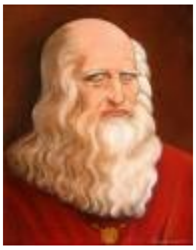
LA SYMETRIE CENTRALE



« Ne lise pas mes principes qui n'est pas mathématicien. »

Léonard de Vinci[1].

Non mi legga chi non è matematico, nelli mia principi.

- Vous aurez besoin de votre matériel de géométrie pour ce cours : règle, équerre, compas porte crayon, crayons de couleur…
- *Pré requis pour prendre un bon départ :*

	A refaire	*A revoir*	*Maîtrisé*
Symétrie axiale : Définition et Propriétés.			
Construction du symétrique par rapport à un axe.			
Axe de symétrie.			
Lien symétrie axiale↔médiatrice d'un segment (voir mon cours de 6ème).			
Milieu : Définition et Propriétés.			

[1]Léonard de Vinci (1452-1519) : L'auteur de la célèbre Joconde impressionna plus ses contemporains par ses qualités scientifiques qu'artistiques. L'analyse scientifique du réel, la réflexion avant l'expérimentation sont les principes de base de la démarche de Vinci, qu'il manifesta aussi bien dans les arts que dans les sciences.

En physique et en astronomie, il traça les voies sur lesquelles s'engageront Copernic, Kepler, et Galilée pour l'étude de la gravitation, du scintillement des étoiles, et du mouvement. Il pressentit les lois de la mécanique des fluides ainsi que, en chimie, celles de la combustion et de la respiration. Au total, un grand nombre des découvertes de la science moderne sont anticipées dans les notes de Léonard, sous une forme balbutiante.

Quant aux Mathématiques, cette discipline revêtait un caractère particulier chez Léonard puisqu'elle était le ferment de toutes les autres. Le recours insistant aux procédés mathématiques était une garantie de rationalité et l'unique moyen de s'assurer des principes stables dans les deux domaines de prédilection où Léonard entendit se « réaliser » : la peinture et la mécanique.

En mécanique, précisément, Léonard s'illustra en inventant un certain nombre de machines dont le principe est toujours en usage (notamment dans l'industrie textile).

NOM et Prénom : ……………………………………………. *5ème ……..*

➢ <u>Remarque</u> : La structure du présent cours est similaire à celle de mon cours de 6ème sur la symétrie axiale (yalamaths.free.fr / espace 6ème / Symétrie axiale) : il est intéressant de comparer les 2 cours pour voir les points communs et les différences entre les 2 symétries.

I. DE QUOI S'AGIT-IL ?

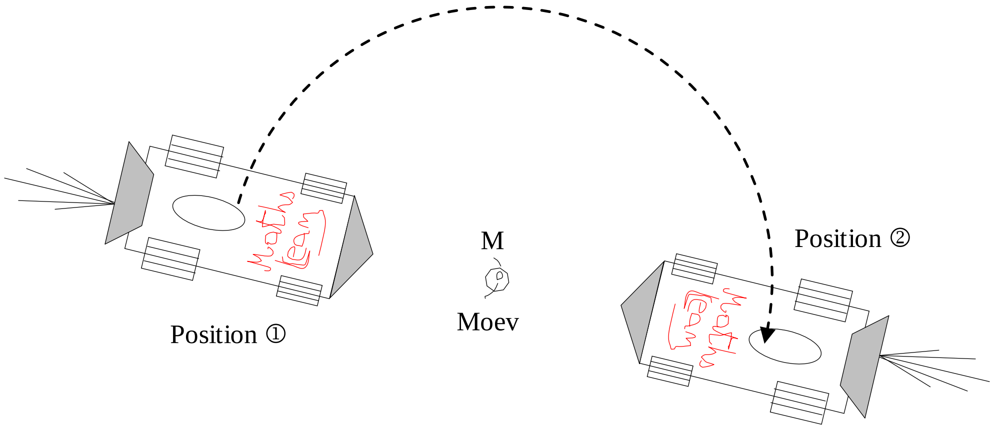
Avant de nous plonger dans les délices de la Symétrie Centrale et de la construction de figures symétriques, il est bon d'en avoir une idée intuitive et claire.

A. Un demi-tour et puis s'en vont…

Qui ne connaît pas la Dragster Maths Team (DMT) ? …………..

Elle doit sa renommée mondiale à ses cascades les plus folles, en particulier ses « death têtes à queue » exécutées à plus de 5 km/h ! Complètement dingue !

Rien que pour vous public, Alay de la DMT va exécuter pour vous une de ces mythiques « death têtes à queue ». Attention les yeux, c'est parti ! Vroum vroum…



➢ En fait, lors d'une « death tête à queue », la voiture effectue ce qu'on appelle en langage mathématique « une rotation de mesure d'angle 180°, autour du point M représentant Moev » (voir figure).

Ce mouvement a un autre nom plus usuel : la voiture a effectué un …..………..-………..….. autour de Moev.

➢ Décalquez la position ① et Moev.

Reposez votre calque sur la position ① et Moev.

Puis faites tourner votre calque d'un demi-tour autour de Moev.

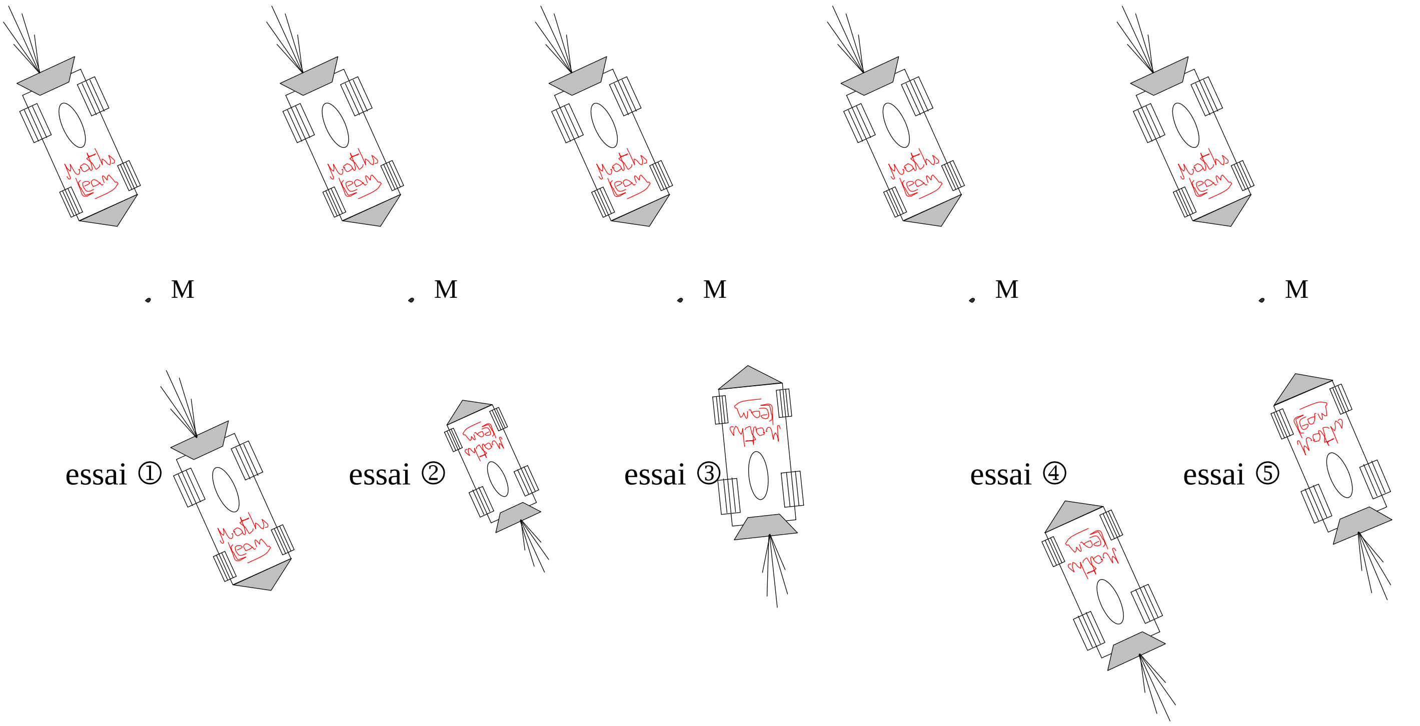
Votre calque se superpose-t-il bien avec la position ② ? …………….

➢ Les positions ① et ② de la voiture sont exactement superposables après **demi-tour** autour de Moev :

On dit que les positions ① et ② sont symétriques par rapport au point M représentant Moev.

On dit aussi que la position ② est la symétrique de la position ① par la symétrie de centre M.

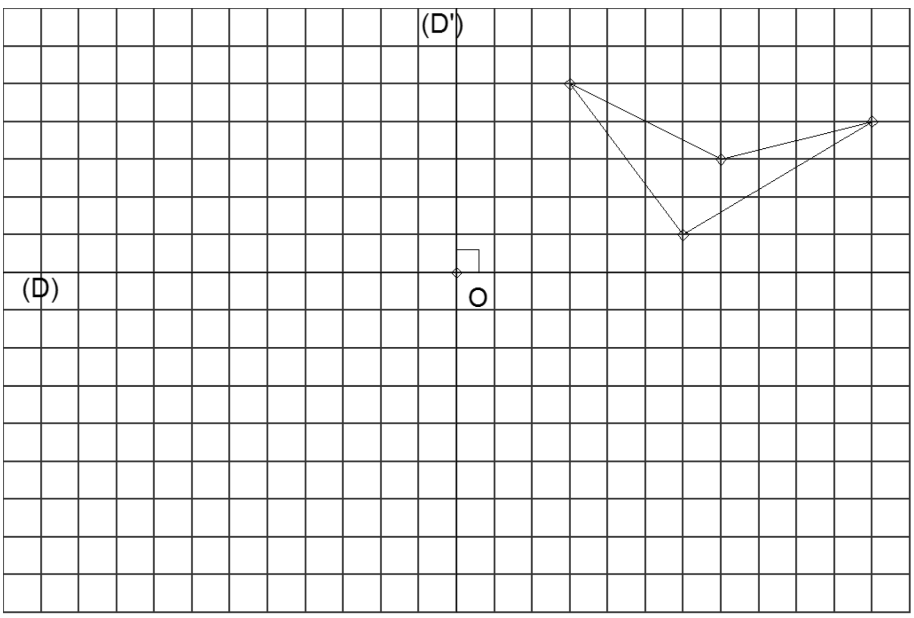
➢ On retrouve la Dragster Maths Team à l'entraînement. Voici plusieurs « death têtes à queue » effectués plus ou moins bien par les pilotes. Barrez les essais qui ne sont pas correctement réalisés (ceux qui ne correspondent pas exactement à un demi-tour autour du point M représentant Moev) et **expliquez pourquoi.**



Cette activité précise le sens de l'expression « **superposable après demi-tour autour de M** » :

- **Le symétrique ne doit pas être tourné dans n'importe quel sens : essais n° ……………...**
- **Le symétrique ne doit pas être déformé : essais n° ……………………….**
- **Le symétrique ne doit pas être placé n'importe où : essai n° …………**

B. De la symétrie axiale à la symétrie centrale :



1) Comment sont les 2 axes (D) et (D') ?
…………………………

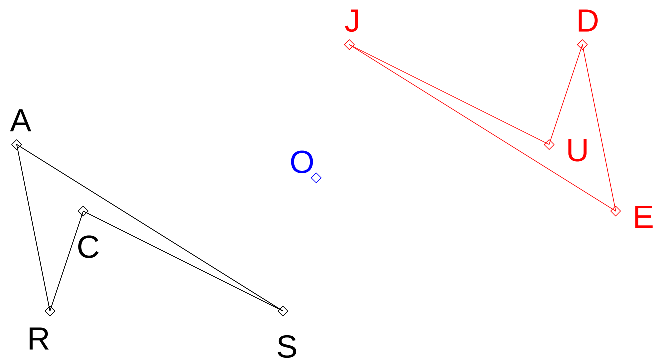
2) Tracez *(en pointillés verts)* le symétrique de la figure par rapport à l'axe vertical (D').

3) Puis tracez *(en traits rouges pleins)* le symétrique de la figure *verte* par rapport à l'axe horizontal (D)

4) Décalquez la fig. noire et le point O. A partir de la position de la fig. noire, faites faire un demi-tour au calque autour de O. Que constatez-vous ?
……………………………………………
……………………………………………

La figure rouge est la symétrique de la figure ……………….. par rapport au point ……….

C. Demi-tour et Mathématiques :



Voici 2 quadrilatères et un point O.

Quand on fait faire à ARCS un demi-tour autour du point O, ARCS se superpose exactement à JUDE (vérifier le avec du papier calque).

On dit que :

« Les 2 quadrilatères sont donc symétriques par rapport au point (au centre) O. »

❶ Savoir reconnaître des points symétriques :

On va voir si vous savez reconnaître sur cette figure, à vue d'œil, 2 points symétriques par rapport à O :

- Le point E est le symétrique du point A par rapport au centre O !

  En effet, quand on fait faire à A un demi-tour autour du point ……., les points A et E se ……………………………….. exactement.

  Le point ……. est le symétrique du point C par rapport à O.

  Le point ……. est le symétrique du point S par rapport à O.

  Le point D est le symétrique du point ..….. par rapport à O.

- Quel est le symétrique du point O par rapport à O ? ……… !

❷ Points symétriques et milieu :

Un point, son symétrique et le centre O de la symétrie sont-ils tous les trois placés n'importe comment ? Mon petit doigt me dit que non ! Voyons cela :

- On a vu que U et C sont symétriques par rapport à O. *Tracez en pointillés verts le segment [UC].*

  Ce segment passe-t-il par O (le centre de la symétrie) ? …….

  Le point O semble être aussi le ………………………… du segment [UC].

- On a vu que J et S sont …………………….. par rapport à O. *Tracez en pointillés verts [JS].*

  Ce segment passe-t-il par O (le centre de la symétrie) ? …….

  Le point O semble être aussi le ………………………… du segment [JS].

- Généralisez en complétant la phrase suivante :

« Le centre de symétrie semble être aussi le …………………………..…….. de chaque segment reliant un point et son ……………………… »

Rajoutez le codage manquant sur [UC] et [JS].

❸ Segment image :

Y a-t-il d'autres choses à remarquer ? Regardez bien la figure puis complétez :

[AR] et [ED] sont 2 côtés symétriques : il semble que (AR) …… (ED) et ……... = ………

« Un segment et son symétrique semblent être ……………………………….

et de même ……………………………… »

II. LA SYMETRIE CENTRALE : INTRODUCTION.

A. Sens commun de la symétrie centrale :

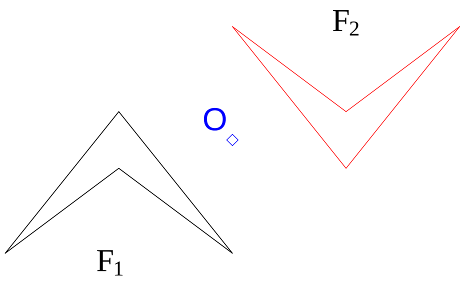
Les 3 activités précédentes p.2 à 4 nous permettent d'affirmer :

> La **Symétrie Centrale**, c'est ce qui se passe quand on fait **un demi-tour autour d'un point fixe.**

Plus précisément :

> **Deux figures sont symétriques par rapport à un point lorsqu'elles se superposent parfaitement après un demi-tour autour de ce point.**

B. Vocabulaire et notations :



Voici deux flèches F_1 et F_2 superposables après demi-tour autour du point O.

Les flèches F_1 et F_2 sont donc symétriques par rapport au point O.

En reprenant l'exemple de cette situation, on peut dire que :

❶ Le point O prend le nom de **Centre de symétrie**.

❷ On parle ici de **Symétrie centrale de centre O**.

On emploie aussi l'expression équivalente :

- *Symétrie **par rapport au point O.***

Quelque soit le nom utilisé, cette symétrie de centre O se note : $\mathbf{s_O}$ Le centre écrit bien en dessous du S.

❸ On dit que :

- F_1 et F_2 **sont symétriques** par rapport au point (au centre) O.
- ou bien que F_2 est l'**image** de F_1 par la symétrie centrale $\mathbf{s_O}$.
- ou bien que F_2 est **le symétrique** de F_1 par la symétrie centrale $\mathbf{s_O}$.
- ou bien que F_2 est **le symétrique** de F_1 par rapport au point (au centre) O.

Dans tous les cas, on note : $F_1 \xrightarrow{\mathbf{s_O}} F_2$ ou $\mathbf{s_O}(F_1) = F_2$

➢ Exercice sur le vocabulaire et les notations :

① En vous inspirant du ❷ de l'encadré ci dessus, comment note-t-on :

La symétrie centrale de centre K : ……. La symétrie par rapport au point P : ……

② En vous inspirant du ❸ de l'encadré de la page précédente, comment note-t-on mathématiquement :

M est le symétrique de N par rapport à L $\Longleftrightarrow$ $s_{.......}(......) = ...$

A' est l'image de A par la symétrie de centre Ω $\Longleftrightarrow$ $s_{.......}(......) = ...$

N est le symétrique de M par la symétrie de centre P $\Longleftrightarrow$ $...... \xrightarrow{s_{......}} ......$

P et P' sont symétriques par rapport à J $\Longleftrightarrow$ $........ \xrightarrow{s_{......}} ....$

③ Traduire en français les écritures mathématiques suivantes :

s_A $\Longleftrightarrow$ ....

$s_V(P) = P'$ $\Longleftrightarrow$ ....

$L \xrightarrow{s_K} P$ $\Longleftrightarrow$ ....

C. Etymologie du mot symétrie :

Le mot grec *summettria* (*juste mesure)* est formé de *sym* (*avec)* que l'on retrouve dans sympathique et de *metron* (*mesure*). Pour les architectes romains, *symmetria* signifie *proportion* mais parfois déjà *symétrie*, considérée à l'époque comme les justes mesures.

Le mot *symétrie*, apparaît à la Renaissance dans le même sens. Il insiste sur les bonnes proportions d'un édifice pour le rendre plus esthétique.

Au 18ème siècle, il perd définitivement un « m » et s'étend dans différentes disciplines comme la littérature ou la peinture pour désigner la régularité dans les motifs d'une œuvre. L'adjectif *symétrique* apparaît en architecture au 18ème. Le sens d'aujourd'hui se développe vers la fin du 18ème.

Maintenant que le vocabulaire et les notations sont en place, on va définir « proprement » (mathématiquement) ce qu'est une symétrie centrale !

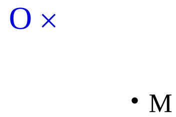
Soient donc un point M et un point fixe O donnés :

« Définir la symétrie s_O *de centre O, c'est être capable de donner (construire) sans aucun doute possible l'image de n'importe quel point M du plan par cette symétrie. »*

D'où les définitions des pages qui vont suivre :

III. POINTS SYMETRIQUES.

Situation :



Un point fixe O est donné. On considère donc s_O la symétrie de centre O.

Puis un point M est placé.

A. Définition de deux points symétriques :

Il s'agit de définir mathématiquement ce qu’est le symétrique du point M par rapport au centre O.

On va y arriver grâce à l’activité précédente C] p.4. Il y a 2 cas :

❶ Cas particulier où le point **M est le centre O** :

Lorsque **M est confondu avec le centre de symétrie**, le symétrique de M est **lui-même** !

Le symétrique du centre O est donc …………………………… !

❷ Cas général où le point **M est différent du centre O** :

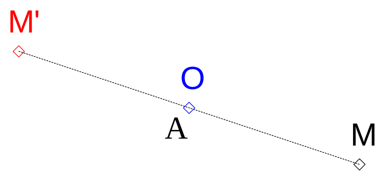
Lorsque M est différent du centre O, son symétrique est l’unique point M’ qui vérifie la condition :

O doit être le milieu du segment [MM'].

➢ Figure :

❶ Sur la figure ci contre, le point A est confondu avec O le centre de la symétrie :

donc le symétrique de A est ……. !



Comme le symétrique du point A est lui-même, on dit que A est un ***point invariant****.*

❷ Le point M est différent du centre O :

Le symétrique de M par rapport à O est l’unique point M’ tel que :

O est le …………………….…….. de [MM'].

Rajouter en rouge le codage qui indique que O est le milieu de [MM’].

➢ Remarque :

La symétrie est l'action (la transformation) qui permet de "passer" d'un point à un autre en faisant un demi-tour autour d’un point fixe. On ne voit donc pas la symétrie centrale : ce n’est pas un objet !

Ce que l'on voit, c'est le résultat de cette symétrie centrale **après le demi-tour.**

B. Vocabulaire et notations :

En considérant la figure précédente, on dit que :

- M et M’ **sont ………………………..….** par rapport au point (centre) O.
- ou bien que M’ est l’**image** de M par la symétrie centrale s_O .
- ou bien que …... est **le symétrique** de …… par la symétrie de centre ……..
- ou bien que M’ est **le symétrique** de M par rapport à O.

Dans tous les cas, on note : …… $\overset{s_O}{\longmapsto}$ ……. ou bien $s_{\dots\dots}$ (M) = M’

Maintenant que l'on a défini mathématiquement le symétrique d'un point, on veut pouvoir le construire !

C. Construction du symétrique d'un point par rapport au centre :

On veut construire le symétrique d'un point A par rapport au centre O. Il y a deux cas :

1. Cas ❶ : A = O. Autrement dit, le point A est le centre O :

Dans ce cas très particulier où le point A est confondu avec le centre de symétrie O, inutile de réfléchir très longtemps[2] ! Le symétrique de A par rapport au centre O est ………………………… ! C-à-d $s_O(A) =$ ….

Le centre de symétrie a pour symétrique ………………………………… !

L'unique point laissé invariant par une symétrie centrale est le centre de symétrie.

2. Cas ❷ : A ≠ O. Autrement dit, le point A est distinct du centre O :

Voyons ce 2ème cas plus général où le point A n'est pas confondu avec le centre de symétrie O.

La définition p.7 cas ❷ nous donne indirectement la méthode de construction :

➢ **<u>Construction (à la règle et au compas) du symétrique d'un point M par rapport à un point O :</u>**

Programme de construction en …… étapes.	Figure à la règle puis au compas.
❶ A la règle, tracer en pointillés noirs la droite (MO). ❷ Sur cette droite (MO) : On reporte au compas (ou à la règle graduée) la longueur MO à partir du centre O. ❸ On marque en vert le point M' et on a bien : O ………………… de [MM']. *(codage !)* M' est le symétrique de M par rapport à O.	M • × O *Traits de construction en pointillés noirs **légers** !* *N'oubliez pas les codages !*

➢ <u>Exercice</u> : **En appliquant rigoureusement la méthode ci-dessus :**

Construire A', B', C' et O', les images respectivement de A, B, C et O par la symétrie de centre O.

Traits légers de construction en pointillés noirs. Image en vert. Codages !

• B

codages ! A • × O

• C

---

[2] Cela ne changera pas beaucoup de d'habitude n'est-ce pas ? ……….

IV. SYMETRIE CENTRALE ET QUADRILLAGE : CONSTRUCTION.

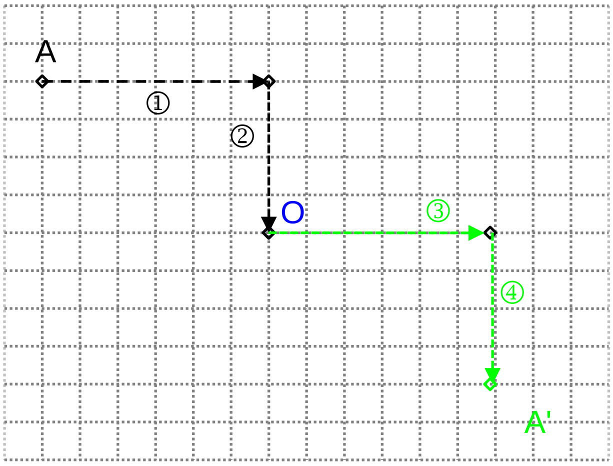
Le quadrillage facilite grandement la construction de symétriques de points : il permet de se passer de règle et de compas ! Voyons cela.

Sur un des nœuds du quadrillage, on a fixé O le centre de symétrie et on place un point A sur un autre nœud.

Pour placer le symétrique A’ de A par rapport à l’axe, on procède ainsi :

❶ **Horizontalement,** on compte le nombre de carreaux qui nous amènent au dessus du centre O.

❷ A partir de là, on compte **verticalement** le nombre de carreaux pour aller jusqu’à O.



On connaît maintenant le mouvement horizontal puis vertical qui va de A vers O.

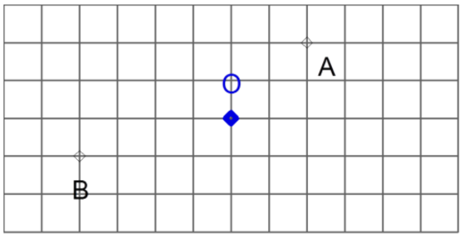
Il ne reste plus qu’à reproduire le même mouvement à partir de O :

❸ On parcourt **horizontalement** le même nombre de carreaux qu’en ①.

❹ puis **verticalement**, on parcourt le même nombre de carreaux qu’en ②.

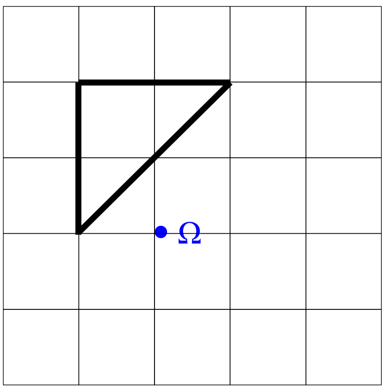
O est-il bien le milieu de [AA’] ? ………….. Donc A’ est bien le symétrique de A par rapport à O.

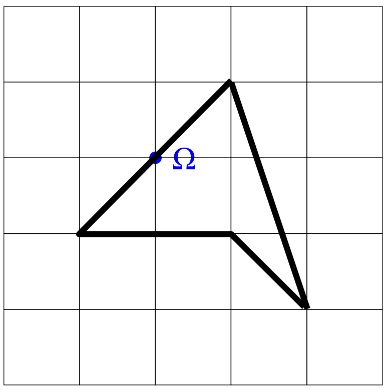
A vous maintenant : sans compas ni règle **mais en suivant le quadrillage**, placer *en rouge* A’ et B’, les symétriques de A et B.

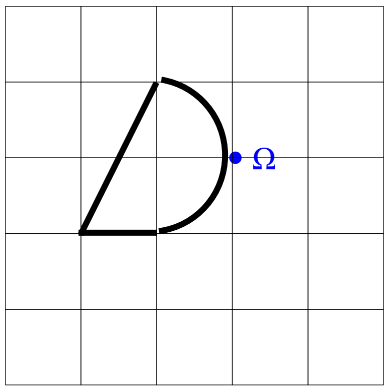


➢ Application :

En suivant uniquement le quadrillage, tracer *en rouge* les symétriques par rapport à Ω des figures suivantes.







Vérifiez mentalement que les figures font bien un demi-tour autour du point Ω.

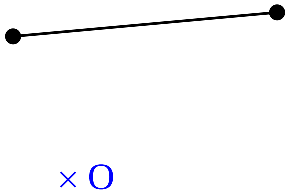
Maintenant que nous savons les bases (définitions, notations et construction), nous allons voir quelques propriétés des symétries centrales.

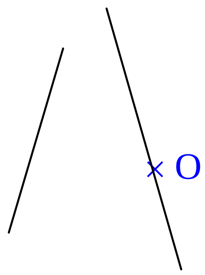
V. PROPRIETES DES SYMETRIES CENTRALES.

A. Transformation par les symétries centrales des figures de base :

➢ Tracer les symétriques par rapport au point O : du segment, des 2 droites, puis du cercle.

Traits de construction légers, en pointillés noirs. Images en vert. Codages !





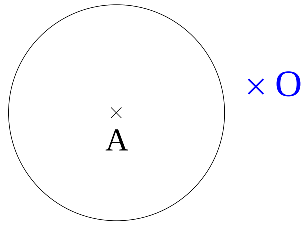


Image d'un segment	Image de droites	Image d'un cercle
Le symétrique d'un segment est aussi un …………………… : ① de même ………………… ② p…………………	• La symétrique d'une droite est aussi une …………………, qui est p…………….. • Quand la droite passe par le centre de symétrie, son image est ………………..…..… !	Le symétrique d'un cercle est aussi un …………………… : ① son centre est le ……………..…. du centre de l'ancien cercle. ② de même ……………………

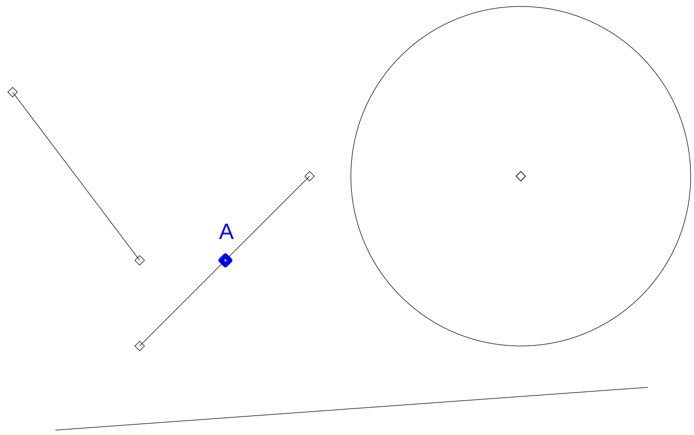
3 propriétés à retenir :

① Deux segments symétriques par rapport à un point sont *parallèles et de même longueur.*

② Deux droites symétriques par rapport à un point sont *parallèles*[3].

③ Deux cercles symétriques par rapport à un point ont *même rayon.*

➢ <u>Exercice :</u> Construire à la règle et au compas, les symétriques des 2 segments, de la droite et du cercle par rapport à A. Contrôlez mentalement que la figure fait un demi-tour. Vérifiez que les côtés symétriques des 2 figures sont parallèles.



[3] Cette propriété est-elle vraie pour la symétrie axiale ? …………

B. 4 propriétés de conservation des symétries centrales :

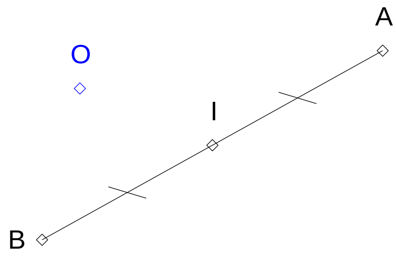
Les 4 propriétés de conservation qui vont suivre traduisent la non-déformation des objets lors d'un demi-tour !

Conservation ❶ Les symétries centrales conservent les Longueurs (donc le milieu).

① Le symétrique d'un segment est aussi un …………………..……. de même ……………….……
② En conséquence, les symétries centrales conservent aussi le m…………..……… :
« Le symétrique du milieu d'un segment est le ………….………… du segment image. »

➢ Figure : Soit la symétrie de centre O.

Tracer *en vert* :
[A'B'], le symétrique du segment [AB]
et I', le symétrique du milieu I du segment.



Vous remarquez que l'image I' est aussi le ………………….. de [……….].

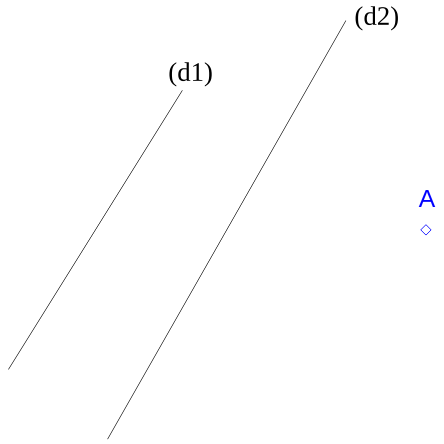
Rédaction : Puisque I est le ……………….……… de [AB], alors, par conservation du milieu, son …………………….………. I' est aussi le …………..………… du segment image […………].

Conservation ❷ Les symétries centrales conservent le Parallélisme.

« Les symétriques de deux droites parallèles sont deux ………… qui sont aussi ………….………….. »

➢ Figure : Soit la symétrie de centre A.

Tracer *en vert* les symétriques (d'1) et (d'2) des 2 droites parallèles (d1) et (d2).



Vous remarquez que les deux droites images (d'1) et (d'2) sont aussi ……………..……… entre elles !

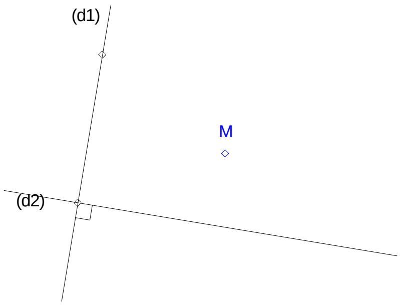
Rédaction : Puisque (d1) ….. (d2), alors, par conservation du parallélisme, leurs ……………………………
(d'1) et (d'2) sont aussi ………………………....

Conservation ❸ Les symétries centrales conservent les mesures d'angles et la perpendicularité.

① **Le symétrique d'un angle est aussi un angle de même ……………..……**

② **En conséquence, les symétriques de deux droites perpendiculaires sont deux droites qui sont aussi ……………………………………………… entre elles.**

- Figure : Tracer *en vert* (d'1) et (d'2) les symétriques des 2 droites perpendiculaires (d1) et (d2) par rapport à M.



Codage !

Vous remarquez que les deux droites images (d'1) et (d'2) sont aussi ………………………..…. entre elles !

Rédaction : Puisque (d1) …… (d2), alors, par conservation de la mesure d'angle (de la perpendicularité), leurs …………………………… (d'1) et (d'2) sont aussi …………………………....

*Attention ! **Il n'est nulle part dit qu'une droite et son image sont perpendiculaires, ce qui est toujours faux !** Regardez (d1) et (d'1). D'après le cours IV A] p.10, elles sont ……………………….………….. !*

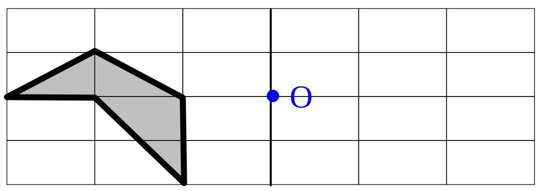
- Exercice : Prouver sur la figure au dessus que les droites (d1) et (d'2) sont perpendiculaires.

Conservation ❹ Les symétries centrales conservent les Aires.

« Une figure et sa figure symétrique ont la même ……………….. »

Sans compas, tracez *en rouge* le symétrique de la figure grise par rapport à O.

Ont-elles la même aire ?



Rédaction : Puisque la figure rouge est la ……………..…………….. de la figure grise, alors, par conservation des aires : $\mathcal{A}$ (figure rouge) = ……………….……….

❺ Conséquences des 4 propriétés de conservation.

Puisque les symétries centrales conservent les distances, les mesures d'angles, le parallélisme etc. alors quelle est l'image par une symétrie centrale :

d'un triangle isocèle ? équilatéral ? d'un parallélogramme ? d'un losange ? d'un rectangle ? d'un carré ?

➢ **<u>Exercice fondamental : Propriétés de conservation ; Construction du symétrique d'une figure.</u>**

Sur la figure ci dessous, on sait que : (d1) // (d2) et (d3) …… (d1).

Placer D le milieu de [AB]. Codage ?

1. *Sans rien tracer et en vous inspirant des propriétés de conservation,* répondez aux questions suivantes :

a) Comment seront la droite (d3) et son image (d'3) ? ……………………..

b) Pourquoi D' l'image de D sera-t-il le milieu du segment image [A'B'] ? ……..………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

c) Comment seront (d'1) et (d'2), les images de (d_1) et (d_2) ? ………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………………

d) Pourquoi aura-t-on (d'1) ⊥ (d'3) ? ……………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

e) Comment seront les mesures de $\widehat{ABC}$ et de son symétrique $\widehat{A'B'C'}$? ……………………………………

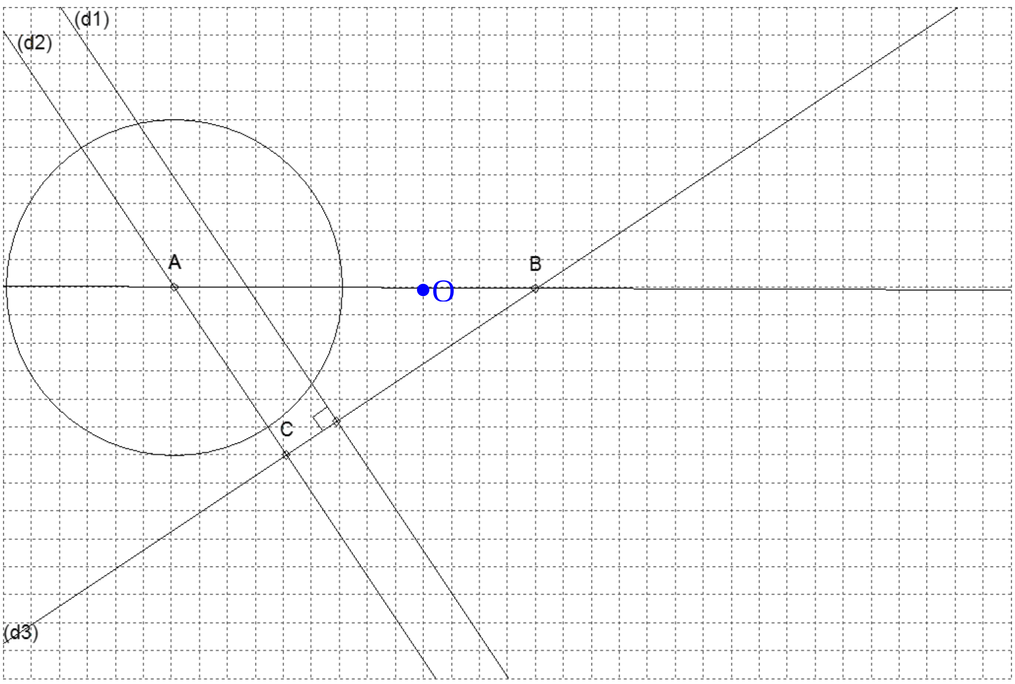
……………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………………

f) Comment seront les rayons du cercle et de son symétrique ? ……………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

2. En vous aidant du quadrillage, tracez *en vert* le symétrique par rapport à O de toute la figure.



3. Montrer que (d'3) est perpendiculaire à (d1).

VI. LIEN « POINTS SYMETRIQUES ↔ MILIEU D'UN SEGMENT ».

La définition p.7 nous permet d'écrire les 2 relations très importantes suivantes :

Passage « Points Symétriques → Milieu » :

	(….. condition ou hypothèse)		(…… résultat ou conclusion)
Quand	A et B sont symétriques par rapport à un point O	alors	O est le ……………………….……… du segment ………

Utilité : Cette propriété sert à prouver qu'un point est le ……………………..… d'un segment.

Réciproquement :

Passage « Milieu → Points Symétriques » :

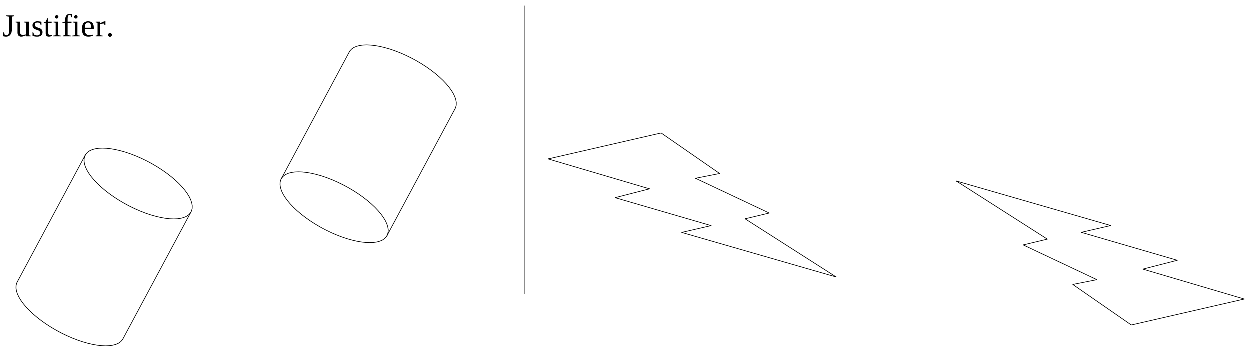
	(….. condition ou hypothèse)		(….. résultat ou conclusion)
Quand	O est le ………………….…….. d'un segment [AB]	alors	A et B sont ………………….………..…… par rapport à ………

Utilité : Cette propriété sert à prouver que 2 points sont ………….………….. par rapport à un 3ème point.

Ce lien profond dit une chose très importante : quand vous voyez « symétrie centrale », il faut tout de suite penser « milieu » ; quand vous voyez « milieu », il faut savoir traduire « symétrie centrale » !
Ce lien profond est souvent mis en jeu dans les problèmes de construction et dans les exercices de raisonnement.

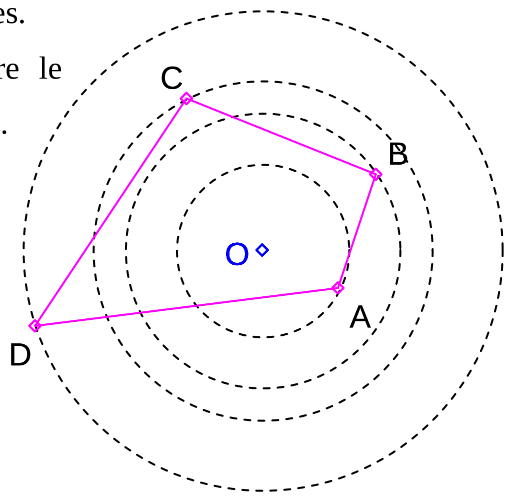
- Problèmes de construction :

① Pour chacune des 2 paires de figures symétriques, sans rien mesurer, construire *en rouge* le centre de symétrie. Justifier.



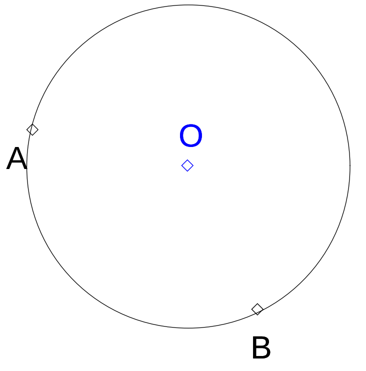
② Sur la figure ci contre, O est le centre de tous ces cercles concentriques.

En utilisant uniquement le côté non gradué de la règle, construire le symétrique de ABCD par rapport à O. Rédiger et justifier votre méthode.



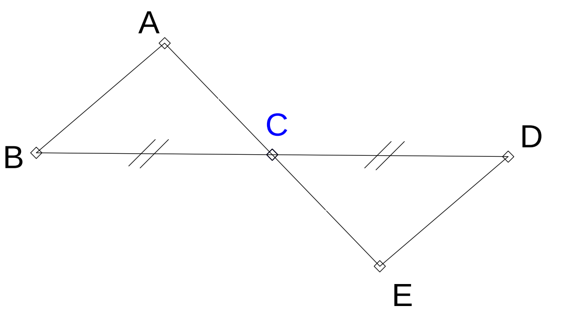
③ Sur la figure ci contre, O est le centre du cercle passant par A et B.

En utilisant uniquement le côté non gradué de la règle, construire une droite parallèle à (AB). Rédiger et justifier votre méthode.



- <u>Lien « Symétrie Centrale ↔ Milieu ».</u>

④ Sur la figure codée à droite, on sait aussi que A est le symétrique de E par rapport à C.



1. Montrez que B et D sont symétriques par rapport à ………

2. Montrez que C est le ………………….. de [AE].

3. Montrez que [AB] et [ED] sont ……………… par rapport à C. Que peut-on dire alors pour AB et ED ?

4. Montrez que (AD) // (EB).

VII. CENTRE DE SYMETRIE D'UNE FIGURE.

Avez-vous remarqué que certains objets qui nous entourent dans la vie quotidienne (tables, ronds points, panneaux, etc.) restent identiques après demi-tour sur eux même.

Ils possèdent en fait ce qu'on appelle un centre de symétrie.

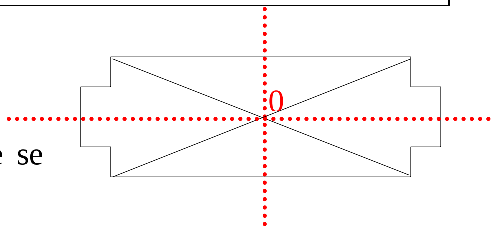
A. Définition du centre de symétrie :

Un point O est le **centre de symétrie** d'une figure lorsque :

le symétrique de cette figure par rapport à ce point O est la figure elle même !

Autrement dit : Lorsque la figure et son image sont confondues après un demi-tour autour de O.

- Exemple :



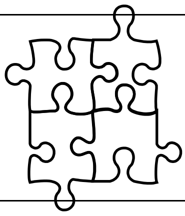
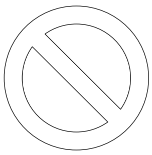
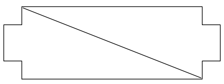
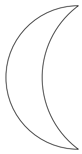
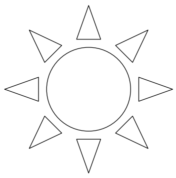
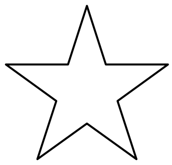
La figure à droite possède un centre de symétrie : le point O.

En effet, quand on fait faire un demi-tour à la figure autour de O, elle se superpose à elle même.

Remarque : La figure possède aussi 2 axes de symétrie perpendiculaires (en pointillés).

B. Exercices sur le centre de symétrie :

① Placer, s'ils existent : le centre de symétrie *en rouge* et le ou les axes de symétrie *en vert.*

• centre - - - - axe						
nb d'axes :						
nb de centre :						

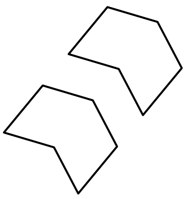
② • Parmi les chiffres quels sont ceux avec un centre de symétrie ?

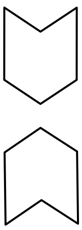
• Parmi les voyelles majuscules, quelles sont celles qui ont un centre de symétrie ?

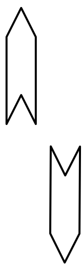
③ Les 4 figures ci dessous ont-elles ou non un (ou plusieurs) axe(s) de symétrie ? Si oui, le(s) tracer *en vert* puis *indiquer leur nombre. Coder les axes perpendiculaires.*

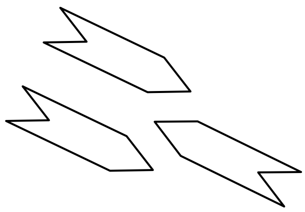
Ont-elles un centre de symétrie ? Si oui le placer *en rouge* et *indiquer le nombre.*

Coder les axes perpendiculaires.

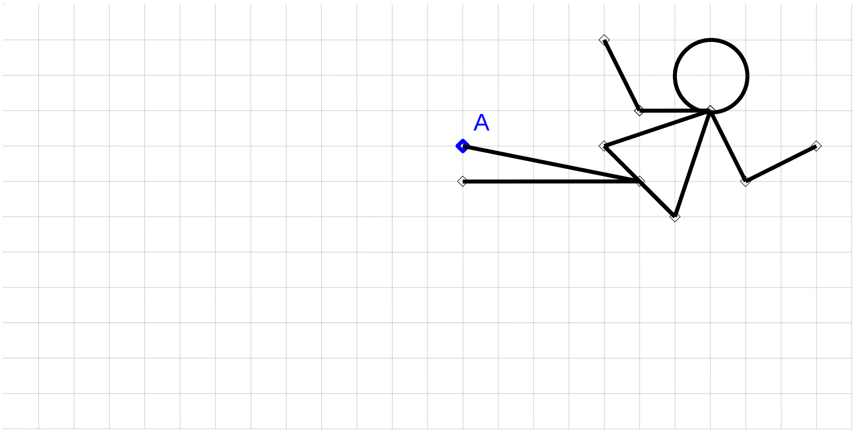






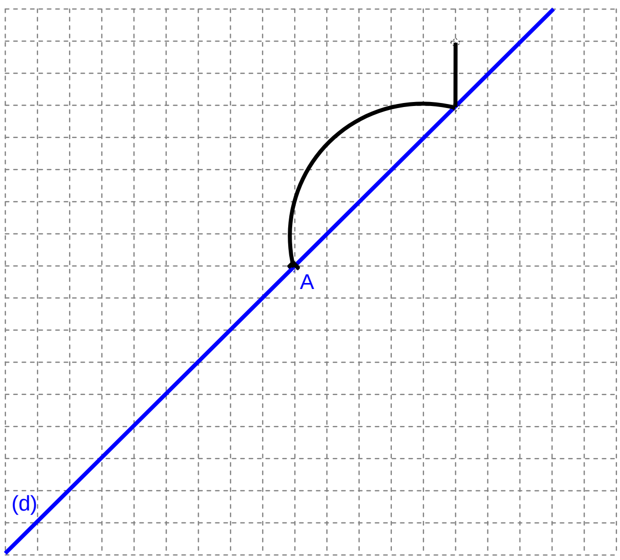


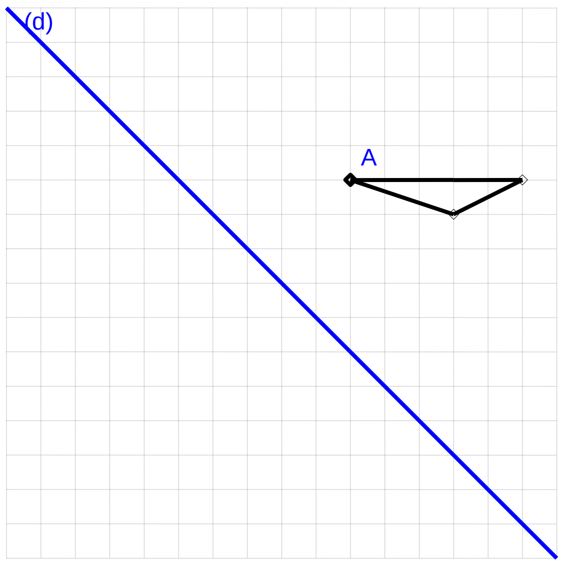
④ Compléter *en vert* la figure suivante afin que le point A soit centre de symétrie.



⑤ Pour chacune de ces 2 figures, compléter *en vert* afin que :

le point A soit d'abord centre de symétrie puis que par la suite, la droite (d) soit axe de symétrie.



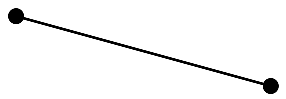
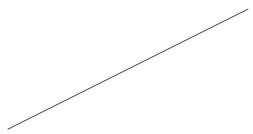
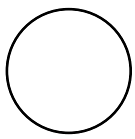


VIII. SYMETRIE CENTRALE ET FIGURES USUELLES.

A. Segment, droite et cercle :

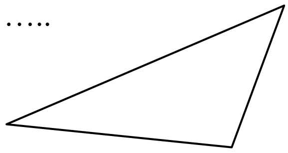
Tracer s'ils existent : le ou les axes de symétrie *en vert* et le ou les centres de symétrie *en rouge.*

Coder les axes perpendiculaires.

	Segment 	Droite 	Cercle 
Nombre d'axe(s) :			
Nombre de centre(s) :			

B. Symétrie centrale et Triangles :

Ce triangle quelconque a-t-il un centre de symétrie ? ………..

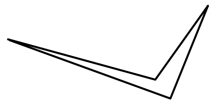


Essayez de dessiner à droite un triangle qui a un centre de symétrie :

Est ce possible ? …………………

Attention, ***aucun*** triangle ne possède de centre de symétrie !

C. Symétrie centrale et Quadrilatères :

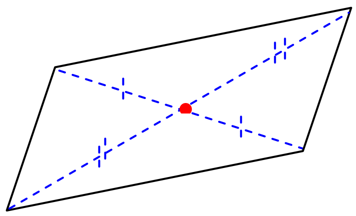


Ce quadrilatère quelconque a-t-il un centre de symétrie ? ……….

Essayez de dessiner à droite un quadrilatère qui a un centre de symétrie.

Ce quadrilatère est-il particulier ? …………

A quelle famille appartient-il ? ..………………………

1. Le quadrilatère ayant un centre de symétrie s'appelle un …………………………………… 2. Son centre de symétrie est le point d'intersection de ses 2 ………………………………….. 3. Le centre de symétrie est donc le milieu commun des 2 diagonales.	Parallélogramme 

➢ *Deux remarques :*

① *Attention ! Nous rappelons que* ***le parallélogramme quelconque n'a pas d'axe de symétrie !***

② *Puisque le rectangle, le losange et le carré font partie de la famille des parallélogrammes, tous les trois possèdent aussi un centre de symétrie qui est l'intersection des 2 ……………………….*

➢ Exercice : Vrai ou faux ?

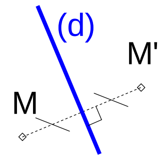
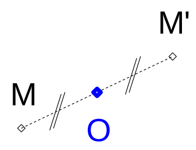
Soit ABCD un rectangle de centre O, l'intersection des diagonales (croquis ou pas croquis ? …………….).

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifiez.

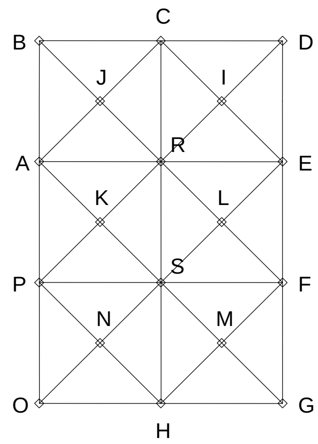
1. (AC) est un axe de symétrie.
2. A et C sont symétriques par rapport à O.
3. A et C sont symétriques par rapport à (BD).
4. O est centre de symétrie.
5. ABCD a 4 axes de symétrie.

IX. RECAPITULATIF.

Récapitulons ce que l'on sait sur les symétries sous forme de tableau :

Transformation	*« Sens commun »*	*Elément(s) caractéristique(s)*	*Figure* *(Repasser le codage en rouge)*	*Objet(s) géométrique(s) associé(s)*	*Elément(s) invariant(s)*
Symétrie **…………..** vue en 6ème	« Effet …..…..……. ou Réflection »	Axe de symétrie			
Symétrie **………….** vue en ……….	« …………..……… »				

- <u>Exercice ① : Reconnaître symétrie axiale et symétrie centrale.</u>



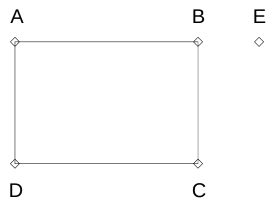
Observer la figure ci-contre puis compléter en colonne le tableau ci dessous :

La figure	ABJ	(IE)	AJICB		
est la symétrique de la figure	IDE	(KG)		OSH	ISF
par rapport à			R	(JK)	L

- <u>Exercice ② : Contrôle 2006.</u>

ABCD est un rectangle tel que AD = 2 et BA = 3.

1. Construire en bleu A'B'C'D', le symétrique du rectangle ABCD par rapport à E. (…………….... / 1 pt)
2. Montrer que (CD) ⊥ (B'C'). (………………….. / 1 pt)
3. Calculer le périmètre de A'B'C'D'. (………………….… / 1 pt)



- Exercice ③ (………………..…… / 4 points) : Test 2009.

Laure Azutat a réalisé une superbe figure et sa symétrique.

Malheureusement, elle a perdu sa feuille !

Elle se rappelle seulement que tous les points sont distincts, que les points U, K et S n'étaient pas alignés, ainsi que les points V, I et J.

Et elle avait pris la précaution de faire le tableau suivant sur son cahier :

Objet	E	T	(SU)	(KS)	A	C	R
Symétrique	V	J	(SX)	(WS)	Z	D	I

« Mais avec un tel tableau, tu peux obtenir des indications sans avoir besoin de la figure ! » lui fait remarquer Jean Untelly, un rien moqueur.

1. Quel est le centre de la symétrie ? ……… (……………. / 0,5 pts) Justifier. (…..………….. / 0,5 pts)

2. ETAC est en fait un parallélogramme. Comment seront les droites (VJ) et (ZD) ? Justifier. (………………… / 1,5 pts)

3. On sait que VJ = JI. Quelle est la nature du triangle ETR ? Justifier. (………………… / 1,5 pts)

X. POUR PREPARER LE TEST ET LE CONTROLE.

A. Je dois savoir :

- Remplissez ce tableau :

	A refaire	A revoir	Maîtrisé
Construire le symétrique d'un point à la règle puis au compas.			
Construire le symétrique d'une figure.			
Utiliser le quadrillage pour construire le symétrique.			
Trouver le centre et les axes de symétrie d'une figure.			
Différencier symétrie axiale et symétrie centrale.			
Reconnaître des droites, segments ou cercles symétriques.			
Faire le lien « points symétriques ↔ milieu » dans les démonstrations.			
Utiliser les propriétés de conservation des symétries.			
Aimer les symétries centrales.			

- **Pour préparer le test et le contrôle : Livre (Magnard 5ème 2006) p.118 et 119.**

B. Conseils :

- Constructions : Faire un croquis d'abord.
  Traits de construction légers et **en pointillés.**
  N'oubliez pas les codages induits par l'énoncé.
- Justifications et preuves : Commencent toujours par « puisque » (ou « comme »).
  Penser toujours au lien « Milieu d'un segment ↔ Points symétriques ».
- Centres et axes de symétrie : Penser toujours si par hasard il n'y aurait pas un autre axe perpendiculaire.

C. Erreurs à éviter :

- Les mauvaises notes s'expliquent souvent par les méthodes de construction qui ne sont pas sues ! (règle puis compas pour la symétrie centrale ; équerre puis compas pour la symétrie axiale).
- Justifications et preuves : Une preuve commence par « puisque » ou « comme » : pas de preuve en « car » ou « parce que ».
- Beaucoup d'erreurs dues à des erreurs de notation.

D. Fiche de révision à faire.

Quel est l'intitulé du prochain contrat ? ……………………………………..