CORRIGE DEVOIR PARALLELOGRAMMES

Livre Magnard 5ème (édition 2006) n°14 et 24 p.149-151 et n°18-19-33 p.168-169.

- Exercice n°14 p.149 :

La construction d'un parallélogramme repose toujours sur la même méthode :

1. ***Croquis complet avec les sommets, les indications et le codage donnés par l'énoncé.***
2. *Construction d'un triangle formé par 3 des 4 sommets du parallélogramme.*
3. *Construction du 4ème sommet du parallélogramme :*
   - *soit par parallélisme des côtés opposés (équerre + règle).*
   - *soit par égalité des longueurs des côtés opposés (compas + règle).*

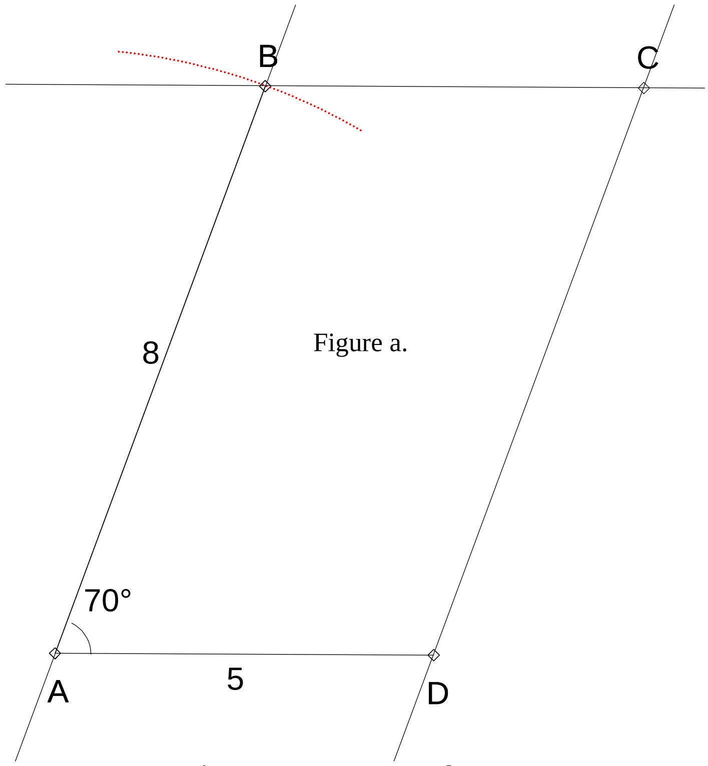


Figure a.

① On construit le triangle BAD tel que :

$AD = 5$, $\widehat{BAD} = 70°$ et $BA = 8$.

② On construit le dernier point C de telle sorte que ABCD soit un parallélogramme, soit par parallélisme à la règle et à l'équerre, soit par égalité de longueurs au compas.

③ On trace les côtés [BC] et [DC].

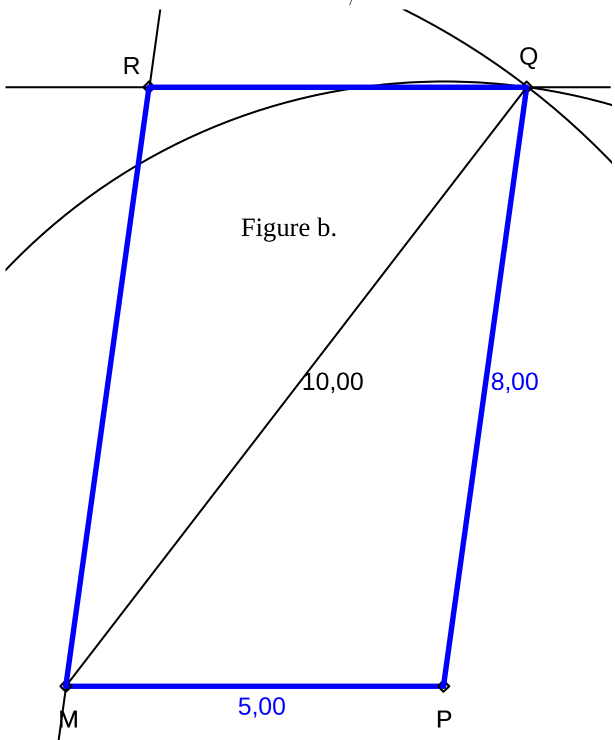


Figure b.

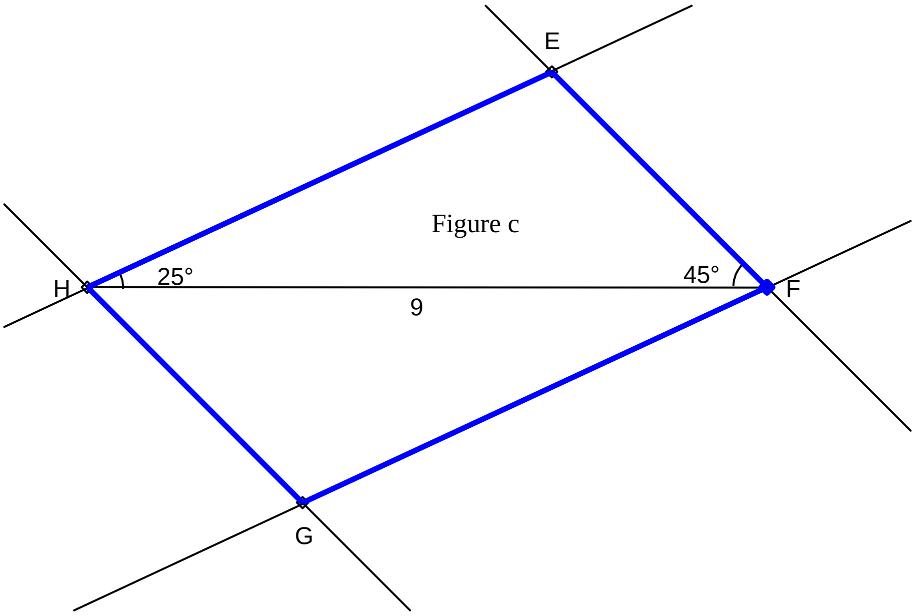
① On construit le triangle MPQ tel que :

$MP = 5$, $PQ = 8$ et $MQ = 10$.

② On construit le dernier point R de telle sorte que MPQR soit un parallélogramme, soit par parallélisme à la règle et à l'équerre, soit par égalité de longueurs au compas.

③ On trace les côtés [MR] et [RQ].

NOM et Prénom : ……………………………………………….. Classe : ………..



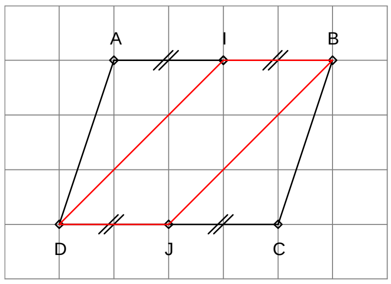
① On construit le triangle EHF tel que :

HF = 9, $\widehat{EFH}$ = 45° et $\widehat{EHF}$ = 25°.

② On construit le dernier point G de telle sorte que EFGH soit un parallélogramme, soit par parallélisme à la règle et à l'équerre, soit par égalité de longueurs au compas.

③ On trace les côtés [FG] et [HG].

➢ Exercice n°24 p.151 :



1. • Puisque I ∈ [AB], alors la droite (IB) est la droite (AB).

De même, Puisque J ∈ [DC], alors la droite (DJ) est la droite (DC).

• Puisque ABCD est un parallélogramme, alors ses côtés opposés (AB) et (DC) sont parallèles.

Donc (IB) // (DJ).

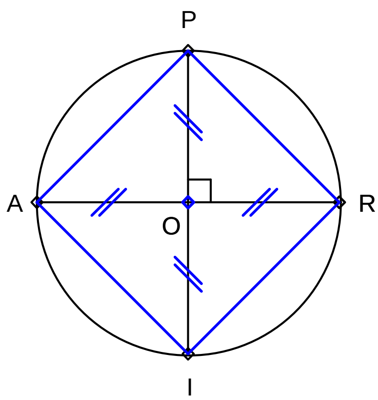
2. Puisque I milieu de [AB], alors AI = $\frac{AB}{2}$. De même, puisque J milieu de [DC], alors DJ = $\frac{DC}{2}$.

Or ABCD est un parallélogramme, donc ses côtés opposés [AB] et [DC] ont même longueur : AB = DC.

Donc $\frac{AB}{2} = \frac{DC}{2}$. Autrement dit, AI = DJ.

3. Puisque le quadrilatère IBJD a ses côtés opposés [IB] et [DJ] parallèles (question 1) et de même longueur (question 2), alors IBJD est un parallélogramme.

➢ Exercice n°18 p.168 :



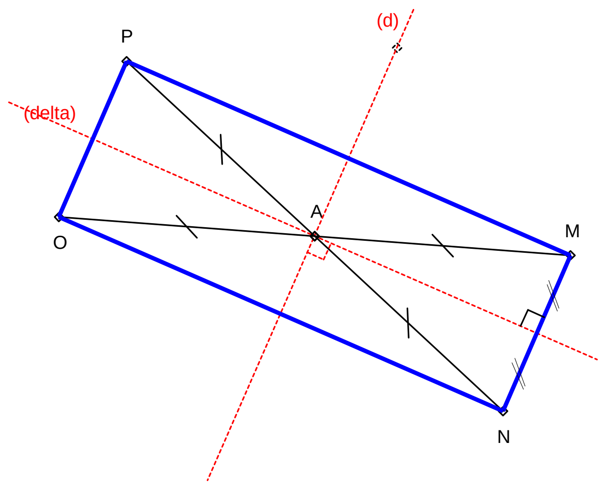
2. Puisque [PI] et [AR] sont deux diamètres du cercle, alors O est le milieu commun de [PI] et [AR].

Puisque les diagonales [PI] et [AR] du quadrilatère PAIR se coupent en leur milieu O, alors PAIR est un parallélogramme.

3. Puisque les diagonales [PI] et [AR]

$\left\{\begin{array}{l}\text{① se coupent en leur milieu O}\\ \text{② sont de même longueur}\\ \text{③ sont perpendiculaires}\end{array}\right\}$ alors PAIR est un carré.

➢ Exercice n°19 p.168 :



Analyse de la situation :

On fait d'abord un croquis pour analyser la figure finale.

Puisque (d) et (Δ) doivent être les 2 axes de symétrie du rectangle MNOP et que (d) ⊥ (Δ), alors le point d'intersection des deux axes (A sur la figure) est aussi le centre de symétrie du rectangle MNOP.

Construction du rectangle MNOP :

① On construit N le symétrique de M par rapport à (Δ).

② On construit P le symétrique de N par rapport à A.

③ On construit O le symétrique de M par rapport à A.

④ On trace les 4 côtés du rectangle MNOP.

Justification en 3 étapes de la construction :

• Montrons d'abord que MNOP est un parallélogramme :

Puisque P et O symétriques respectifs de N et M par rapport au centre A, alors A est le milieu commun des deux diagonales [NP] et [MO].

Donc MNOP est un parallélogramme.

• Montrons maintenant que ces deux diagonales [NP] et [MO] sont de même longueur :

Puisque les points M et N sont symétriques par rapport à l'axe (Δ), alors (Δ) est la médiatrice de [MN].

Or A est sur cette médiatrice (Δ) donc le point A est équidistant des points M et N donc MA = NA.

De plus A milieu commun des 2 diagonales [NP] et [MO]. Donc MO $(= \frac{1}{2}$ MA $= \frac{1}{2}$ NA$)$ = NP.

• Concluons :

Puisque le quadrilatère MNOP a ses deux diagonales [NP] et [MO] qui se coupent en leur milieu commun A et qui sont de même longueur, alors MNOP est un rectangle. Ouf !

Remarque : On pouvait se débrouiller aussi en utilisant plusieurs symétries axiales par rapport à (d) et (Δ). La construction serait évidemment bonne, mais la justification beaucoup plus longue.

➢ Exercice n°33 p.169 :

① On trace le cercle de rayon 5 cm et de centre O.

② On trace 2 diamètres perpendiculaires en O.

③ Sur l'un des 2 diamètres, on place 2 points A et C à 3 cm du centre O.

④ On trace les deux perpendiculaires à la droite (AB) passant par à A et par C. Ces deux perpendiculaires coupent le cercle en 4 points E, F, G et H.

⑤ On trace le rectangle EFGH. Ses côtés coupent les deux diamètres en 4 points A, B, C et D qui seront les sommets du losange.

On montre d'abord facilement que OAEB est un rectangle. Puisque OAEB est un rectangle, alors ses diagonales ont même longueur.

Donc AB = OE = 5cm.

Puisque ABCD est un losange, alors tous ses côtés ont même longueur, donc AB = BC = CD= DA = 5.

Donc $\mathscr{P}$(losange ABCD) = $4 \times$ AB

$= 4 \times 5$

$= 20$ cm.

Le périmètre du losange est de 20 cm.