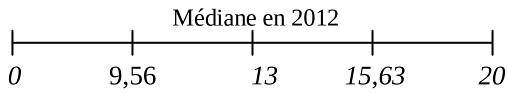
Corrigé Contrôle C4 ANGLES ET TRIANGLES (55’)

Compte rendu :

- *<u>Fractions</u> : Quelques erreurs de tables de multiplication. Simplifier doit être un réflexe !*
- *<u>Distributivité</u> : factorisez au maximum !*
- *<u>Constructions</u> : Lisez bien vos énoncés.*
- *<u>Calcul d’angle dans un triangle</u> : Beaucoup de confusions. On n’applique la méthode de calcul d’angle dans un triangle isocèle que pour le triangle isocèle !*
- *<u>Angles particuliers</u> : Angles opposés par leur sommet commun souvent non su.*
- *<u>Bissectrices</u> : Calcul et bissectrice : manque souvent de rigueur.*
- *<u>Angle et alignement</u> : à revoir.*
- *<u>Angles et parallèles</u> : Angles alternes internes ou correspondants non reconnus par certains.*

<u>Plus généralement</u> : Lisez bien vos énoncés ! Préparez vous mieux en faisant des tests et contrôles des années précédentes.
Soyez méthodique : appliquez les méthodes du cours rigoureusement.
Soyez précis dans les notations (noms des angles, isocèle où, rectangle, bissectrice de qui).
Le nom d’un triangle se note sans chapeau !

Médianes sur 20 = 11,13 en 2011 ; 13,13 en 2010 ; 12,5 en 2008 et 12 en 2009.



- <u>Exercice n° 1 (…………..…… / 4 points)</u> : Fractions.

$$T = \frac{15}{25} - \frac{5\cancel{0}}{10\cancel{0}} - \frac{1}{20}$$
$$= \frac{3}{5} - \frac{1}{2} - \frac{1}{20}$$
$$= \frac{12}{20} - \frac{10}{20} - \frac{1}{20}$$
$$= \frac{1}{20} \quad \text{F.I.}$$

$$R = \frac{6}{24} + \frac{8}{24} \times \frac{18}{7}$$
$$= \frac{1}{4} + \frac{8 \times 3 \times 6}{8 \times 3 \times 7}$$
$$= \frac{1}{4} + \frac{6}{7}$$
$$= \frac{7}{28} + \frac{24}{28}$$
$$= \frac{31}{28} \quad \text{F.I.}$$

• Développer (…………..... / 1 pt) :

$$A = 4\,(\,3x - 5 - d\,)$$
$$= 12x - 20 - 4d$$

• Factoriser (…………..… / 1 pt) :

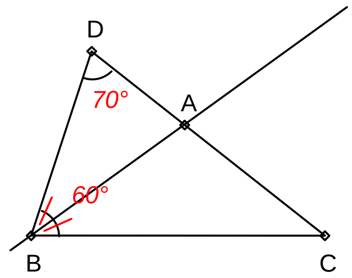
$$C = 36h - 27$$
$$= 9 \times 4h - 9 \times 3$$
$$= 9\,(\,4h - 3\,)$$

- <u>Exercice n° 2 (…………………..…… / 3 points)</u> :

Sur la figure ci-contre, on sait que $\widehat{BDC} = 70°$ et $\widehat{DBC} = 60°$.

La droite (AB) est la bissectrice de l’angle $\widehat{DBC}$. Les points D, A et C sont alignés.

Compléter la figure. *Ne pas oublier le codage de la bissectrice !*



1. Calculer la mesure de l’angle $\widehat{DBA}$. (……………………. / 1 pt)
2. Calculer la mesure de l’angle $\widehat{DAB}$ (…………………. / 1 pt)
3. Calculer la mesure de $\widehat{BAC}$. (……………………. / 1 pt)

1. Puisque (BA) est la bissectrice de $\widehat{DBC}$,

alors $\widehat{DBA} = \dfrac{\widehat{DBC}}{2}$

$\widehat{DBA} = \dfrac{60°}{2}$

$\widehat{DBA} = 30°.$

2. Puisque ADB est un triangle, alors $\widehat{A} + \widehat{D} + \widehat{B} = 180°$.

Donc $\widehat{DAB} = 180° - \widehat{D} - \widehat{B}$

$\widehat{DAB} = 180° - 70° - 30°$

$\widehat{DAB} = 80°$

3. Puisque les points D, A et C sont alignés, alors on a : $\widehat{BAC} = 180° - \widehat{DAB}$

$\widehat{BAC} = 180° - 80°$

$\widehat{BAC} = 100°$

➢ Exercice n° 3 (………………… / 2,5 points) : Question de cours.

Pour chaque affirmation, trois choix vous sont proposés dont un seul est vrai. Lequel ? **L'entourer.**

(Barème : réponse juste = + 0,5 pts sans réponse = 0 pt réponse fausse = **-** 0,25 pts)

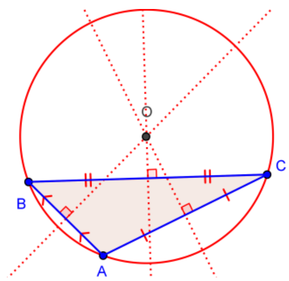
(Les scores finaux négatifs sont ramenés à une note de 0 pt. **Faites des croquis au brouillon !**)

Affirmations	*Choix 1*	*Choix 2*	*Choix 3*	*Points (Prof)*
① Lorsque 2 angles sont alternes internes, alors	on a forcément une deuxième paire d'angles alternes internes.	on a forcément 2droites parallèles.	on a forcément 2 droites sécantes.	
② Le centre du cercle circonscrit à un triangle se trouve à l'extérieur du triangle lorsque	ce triangle est rectangle.	ce triangle a 1 angle obtus.	ce triangle a 2 angles obtus.	
③ Dans un triangle rectangle, les 2 angles aigus sont	complémentaires.	supplémentaires.	symétriques.	
④ Soit (AM) la bissectrice de l'angle $\widehat{CAB}$, alors	$\widehat{BAM} = \dfrac{\widehat{CAB}}{2}$	(AM) partage l'angle $\widehat{CAB}$ en deux.	$\widehat{CAM} = 2\,\widehat{BAC}$	
⑤ Une droite passant par un sommet d'un triangle et faisant un angle droit avec la droite supportant le côté opposé à ce sommet	est une médiatrice.	n'a pas de nom.	est une hauteur.	

Commentaires.

① 2 droites (formant une bande) traversées par une sécante induisent 2 paires d'angles alternes internes et 4 paires d'angles correspondants. La bande peut être à bords parallèles ou à bords sécants.

② Une rapide figure permet de facilement choisir !



Choix 1 : Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle est le milieu de son hypoténuse : c'est le théorème « Triangle Rectangle et Cercle Circonscrit (TRCC) » qui sera vu en classe de 4ème contrat 2 et qui est démontré dans l'exercice 5 de ce contrôle.

Choix 3 : Un triangle ne peut avoir 2 angles obtus car sinon la somme des angles > 180° !

③ Choix 1 : Puisqu'un angle droit mesure 90°, il reste 90° pour la somme des 2 angles aigus, donc les 2 angles aigus sont complémentaires.

Cjoix 2 : Ne pas confondre complémentaires (angle droit) et supplémentaires (angle plat).

Choix 3 : 2 angles d'un triangle ne sont symétriques que si le triangle est au moins isocèle.

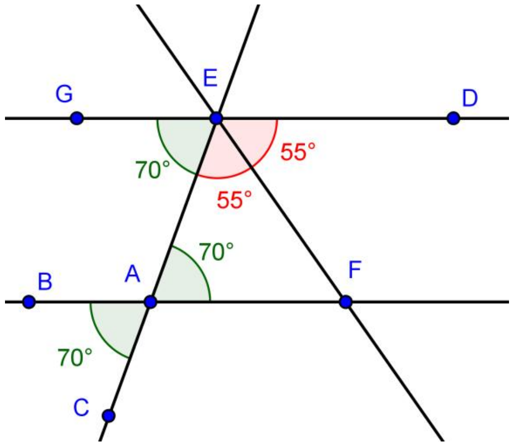
④ Un rapide croquis permet de facilement choisir !

Choix 2 : Imprécis : « ..... partage l'angle en 2 angles de même mesure. » !

Choix 1 et 3 : Attention à ne pas se tromper !

⑤ C'est le cours sur la hauteur dit un peu différemment !

➢ Exercice n° 4 (…………………. / 4,5 points) :



Sur la figure ci-contre, on sait que :

(GD) // (BF) $\widehat{EAF} = 70°$ $\widehat{FED} = 55°$

Les points G, E et D ainsi que B, A et F sont alignés.

1. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$? Justifier. (………….. / 1 pt)
2. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{GEA}$? Justifier. (………… / 1,5 pts)
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{AEF}$. (………………….. / 1 pt)
4. La droite (EF) est-elle la bissectrice de l'angle $\widehat{DEA}$? Justifier. (……………….. / 1 pt)

1. *Puisque $\widehat{BAC}$ et $\widehat{EAF}$ sont opposés par leur sommet commun A, alors $\widehat{BAC} = \widehat{EAF} = 70°$.*
2. *Puisque* $\left\{ \begin{array}{l} \widehat{BAC} \text{ et } \widehat{GEA} \text{ sont correspondants} \\ (GD) \, // \, (BF) \end{array} \right\}$ *alors $\widehat{BAC} = \widehat{GEA} = 70°$.*

Remarque : on aurait pu utiliser les angles alternes internes $\widehat{GEA}$ et $\widehat{EAF}$.

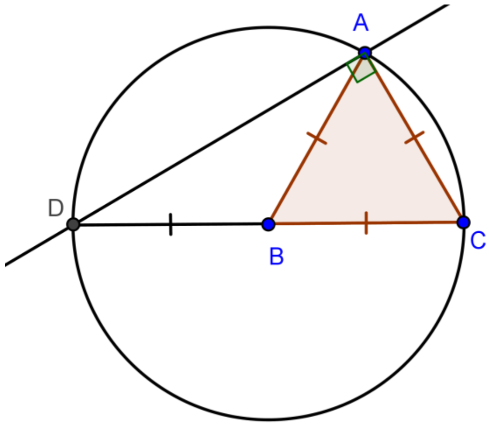
3. *Puisque les points G, E et D sont alignés, alors $\widehat{GEA} + \widehat{AEF} + \widehat{FED} = 180°$*

donc $\widehat{AEF} = 180° - 70° - 55°$

$\widehat{AEF} = 55°$

4. *Puisque les 2 angles adjacents $\widehat{AEF}$ et $\widehat{FED}$ sont de même mesure (= 55°), alors la droite (EF) est la bissectrice de l'angle $\widehat{DEA}$.*

➢ Exercice n° 5 (……………………..… / 6 points) : TRCC.



Sur la figure ci-dessous, on a tracé le segment [BC].

1. Placer le point A (« en haut » de [BC]) afin que le triangle ABC soit équilatéral. *Codages !* (…………..….. / 0,5 pts).
2. Tracer la perpendiculaire à la droite (AC) passant par le point A. *Codage !*
   Placer le point D afin que **<u>le triangle DAC soit rectangle en A</u>** et que **<u>le triangle DBA soit isocèle en B</u>**. *Codages !* (………..…….. / 0,5 pts).
   Puisque DAC rectangle en A, alors D est sur la perpendiculaire à (AC) en A.
   Puisque DBA isocèle en B, alors A est aussi sur le cercle de centre B et de rayon BA.
   Donc D est à l'intersection de la perpendiculaire et du cercle. Il n'y a qu'une seule possibilité pour D.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{DAB}$. (………………….. / 1 pt)
4. Dans le triangle DAB, calculer la mesure de l'angle $\widehat{DBA}$. (……………… / 1 pt)
5. Les points D, B et C sont-ils alignés ? Justifier par un calcul d'angle. (………………….. / 1 pt)
6. Justifier que : BC = AB = BD. (………………….. / 1 pt)
7. Que représente le point B pour le segment [DC] ? …………………………………..….. (…………….. / 0,25 pts)
   Sans tracer de médiatrices, quel est le centre du cercle circonscrit au triangle ADC ? ………… (……………… / 0,25 pts)
8. On vient de prouver le théorème suivant qui sera vu en 4ème au contrat 2 : compléter. (………...………. / 0,5 pts)

<u>Théorème : Triangle Rectangle et son Cercle Circonscrit (TRCC)</u>

« Lorsqu'un triangle est rectangle, alors le centre de ……………………………………………………………………….

est le ……………………….. de son hypoténuse. »

3. *Puisque ABC est équilatéral, alors* $\widehat{CAB} = 60°$. *Puisque DAC est rectangle en A, alors* $\widehat{DAC} = 90°$.

   Par soustraction, on a : $\widehat{DAB} = \widehat{DAC} - \widehat{CAB}$

   $= 90° - 60°$

   $= 30°$

4. *Puisque ADB est un triangle isocèle en B, alors* $\widehat{ADB} = \widehat{DAB} = 30°$.

   Puisque ADB est un triangle, alors $\widehat{A} + \widehat{D} + \widehat{B} = 180°$

   Donc $\widehat{DBA} = 180° - \widehat{A} - \widehat{D}$

   $\widehat{DBA} = 180° - 30° - 30°$

   $\widehat{DBA} = 120°$

5. *On sait qu'un alignement de points correspond à un angle plat. Calculons donc la mesure de* $\widehat{DBC}$.

$\widehat{DBC} = \widehat{DBA} + \widehat{ABC}$

$= 120° + 60°$

$= 180°$

Puisque $\widehat{BCD} = 180°$, *alors les points B, C et D sont alignés.*

6. *Puisque le triangle ABC est équilatéral, alors BC = BA.*

   Puisque le triangle DAB est isocèle en B, alors BA = BD.

   On déduit des deux propositions précédentes que BC = BA = BD.

7. • *B est le milieu de [BD].*

   Justification : Puisque $\left\{ \begin{array}{l} \text{① BC = BD} \\ \text{② Les points B, C et D sont alignés} \end{array} \right\}$ *alors B est le milieu du segment [BD].*

   Attention : BC = BD ne suffit pas pour affirmer que B est le milieu du segment [BD]. En effet, BC = BD dit que B est équidistant de C et D donc B est sur la médiatrice de [BD],donc pas forcément au milieu !

   • *B est le centre du cercle circonscrit au triangle rectangle DAC.*

   Justification : On a montré à la question 6 que BC = BA = BD, donc B est équidistant de C, A et D. Donc B est le centre d'un cercle qui passe par C, A et D ; c'est le cercle circonscrit au triangle CAD.

8. *Pour remplir ce théorème, il suffit de savoir lire son titre et de s'aider de la question 7 !*

Théorème : Triangle Rectangle et son Cercle Circonscrit (TRCC)

« Lorsqu'un triangle est rectangle, alors le centre de son ***cercle circonscrit***

est le ***milieu*** de son hypoténuse. »