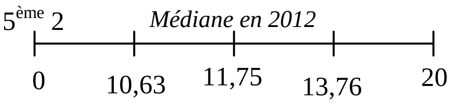
Corrigé TEST T6 : LES PARALLELOGRAMMES (55')

Compte rendu :

- *Fractions : SIMPLIFIEZ.* ***Relisez*** *! Beaucoup d'oublis de signe.*
- *Constructions :* ***Lorsqu'il n'y a pas de croquis, la figure est souvent fausse ! Croquis trop petits ou incomplets.***
  Il faut procéder par triangulation et compléter le croquis afin d'avoir un triangle constructible.
  Laissez les traits et arcs de construction. Reportez les données sur vos figures finales.
- *Démonstrations : A revoir complètement !* ***N'inventez pas d'hypothèses ! N'utilisez que les données de l'énoncé.***
  Beaucoup d'erreurs, de propriétés inventées ou d'hypothèses non justifiées. ***Appliquez le cours !***
  Soyez précis : écrivez le nom des objets ; isocèle où, etc.



Médianes : 14,75 sur 21 en 2010 ; 13,5 sur 20 en 2008.

Quand l'exo de calcul (n°1) ou l'exo de construction (n°2) est raté, la note est souvent mauvaise.

- Exercice n° 1 (…..………………………….. / 4,5 points) : Un peu de fractions ne peut faire que du bien !

$$D = \frac{15}{20} - \frac{6}{5} \times \frac{35}{36}$$
$$= \frac{3}{4} - \frac{\mathbf{6} \times 7 \times \mathbf{5}}{\mathbf{5} \times \mathbf{6} \times 6}$$
$$= \frac{3}{4} - \frac{7}{6}$$
$$= \frac{9}{12} - \frac{14}{12}$$
$$= \frac{-5}{12} \quad \text{F.I.}$$

$$A = \frac{6}{8} + \frac{-25}{30} - \frac{8}{16}$$
$$= \frac{3}{4} - \frac{5}{6} - \frac{1}{2}$$
$$= \frac{9}{12} - \frac{10}{12} - \frac{6}{12}$$
$$= \frac{-7}{12} \quad \text{F.I.}$$

$$B = -(-a) - \frac{3b}{5} \quad \text{avec } a = -3 \text{ et } b = -2$$

Calculez directement le mini-produit 3b !

$$= -3 - \frac{-6}{5}$$
$$= \frac{-15}{5} + \frac{6}{5}$$
$$= \frac{-9}{5} \quad \text{F.I.}$$

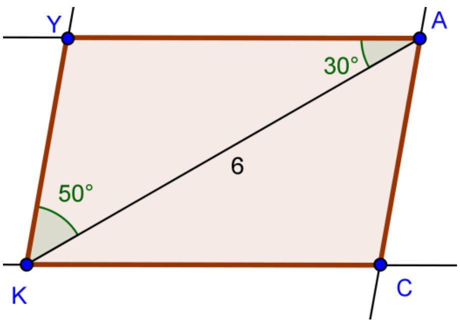
- Exercice n° 2 (…..…………………...…. / 6 pts) : Construire les quadrilatères suivants (longueurs en cm).

Croquis lisibles et complets + Traits de construction visibles.

Le parallélogramme YACK tel que :

$\widehat{YKA} = 50°$ $\widehat{YAK} = 30°$ et KA = 6

On dessine d'abord un croquis lisible et complet sur lequel on aura reporté les sommets et les mesures données !!



① On construit le triangle YAK tel que :

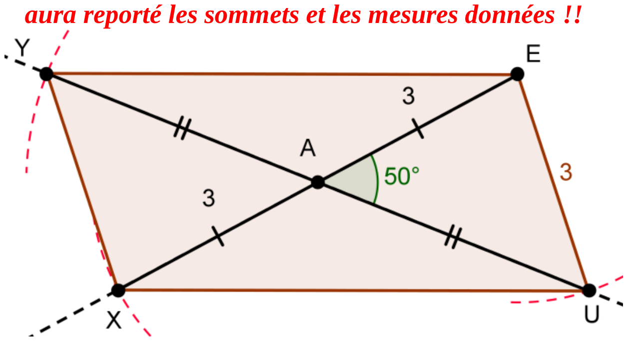
KA = 6 ; $\widehat{YKA}$ = 50° et $\widehat{YAK}$ = 30°.

② Puis on construit le point C de telle sorte que YACK soit un parallélogramme, soit par parallélisme à la règle et à l'équerre, soit par égalité de longueurs au compas.

Le parallélogramme YEUX *de centre A* tel que :

XA = 3 EU = 3 et $\widehat{EAU} = 50°$

On dessine d'abord un croquis lisible et complet sur lequel on aura reporté les sommets et les mesures données !!



Puisque YEUX est un parallélogramme, alors ses diagonales [YU] et [EX] se coupent en leur milieu A, donc AE = XA = 3.

① On construit le triangle EAU : AE = 3, $\widehat{EAU}$ = 50°, EU = 3. On trace [AE] de longueur 3. Puis on trace une demi-droite qui fait en A un angle de 50° avec [AE]. Puis on trace le cercle de centre E et de rayon 3. Il recoupe la demi-droite en U.

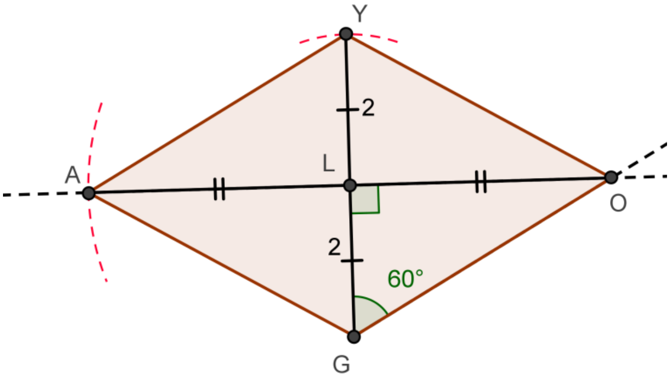
② Puis on construit les points Y et X images respectives de U et E par la symétrie centrale de centre A.

③ On trace les 4 côtés du parallélogramme YEUX.

Le losange YOGA *de centre L* tel que :

$YL = 2$ et $\widehat{YGO} = 60°$

On dessine d'abord un croquis lisible et complet sur lequel on aura reporté les sommets et les mesures données !!



Puisque YOGA est un losange, alors ses diagonales se coupent en leur milieu, donc YL = LG = 2.

① On construit le triangle LGO tel que :

$LG = 2$; $\widehat{LGO} = 60°$ et $\widehat{GLO} = 90°$.

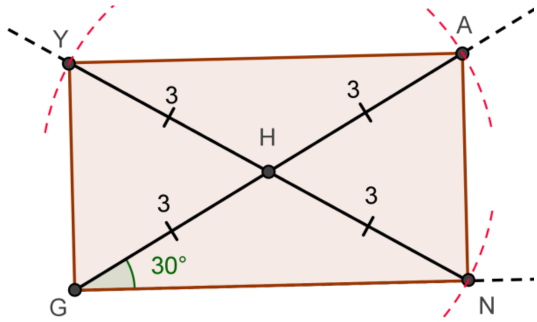
② Puis on construit les points Y et A images respectives de G et O par la symétrie centrale de centre L.

③ On trace les 4 côtés du losange YOGA.

Le rectangle YANG *de centre H* tel que :

$YH = 3$ et $\widehat{HGN} = 30°$

On dessine d'abord un croquis lisible et complet sur lequel on aura reporté les sommets et les mesures données !!



Puisque YANG est un rectangle, alors ses diagonales [YN] et [GA] se coupent en leur milieu H et sont de même longueur, donc YH = AH = HG = HN = 3.

① On construit le triangle HGN tel que :

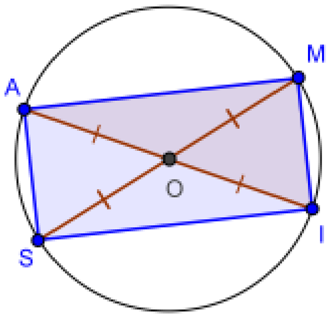
$HG = 3$, $\widehat{HGN} = 30°$, $EU = 3$.

On trace [GH] de longueur 3. Puis on trace une demi-droite qui fait en G un angle de 30° avec [GH]. Puis on trace le cercle de centre H et de rayon 3. Il recoupe la demi-droite en N.

② Puis on construit les points Y et A images respectives de N et G par la symétrie centrale de centre H.

③ On trace les 4 côtés du rectangle YANG.

➢ <u>Exercice n° 3 (………..…………... / 2 pts + bonus 0,5 pts)</u> : TRCC réciproque.



Sur la figure ci-contre, les points A et I forment un diamètre du cercle de centre O, et M est un troisième point quelconque sur le cercle, distinct de A et de I.

Le but de l'exercice est de montrer que dans ces conditions, le triangle AMI est forcément rectangle.

1. Placer le point S, symétrique du point M par rapport à O. Tracer le quadrilatère AMIS.
2. Comment sont les diagonales [AI] et [MS] ? Justifier. (………………….. / 1 pt)

• Puisque le point S est le symétrique du point M par rapport au centre O du cercle, alors O est le milieu de [MS]. Donc [MS] est aussi un diamètre du cercle.

• Puisque [AI] et [MS] sont 2 diamètres du même cercle, alors les deux diagonales [AI] et [MS] se coupent en leur milieu O et sont de même longueur. (Beaucoup d'oublis pour le fait qu'elles se coupent en leur milieu O.)

3. En déduire la nature du quadrilatère AMIS puis celle du triangle AMI. (………………………… / 0,75 + 0,25 pts)

Puisque les deux diagonales [AI] et [MS] du quadrilatère AMIS se coupent en leur milieu O et sont de même longueur, alors le quadrilatère AMIS est un rectangle.

Puisque AMIS est un rectangle alors $\widehat{M}$ est droit donc AMI est un triangle rectangle en M.

4. On vient de prouver la propriété suivante qui sera vue en $4^{ème}$ au contrat 2 : compléter. (…………………..…. / bonus 0,5 pts)

<u>Réciproque du Théorème Triangle Rectangle et son Cercle Circonscrit (TRCC réciproque)</u>

« Lorsqu'un point W est sur un cercle de diamètre [XY], distinct de X et de Y

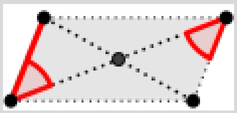
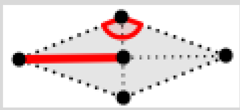
alors le triangle WXY est *rectangle* en *W*. »

➢ <u>Exercice n° 4 (………………………… / 2,5 points)</u> : Questions de cours (QCM).

Pour chaque affirmation, trois choix vous sont proposés dont un seul est vrai. Lequel ? **L'entourer.**

(Barème : réponse juste = + 0,5 pts sans réponse = 0 pt réponse fausse = - 0,25 pts)

(Les scores finaux négatifs sont ramenés à une note de 0 / 2. **<u>Faites des croquis pour vous aider !</u>**)

Affirmations	*Choix 1*	*Choix 2*	*Choix 3*	*Points (Prof)*
❶ *Un rectangle*	n'est pas un parallélogramme.	est un carré.	peut être un carré.	
❷ *Un quadrilatère ayant 1 seul axe de symétrie*	est un parallélogramme.	est un cerf-volant.	est un losange.	
❸ *Un parallélogramme losange droit*	s'appelle un carré.	cela n'existe pas !	s'appelle un rectangle.	
 ❹ *Sur le schéma du parallélogramme ci-dessus, on a reporté **en traits pleins** les mesures connues.*	Ce parallélogramme est constructible.	Ce parallélogramme n'est pas constructible : il manque au moins 1 information.	Ce parallélogramme n'est pas constructible : il manque au moins 2 informations.	
 ❺ *Sur le schéma du losange ci-dessus, on a reporté **en traits pleins** les mesures connues.*	Ce losange est constructible.	Ce losange n'est pas constructible : il manque au moins 1 information.	Ce losange n'est pas constructible : il manque au moins 2 informations.	

<u>Remarques :</u>

❶ La famille des parallélogrammes contient celle des rectangles qui contient celle des carrés. Donc un rectangle est un parallélogramme mais n'est pas nécessairement un carré.

❷ Choix 1 : un « vrai » parallélogramme n'a pas d'axe de symétrie !

Choix 2 : Un cerf volant peut être défini comme un quadrilatère dont l'une des diagonales est médiatrice de l'autre, donc 1 axe de symétrie.

Choix 3 : Un losange a 2 axes de symétrie qui sont ses 2 diagonales.

❸ Un parallélogramme losange droit est un tout simplement un losange avec un angle droit au moins : c'est donc un carré !

Choix 3 : un rectangle est un parallélogramme droit.

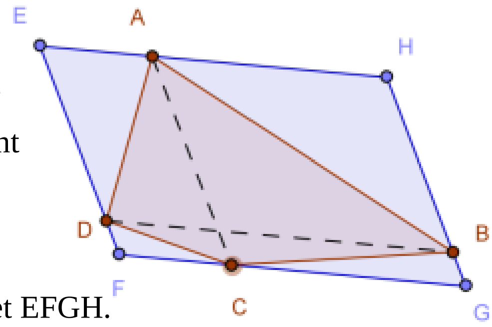
❹ Pour construire un polygone, on procède par triangulation (construction d'un 3ème point à partir de 2 autres déjà construit). Donc, d'après les règles de constructibilité, il faut au minimum :

- *<u>3 informations distinctes</u> pour construire un parallélogramme.*
- *<u>2 informations distinctes</u> pour construire un losange ou un rectangle.*
- *<u>1 information</u> pour construire un carré.*

Dans le cas présent : les 2 angles donnés sont alternes internes et engendrés par des parallèles donc ils sont de même mesure donc il n'y a que 2 informations distinctes qui sont données. Donc il manque une information pour pouvoir construire de manière unique ce parallélogramme.

❺ Voir explications du ❹.

➢ <u>Exercice n° 5 (……………………… / 5 points)</u> : D'un quadrilatère à l'autre.



Sur la figure ci-contre, on a au départ un quadrilatère ABCD quelconque.
Puis on a tracé la paire de parallèles à la diagonale [AC] passant par les points B et D, ainsi que la paire de parallèles à la diagonale [DB] passant par les points A et C.
Ces deux paires de parallèles se coupent en formant le quadrilatère EFGH.
Le but de l'exercice est d'étudier la relation liant les quadrilatères ABCD et EFGH.

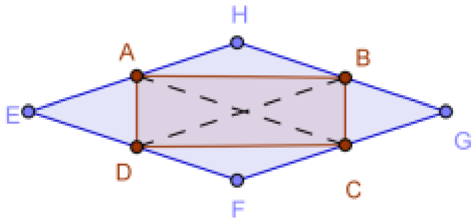
1. Cas ABCD quelconque :
   a) Montrer que (EH) // (FG) et que (EF) // (HG). (…………………… / 1 pt)

D'après l'énoncé, $\left\{\begin{array}{l}(EH) \mathbin{//} (DB)\\(FG) \mathbin{//} (DB)\end{array}\right\}$ *donc (EH) // (FG).* | *D'après l'énoncé,* $\left\{\begin{array}{l}(EF) \mathbin{//} (AC)\\(HG) \mathbin{//} (AC)\end{array}\right\}$ *donc (EF) // (HG).*

   b) En déduire la nature du quadrilatère EFGH. (………………… / 1 pt)

Puisque $\left\{\begin{array}{l}(EH) \mathbin{//} (FG)\\(EF) \mathbin{//} (HG)\end{array}\right\}$ *alors le quadrilatère EFGH est un parallélogramme.*

2. On suppose maintenant qu'ABCD est un rectangle.



Par un raisonnement similaire à la question 1-a), on sait que HBDE et ACFE sont des parallélogrammes (inutile de le redémontrer).
   a) Montrer que EH = EF. (………………………… / 2 pts)

• Puisque HBDE est un parallélogramme alors EH = DB.

• Puisque ACFE est un parallélogramme alors EF = AC.

• Puisque ABCD est un rectangle, alors ses diagonales [AC] et [DB] ont même longueur donc AC = DB.

• Finalement, en rassemblant les 3 égalités précédentes, on en déduit que EH = EF.

Question très peu réussie (2 personnes seulement l'ont à peu près traitée correctement.)

   b) En déduire la nature du quadrilatère EFGH. **Justifier.** (………………… / 1 pt)

• D'après la question 1-b), on sait déjà que le quadrilatère EFGH est un parallélogramme. Inutile de le remontrer !

• Puisque EFGH est un parallélogramme avec en plus 2 côtés consécutifs [EH] et [EF] de même longueur (question 2-a)), alors EFGH est un losange.

<u>Remarque :</u> Ne pas oublier de mentionner le fait qu'EFGH est un parallélogramme ! Un quadrilatère avec 2 côtés consécutifs de même longueur est rarement un losange ! Un rapide croquis suffit pour s'en convaincre : faites-le.