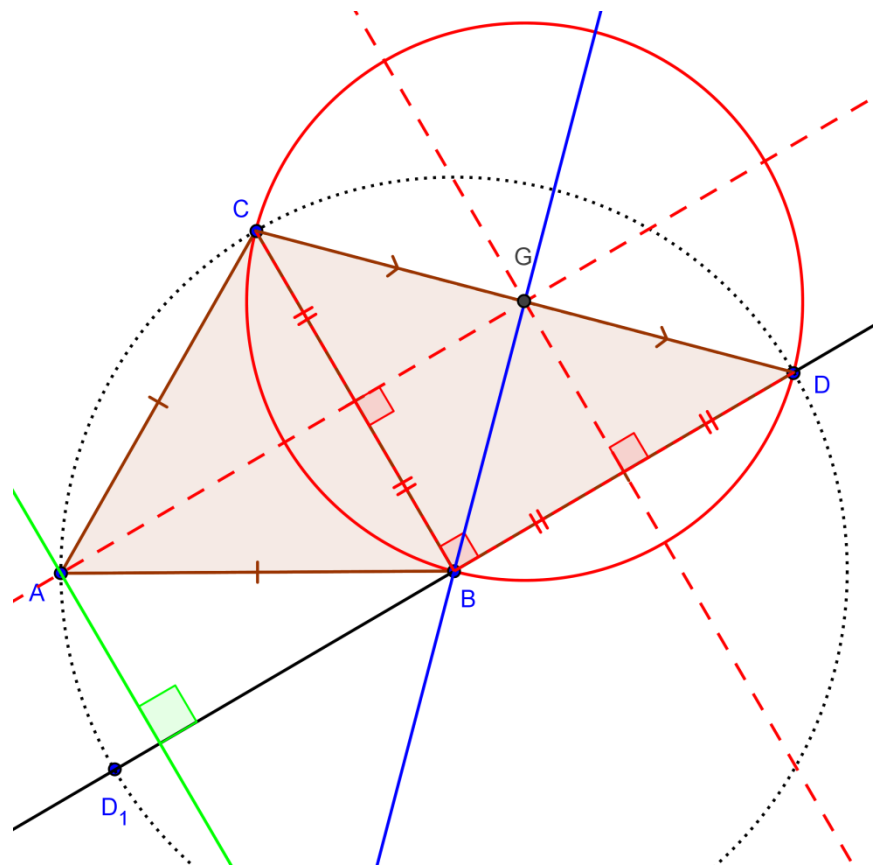
Donc D est à l'intersection de ce cercle et de cette perpendiculaire.

Il y a donc 2 positions possibles pour le point : en D et en D₁ sur la figure.

3. On trace 2 médiatrices du triangle CBD. Elles se coupent en G, centre du cercle circonscrit au triangle CBD.

4. La hauteur issue du sommet A est la droite passant par A et perpendiculaire à la droite (BD).

5. La médiane issue du sommet B est la droite qui passe par le milieu de [CD] (C'est G ici car on est dans le cas particulier d'un triangle CBD rectangle en B), et qui passe par le sommet B.



6. Puisque ABC est équilatéral, alors $\widehat{ABC} = 60^\circ$.

Puisque CBD est rectangle en B, alors $\widehat{CBD} = 90^\circ$.

Dans le cas de notre figure, on a par addition :

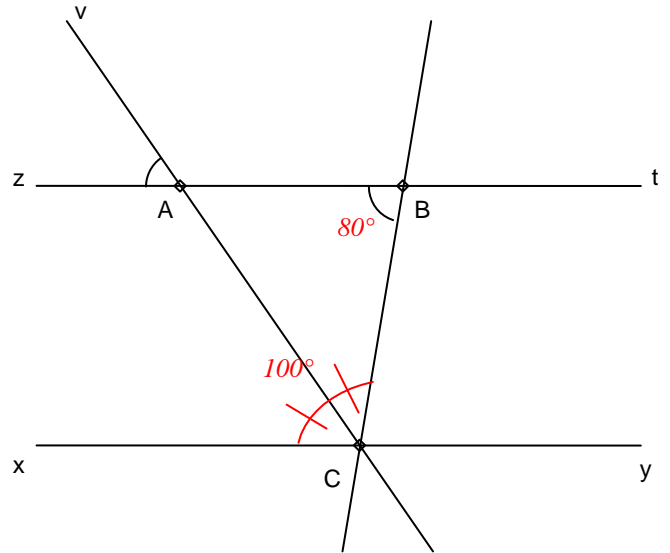
$$\begin{aligned} \widehat{ABD} &= \widehat{ABC} + \widehat{CBD} \\ &= 60^\circ + 90^\circ \\ &= 150^\circ \end{aligned}$$

Pour ceux qui ont placé D en D₁, il faut procéder par soustraction.

➤ Exercice n° 5 (..... / 5 points) : Contrôle 2008.

Sur la figure ci-contre, on sait que :

- (AC) est la bissectrice de \widehat{xCB} .
- $\widehat{xCB} = 100^\circ$.
- $\widehat{ABC} = 80^\circ$.
- A et B \in (zt).
- C \in (xy).



Reportez les données et le codage sur la figure !

1. Calculer les mesures de \widehat{xCv} et \widehat{BCy} (..... / 1 + 1 pts).
2. Montrer que (zt) est parallèle à (xy). (..... / 1,5 pts)
3. Calculer la mesure de \widehat{zAv} . (..... / 1,5 pts)

1. Puisque (CA) est la bissectrice de \widehat{xCB} ,

$$\text{alors } \widehat{xCv} = \frac{\widehat{xCB}}{2}$$

$$\widehat{xCv} = \frac{100^\circ}{2}$$

$$\widehat{xCv} = 50^\circ.$$

Puisque le point C est sur la droite (xy), alors

\widehat{xCB} et \widehat{BCy} sont supplémentaires.

$$\text{Donc } \widehat{BCy} = 180^\circ - \widehat{xCB}$$

$$\widehat{BCy} = 180^\circ - 100^\circ$$

$$\widehat{BCy} = 80^\circ$$

2. Puisque $\left\{ \begin{array}{l} \widehat{ABC} \text{ et } \widehat{BCy} \text{ sont alternes internes} \\ \widehat{ABC} = \widehat{BCy} = 80^\circ \end{array} \right\}$ alors (zt) // (xy).

3. Puisque $\left\{ \begin{array}{l} \widehat{zAv} \text{ et } \widehat{xCA} \text{ sont correspondants} \\ (zt) // (xy) \end{array} \right\}$ alors $\widehat{zAv} = \widehat{xCA} = 50^\circ$.

Remarque : On pouvait retrouver ce résultat en calculant d'abord \widehat{A} dans le triangle ABC puis en utilisant les angles opposés par leur sommet commun A. Mais c'était plus long.