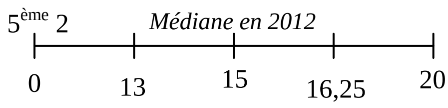
# Corrigé Contrôle C6 PARALLELOGRAMMES (55')

*Compte rendu :*

- *Fractions : SIMPLIFIEZ. Relisez ! Beaucoup d'oublis de signe.*
- *Constructions : **Lorsqu'il n'y a pas de croquis, la figure est souvent fausse ! Croquis trop petits ou incomplets.***
  *Il faut procéder par triangulation et compléter le croquis afin d'avoir un triangle constructible.*
  *Laissez les traits et arcs de construction. Reportez les données sur vos figures finales.*
- *Démonstrations : A revoir complètement ! N'inventez pas d'hypothèses ! N'utilisez que les données de l'énoncé.*
  *Beaucoup d'erreurs, de propriétés inventées ou d'hypothèses non justifiées.*
  *Soyez précis : écrivez le nom des objets ; isocèle où, etc.*




*Médianes : 15 sur 20 en 2010. 14,25 sur 20 en 2008.*

*Quand l'exo de calcul (n°1) ou l'exo de construction (n°2) est raté, la note est souvent mauvaise.*

- Exercice n° 1 (………………………… / 4,5 points) : Un peu de fractions ne peut faire que du bien !

$$M = \frac{14}{21} - \frac{21}{30} \times \frac{20}{12}$$

$$= \frac{2}{3} - \frac{7 \times \mathbf{3} \times \mathbf{4} \times \mathbf{5}}{6 \times \mathbf{5} \times \mathbf{4} \times \mathbf{3}}$$

$$= \frac{2}{3} - \frac{7}{6}$$

$$= \frac{4}{6} - \frac{7}{6}$$

$$= \frac{-3}{6}$$

$$= \frac{-1}{2} \quad \text{F.I.}$$

$$A = \frac{4a}{3} - 3b$$

pour a = -2 et b = -1

$$= \frac{-8}{3} - (-3)$$

$$= \frac{-8}{3} + \frac{9}{3}$$

$$= \frac{1}{3} \quad \text{F.I.}$$

$$L = \frac{3}{6} - \frac{7}{21} - \frac{4}{16}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{6}{12} - \frac{4}{12} - \frac{3}{12}$$

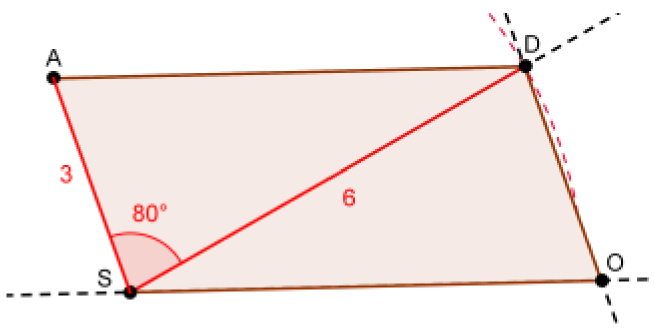
$$= \frac{-1}{12} \quad \text{F.I.}$$

- Exercice n° 2 (………..………..……. / 6 pts) : Construire les quadrilatères suivants (longueurs en cm) :

Le parallélogramme ADOS tel que :

AS = 3  SD = 6  $\widehat{ASD} = 80°$

***On dessine d'abord un croquis lisible et complet sur lequel on aura reporté les sommets et les mesures données !!***




*① On construit le triangle ADS tel que :*

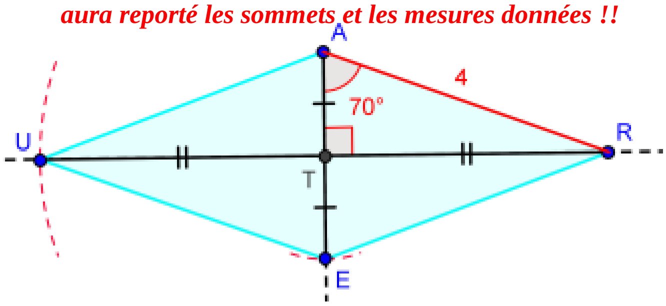
*SA = 3 ; SD = 6 et $\widehat{ASD}$ = 80°.*

*② Puis on construit le point C de telle sorte qu'ADOS soit un parallélogramme, soit par parallélisme à la règle et à l'équerre, soit par égalité de longueurs au compas.*

Le losange AREU *de centre T* tel que :

AR = 4 et $\widehat{RAE} = 70°$

***On dessine d'abord un croquis lisible et complet sur lequel on aura reporté les sommets et les mesures données !!***




*Puisque AREU est un losange, alors ses diagonales se coupent perpendiculairement donc (AT) ⊥ TR).*

*① On construit le triangle ART rectangle en T tel que :*

*AR = 4 et $\widehat{RAT}$ = 70°.*

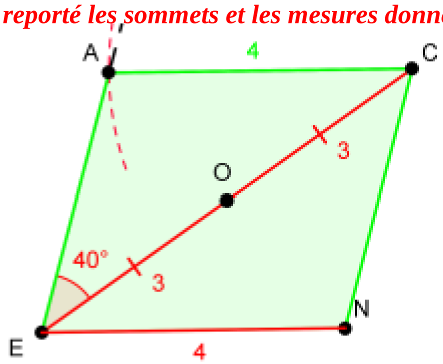
*② Puis on construit les points E et U images respectives de A et R par la symétrie centrale de centre T.*

*③ On trace les 4 côtés du losange AREU.*

Le parallélogramme ACNE *de centre O* tel que :

EN = 4 EO = 3 et $\widehat{AEC}$ = 40°

***On dessine d'abord un croquis lisible et complet sur lequel on aura reporté les sommets et les mesures données !!***




*Puisque ACNE est un parallélogramme, alors O milieu des de la diagonale [AN] et [EC], donc OC = EO = 3 ; et les côtés opposés [EN] et [AC] ont même longueur donc AC = EN = 4.*

*① On construit le triangle EAC tel que :*

*EC = 6, $\widehat{AEC}$ = 40°, AC = 4.*

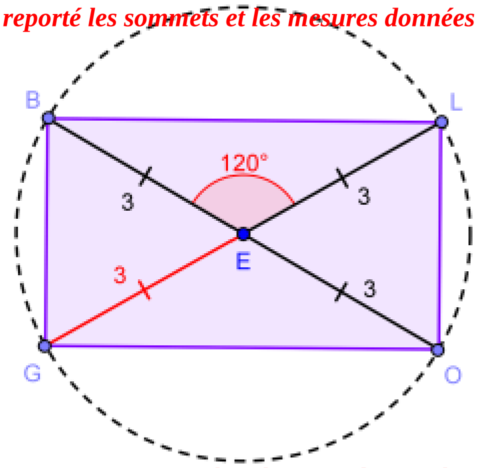
*On trace [EC] de longueur 6. Puis on trace une demi-droite qui fait en E un angle de 40° avec [EC]. Puis on trace le cercle de centre C et de rayon 4. Il recoupe la demi-droite en A (2 solutions possibles).*

*② On construit le point N soit par parallélisme, soit par égalité de longueurs, soit par symétrie centrale.*

Le rectangle BLOG *de centre E* tel que :

GE = 3 et $\widehat{BEL}$ = 120°

***On dessine d'abord un croquis lisible et complet sur lequel on aura reporté les sommets et les mesures données !!***




*Puisque BLOG est un rectangle, alors ses diagonales [BO] et [GL] se coupent en leur milieu E et sont de même longueur. Donc BE = EL = GE = 3.*

*① On construit le triangle BEL isocèle en E tel que :*

*BE = EL = 3 et $\widehat{BEL}$ = 120°.*

*② Puis on construit les points G et O images respectives de L et B par la symétrie centrale de centre E.*

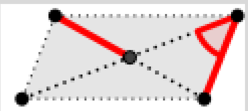
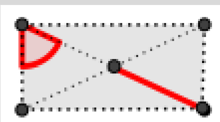
*③ On trace les 4 côtés du rectangle BLOG.*

➢ <u>Exercice n° 3 (……………………… / 2,5 points)</u> : Questions de cours (QCM).

Pour chaque affirmation, trois choix vous sont proposés dont un seul est vrai. Lequel ? **L'entourer.**

(Barème : réponse juste = + 0,5 pts sans réponse = 0 pt réponse fausse = - 0,25 pts)

(Les scores finaux négatifs sont ramenés à une note de 0 / 2,5. **<u>Faites des croquis pour vous aider !</u>**)

| *Affirmations* | *Choix 1* | *Choix 2* | *Choix 3* | *Points (Prof)* |
|---|---|---|---|---|
| ❶ *Un parallélogramme* | n'est pas un trapèze. | peut être un rectangle. | est un rectangle. | |
| ❷ *Un rectangle possède* | seulement 2 axes de symétrie. | 2 axes et un centre de symétrie. | 4 axes et un centre de symétrie. | |
| ❸ *Pour qu'un parallélogramme devienne un losange, il faut en plus* | lui ajouter un centre de symétrie. | qu'une diagonale soit médiatrice de l'autre. | que les diagonales soient de même longueur. | |
|  ❹ *Sur le schéma du parallélogramme ci-dessus, on a reporté **en traits pleins** les mesures connues.* | Ce parallélogramme est constructible. | Ce parallélogramme n'est pas constructible : il manque au moins 1 information. | Ce parallélogramme n'est pas constructible : il manque au moins 2 informations. | |
|  ❺ *Sur le schéma du rectangle ci-dessus, on a reporté **en traits pleins** les mesures connues.* | Ce rectangle est constructible. | Ce rectangle n'est pas constructible : il manque au moins 1 information. | Ce rectangle n'est pas constructible : il manque au moins 2 informations. | |

*<u>Remarques :</u>*

*❶ La famille des trapèzes contient celle des parallélogrammes qui contient celle des rectangles.*

*Donc un parallélogramme est un trapèze mais n'est pas nécessairement un rectangle.*

*❷ Choix 1 : impossible ! Si une figure possède 2 axes de symétrie, alors ils sont forcément perpendiculaires et leur intersection est forcément le centre de symétrie de la figure.*

*Choix 3 : Attention, les diagonales d'un rectangle ne sont pas axes de symétrie !*

*❸ Choix 1 : Un parallélogramme a déjà un centre de symétrie !*

*Choix 2 : la médiatrice rajoute la perpendicularité entre les diagonales.*

*Choix 3 : Si les diagonales d'un parallélogramme sont en plus de même longueur, c'est un rectangle qu'on obtient et non un losange.*

*❹ Pour construire un polygone, on procède par triangulation (construction d'un 3$^{ème}$ point à partir de 2 autres déjà construit). Donc, d'après les règles de constructibilité, il faut au minimum :*

- *<u>3 informations distinctes</u> pour construire un parallélogramme.*
- *<u>2 informations distinctes</u> pour construire un losange ou un rectangle.*
- *<u>1 information</u> pour construire un carré.*

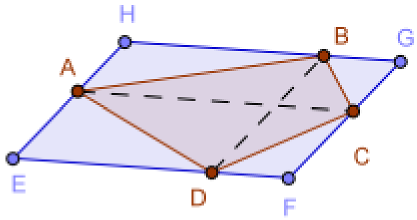
*Dans le cas présent : on a bien 3 informations distinctes donc on peut construire ce parallélogramme de manière unique.*

*❺ Voir explications du ❹.*

➢ <u>Exercice n° 4 (…..……………………..…… / 7 points)</u> : D'un quadrilatère à l'autre (bis).

Sur la figure ci-contre, on a au départ un quadrilatère ABCD quelconque.

Puis on a tracé la paire de parallèles à la diagonale [AC] passant par les points B et D, ainsi que la paire de parallèles à la diagonale [DB] passant par les points A et C.




Ces deux paires de parallèles se coupent en formant le quadrilatère EFGH.

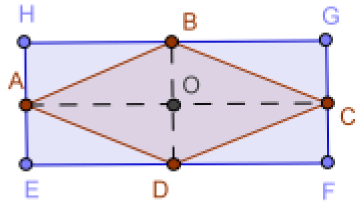
Le but de l'exercice est d'étudier la relation liant les quadrilatères ABCD et EFGH.

1. Cas ABCD quelconque :
   a) Montrer que (EH) // (FG) et que (EF) // (HG). (…………………… / 1 pt)

*D'après l'énoncé,* $\begin{cases}(EH) \,//\, (DB)\\(FG) \,//\, (DB)\end{cases}$ *donc (EH) // (FG).* | *D'après l'énoncé,* $\begin{cases}(EF) \,//\, (AC)\\(HG) \,//\, (AC)\end{cases}$ *donc (EF) // (HG).*

   b) En déduire la nature du quadrilatère EFGH. (………………… / 1 pt)

*Puisque* $\begin{cases}(EH) \,//\, (FG)\\(EF) \,//\, (HG)\end{cases}$ *alors le quadrilatère EFGH est un parallélogramme.*




2. On suppose maintenant que ABCD est un losange. On appelle O son centre.

   a) Montrer que HBOA est un rectangle. (…………………… / 2 pts)

*• D'après l'énoncé* $\begin{cases}(HB) // (AO)\\(HA) // (BO)\end{cases}$, *donc le quadrilatère HBOA est un parallélogramme.*

*• Puisque ABCD est un losange, alors ses diagonales sont perpendiculaires donc l'angle* $\widehat{BOA}$ *est droit.*

*• Puisque ABCD est un parallélogramme avec en plus un angle droit en O, alors HBOA est un rectangle.*

   b) En déduire la nature du quadrilatère EFGH. **Justifier.** (………………… / 1 pt)

*• Puisque HBOA est un rectangle, alors l'angle* $\widehat{EHG}$ *est droit.*

*• Puisque EFGH est un parallélogramme avec en plus un angle droit en H, alors EFGH est un rectangle.*

3. *Le tableau suivant précise la liaison entre les 2 quadrilatères dans le sens ABCD → EFGH.*

   *<u>Exemple :</u> Supposons qu'un élève mette une croix dans la case ❶. Cela signifie que pour cet élève : « si le quadrilatère ABCD est quelconque, alors nécessairement le quadrilatère EFGH est quelconque. » (mauvais choix évidemment !)*

   Compléter ce tableau en colonne (une seule croix par colonne !). (……………..…… / 2 pts)

**Conseil : aidez vous de croquis !**

| **alors le quadrilatère EFGH** / **Si le quadrilatère ABCD** | est quelconque | a ses 2 diagonales perpendi-culaires | a ses 2 diagonales de même longueur | est un cerf-volant | est un parallélo-gramme | est un losange | est un rectangle | est un carré |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| est quelconque. | ❶ | | | | | | | |
| a ses 2 diagonales perpendi-culaires. | | | | | | | | |
| a ses 2 diagonales de même longueur. | | | | | | | | |
| est un cerf-volant. | | | | | | | | |
| est un parallélo-gramme. | preuve question 1. | | | | preuve question 1. | | | |
| est un losange. | | | preuve Test 2012 question 2. | | | | preuve Test 2012 question 2. | |
| est un rectangle. | | preuve question 2. | | preuve question 2. | | preuve question 2. | | |
| est un carré. | | | | | | | | voir plus bas. |

*Remarques :*

- *Affirmation 4 :*

  *Un cerf-volant a l'une de ses diagonales médiatrice de l'autre donc ses diagonales sont perpendiculaires.*

- *Affirmation 8 :*

  *Lorsque ABCD est un carré alors ses diagonales sont perpendiculaires (donc EFGH est un rectangle) et de même longueur (donc EFGH est un losange). Donc EFGH est un rectangle losange, c-à-d un carré.*

4. Bonus : (……………….… / 1 pt)

   Si ABCD est un trapèze isocèle (non parallélogramme), que devient EFGH ?

   **Croquis demandé !**

*Rappel : Un trapèze isocèle est un trapèze avec ses côtés non parallèles qui sont de même longueur. Il possède un axe de symétrie qui passe par le point d'intersection des diagonales. Celles-ci sont donc de même longueur.*

*Puisque le trapèze isocèle ABCD a ses diagonales de même longueur alors EFGH est un losange.*