

Corrigé Contrôle C6 PARALLELOGRAMMES (55')

Compte rendu :

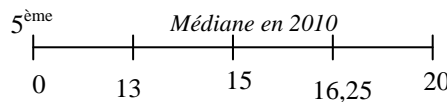
- Calculs : **SIMPLIFIEZ** vos fractions. Relisez ! Beaucoup de fautes de signe dans les sommes algébriques.
- Constructions : Lorsqu'il n'y a pas de croquis, la figure est souvent fautive ! Croquis trop petits ou incomplets.
Il faut procéder par triangulation et compléter le croquis afin d'avoir un triangle constructible.
Laissez les traits et arcs de construction. Reportez les données sur vos figures finales.
- Démonstrations : A revoir complètement ! N'inventez pas d'hypothèses ! N'utilisez que les données de l'énoncé.
Beaucoup d'erreurs, de propriétés inventées ou d'hypothèses non justifiées.
Soyez précis : écrivez le nom des objets ; isocèle où, etc.

Médiane : 14,25 sur 20 en 2008. Quand l'exo de calcul (n°1) ou l'exo de construction (n°2) est raté, la note est souvent mauvaise.

➤ Exercice n° 1 (..... / 4 points) : Un peu de calcul ne peut faire que du bien !

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{15}{20} - \frac{21}{12} \times \frac{20}{14} \\
 &= \frac{3}{4} - \frac{7 \times 3 \times 4 \times 5}{4 \times 3 \times 7 \times 2} \\
 &= \frac{3}{4} - \frac{5}{2} \\
 &= \frac{3}{4} - \frac{10}{4} \\
 &= \frac{-7}{4} \text{ F.I.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A &= 3a - (-b) - (-2) + (-3) \\
 &\text{avec } a = -2 \text{ et } b = -1 \\
 &= -6 - 1 + 2 - 3 \\
 &= -8
 \end{aligned}$$



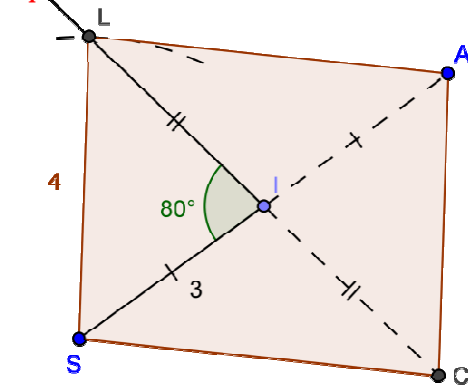
$$\begin{aligned}
 L &= \frac{3}{9} - \frac{4}{16} - \frac{15}{18} \\
 &= \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{5}{6} \\
 &= \frac{4}{12} - \frac{3}{12} - \frac{10}{12} \\
 &= \frac{-9}{12} \\
 &= \frac{-3}{4} \text{ F.I.}
 \end{aligned}$$

➤ Exercice n° 2 (..... / 6 pts) : Construire les quadrilatères suivants (longueurs en cm) :

Le parallélogramme LACS de centre I tel que :

$$LS = 4 \quad IS = 3 \quad \widehat{AIC} = 80^\circ$$

On dessine d'abord un croquis complet sur lequel on aura reporté les sommets et les mesures données !!



Puisque les deux angles \widehat{LIS} et \widehat{AIC} sont opposés par leur sommet commun I, alors $\widehat{LIS} = \widehat{AIC} = 80^\circ$.

① On construit d'abord le triangle LIS tel que :

$$LS = 4 \quad IS = 3 \quad \text{et} \quad \widehat{LIS} = 80^\circ$$

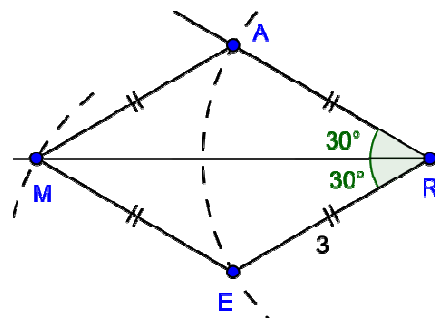
② Puis on construit les points C et A images respectives de L et S par la symétrie centrale par rapport au centre I.

③ On trace les 4 côtés du parallélogramme LACS.

Le losange MARE tel que :

$$MA = 3 \quad \text{et} \quad \widehat{MRE} = 40^\circ$$

On dessine d'abord un croquis complet sur lequel on aura reporté les sommets et les mesures données !!



Puisque MARE est un losange, alors $ME = ER = 3$.

① On construit d'abord le triangle MER tel que :

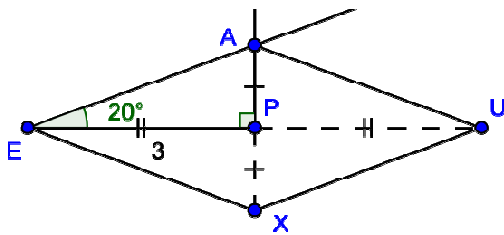
$$ME = 3 \quad ER = 3 \quad \text{et} \quad \widehat{MRE} = 30^\circ$$

② Puis on construit le point A de telle sorte que MARE soit un losange, soit par parallélisme à la règle et à l'équerre, soit par égalité de longueurs au compas.

Le losange EAUX de centre P tel que :

$$EP = 3 \quad \text{et} \quad \widehat{XEA} = 40^\circ$$

On dessine d'abord un croquis complet sur lequel on aura reporté les sommets et les mesures données !!



Puisque EAUX est un losange, alors la diagonale (EP) est la bissectrice de \widehat{XEA} . Donc $\widehat{PEA} = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$. De plus, les diagonales (EU) et (XA) sont perpendiculaires en P.

① On trace le triangle EPA rectangle en P tel que :

$$\widehat{PEA} = 20^\circ \quad \text{et} \quad EP = 3$$

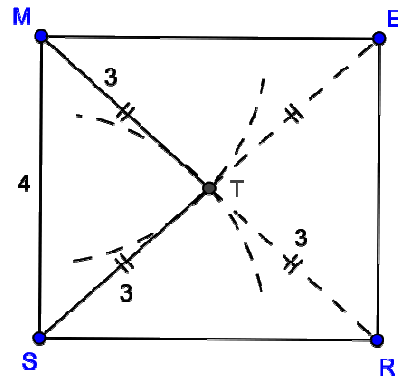
② Puis on construit les points U et X images respectives de E et A par la symétrie centrale de centre P.

③ On trace les 4 côtés du losange EAUX.

Le rectangle MERS de centre T tel que :

$$MS = 4 \quad \text{et} \quad TR = 3$$

On dessine d'abord un croquis complet sur lequel on aura reporté les sommets et les mesures données !!



Puisque MERS est un rectangle, alors ses diagonales [MR] et [SE] se coupent en leur milieu T. Donc $MT = ST = TR = 3$.

Donc le triangle MTS est isocèle en T.

① On construit le triangle MTS isocèle en T tel que :

$$TS = 3 ; \quad MT = 3 \quad \text{et} \quad MS = 4$$

② Puis on construit les points R et E images respectives de M et S par la symétrie centrale de centre T.

③ On trace les 4 côtés du parallélogramme MERS.

➤ Exercice n° 3 (..... / 5 points) : Parallélogrammes et Repérage.

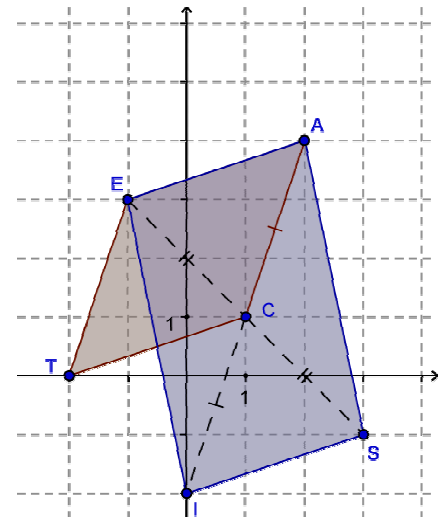
1. En vous aidant du quadrillage, placer deux points :

- E(-1 ; 3) (..... / 0,5 pts)
- T de telle sorte que le quadrilatère ACTE soit un losange. Ecrire les coordonnées du point T. (..... / 0,5 pts)

Le point T a pour coordonnées : T (-2 ; 0)

2. Placer deux points S et I tels que ASIE soit un parallélogramme de centre C. Ecrire les coordonnées de ces deux points S et I. (..... / 1 pt).

Les points S et I ont pour coordonnées : S (-1 ; 3) et I (0 ; -2)



3. Montrer que [TC] // [IS]. (..... / 1,5 pts)

- Puisque ACTE est un losange alors ses côtés opposés [CT] et [AE] sont parallèles donc [CT] // [AE].
- Puisque ASIE est parallélogramme alors ses côtés opposés [SI] et [AE] sont parallèles donc [SI] // [AE].
- Finalement, puisque $\left\{ \begin{array}{l} [CT] // [AE] \\ [SI] // [AE] \end{array} \right\}$ alors, [CT] // [SI]. (Théorème de 6^{ème}).

4. Montrer que ET = IS (..... / 1,5 pts)

- Puisque ACTE est un losange alors tous ses côtés sont de même longueur donc ET = CT.
- Puisque ASIE parallélogramme alors ses côtés opposés [SI] et [AE] ont même longueur alors SI = CT.
- Finalement, ET = CT = SI.

➤ Exercice n° 4 (..... / 2 points) : Questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque affirmation, trois choix vous sont proposés dont un seul est vrai. Lequel ? L'entourer.

Réponse juste = + 0,5 pts

Sans réponse = 0 pts

Réponse fausse = - 0,25 pts

CONSEIL : AIDEZ VOUS DE CROQUIS

A un QCM, il vaut mieux ne pas répondre plutôt que répondre au hasard.

Affirmations	Choix 1	Choix 2	Choix 3	Points (Prof)
① Un losange	n'est pas un parallélogramme.	peut être un carré.	est un carré.	
② Un quadrilatère dont les diagonales sont de même longueur	est un rectangle.	est un trapèze.	est en général quelconque.	
③ Un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires	est en général quelconque.	est un losange.	est un cerf-volant.	
④ Un losange rectangle	cela n'existe pas.	s'appelle un carré.	n'est pas un parallélogramme.	

1 seule personne sur 26 a réussi entièrement cet exercice ! 1 seule personne a eu 3 bonnes réponses.

Deux réponses justes (① et ④) en général.

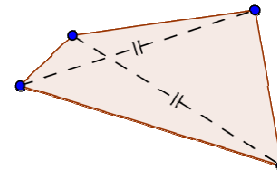
Affirmation ① : Un losange :

- fait évidemment partie de la famille des parallélogrammes !
- n'est pas (toujours) un carré : il n'est pas sûr qu'il possède un angle droit.
- il peut être un carré à la condition supplémentaire de posséder un angle droit.

Réussi en général.

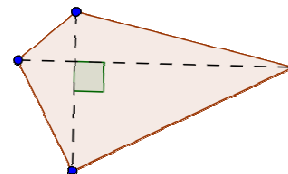
Affirmation ② : Un quadrilatère dont les diagonales sont de même longueur :

- n'est pas (toujours) un rectangle car il n'est pas sûr que ses diagonales se coupent en leur milieu.
- n'est pas (toujours) un trapèze car il n'est pas sûr qu'il ait deux côtés parallèles.
- est donc en général quelconque (voir figure ci-contre).



Affirmation ③ : Un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires :

- n'est pas (toujours) un losange car il n'est pas sûr que ses diagonales se coupent en leur milieu.
- n'est pas (toujours) un cerf-volant car il n'est pas sûr que l'une des diagonales soit médiatrice de l'autre.
- est donc en général quelconque (voir figure ci-contre).



Affirmation ④ : Un losange rectangle :

- cela existe évidemment et cela s'appelle un carré !
- et donc un losange rectangle fait évidemment partie de la famille des parallélogrammes.

Remarque : un losange rectangle est la même chose qu'un rectangle losange !

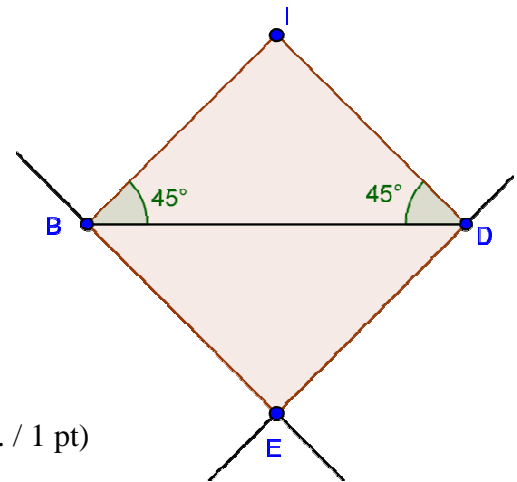
Réussi en général.

➤ Exercice n° 5 (..... / 3 points) : En partant d'un triangle isocèle rectangle.

1. Sur la figure ci-contre, BID est un triangle isocèle en I tel que $\widehat{IDB} = 45^\circ$.

Tracer la parallèle à la droite (IB) passant par le point D et la parallèle à la droite (ID) passant par B.

Ces deux parallèles se coupent en un point E.



2. Calculer la mesure de l'angle \widehat{BID} .

En déduire la vraie nature du triangle BID. (..... / 1 pt)

• Puisque BID est un triangle isocèle en I, alors $\widehat{IBD} = \widehat{IDB} = 45^\circ$.

• Puisque BID est un triangle, alors $\widehat{B} + \widehat{I} + \widehat{D} = 180^\circ$.

$$\begin{aligned} \text{Donc} \quad \widehat{BID} &= 180^\circ - \widehat{B} - \widehat{D} \\ \widehat{BID} &= 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ \\ \widehat{BID} &= 90^\circ \end{aligned}$$

• Puisque $\widehat{C} = \widehat{S} = 70^\circ$ et que $\widehat{BID} = 90^\circ$, alors le triangle CAS est isocèle rectangle en I. Donc $BI = ID$.

3. Quelle est la nature du quadrilatère BIDE ? Justifier. (..... / 2 pts)

• Par construction, $(BE) \parallel (ID)$ et $(DE) \parallel (IB)$.

Donc le quadrilatère BIDE a ses côtés opposés parallèles 2 à 2 donc BIDE est un parallélogramme.

• Puisque $\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} \text{ BIDE est un parallélogramme} \\ \textcircled{2} \text{ BIDE possède un angle droit en I (question 2)} \\ \textcircled{3} \text{ BIDE possède 2 côtés consécutifs [BI] et [ID] de même longueur (question 2)} \end{array} \right\}$

alors BIDE est un carré.