ECRITURES FRACTIONNAIRES ; FRACTIONS

« Hélas, le monde préfère trop souvent un mensonge simple à une vérité complexe. »

- Pré requis pour prendre un bon départ :

	A refaire	*A revoir*	*Maîtrisé*
Tables de multiplication parfaitement sues dans les 2 sens !			
Quotient ; Ecritures fractionnaires.			
Fractions : définition, simplification.			

NOM et Prénom : ……………………………………………… *5ème ……*

I. RAPPELS DE SIXIEME.

A. Quotient :

Définition : On appelle « **quotient** » le résultat d'une ……………………… par un nombre **non nul** (≠ ….).

Remarque : Le diviseur doit être différent de 0 car partager en 0 partie (en aucune partie) n'a aucun sens !

- Exemples : ❶ Un quotient peut être un nombre entier :

33 ÷ 3 = …….   144 ÷ 12 = …....   …… ÷ 9 = 11   2,5 ÷ …… = 1

…..… ÷ ……. = 8   ……… ÷ 4 = 8   64 ÷ …….. = 8

❷ Un quotient peut être un nombre décimal :

10 ÷ 4 = ………   2,7 ÷ 10 = ………..   25,8 ÷ ……… = 0,258

…….. ÷ ………. = 2,5   ……… ÷ 4 = 2,5   100 ÷ ……… = 2,5

❸ Hélas, certains quotients ne sont pas des nombres décimaux !

- Je pense par exemple à 2 ÷ 7 ou à π ÷ 1,1 : quand on pose ces divisions, elles ne se « terminent » jamais. ☹
- Autre « problème » : ces écritures en ligne sont **source d'erreurs de priorité** de la part des élèves !

Par exemple : Dans l'écriture 2 – 1 ÷ 3, on peut faire l'erreur de priorité de faire le calcul 2 – 1 !

Dans l'écriture $2 - \frac{1}{3}$, impossible de faire cette erreur de calcul !

D'où l'introduction d'une écriture plus simple du quotient : ***l'écriture fractionnaire*** !

B. Ecritures fractionnaires ; vocabulaire :

❶ **L'écriture fractionnaire** du quotient n ÷ d est de la forme $\frac{n}{d}$:

Dividende ……………………………..

$n \div d = \frac{n}{d}$

Diviseur ≠ …… ……………………..…….. ≠ ……

❷ Le nombre « d » en dessous la barre de fraction, (d ≠ …...), s'appelle le ………………………………

Ce nombre « dénomine » l'écriture fractionnaire : il donne le nom de famille de l'écriture fractionnaire.

Ex : $\frac{2}{5}$ fait partie de la famille des « cinquièmes ». $\frac{7}{8}$ fait partie de la famille des « ……………..……..… »

❸ Le nombre « n » au dessus de la barre de fraction s'appelle le ……………………………………

Ce nombre « numérote » l'écriture fractionnaire dans sa famille.

Ex : $\frac{2}{5}$ est dans la famille des « cinquièmes », le numérateur 2 indique qu'on en prend 2.

Dorénavant, **on utilisera TOUJOURS l'écriture fractionnaire** !

➢ Exercice 1 : Ecrivez sous forme fractionnaire ***sans rien calculer*** :

Ex : $2 \div 3 = \frac{2}{3}$ ❶ **On écrit d'abord LA BARRE DE FRACTION EN PREMIER !**

❷ **Cette barre de fraction doit être mise EXACTEMENT AU MILIEU DU SIGNE =.**

neuf quarts = deux demis = un tiers = la moitié de k = une demi pomme =

$\pi \div 2{,}3$ = $(r - 1) \div (t - 1) =$ ——— vitesse moyenne = distance ÷ durée = ———

➢ Exercice 2 : Ecrire sous forme fractionnaire ***sans rien calculer*** : **ATTENTION AUX PRIORITES !**

$3 - 5 \div 7 =$ $5{,}54 - 8{,}78 \div 2 - 6 =$

$a - b \div c =$ $(a - 2 \times b) \div c - 1 =$ $\pi \div (\pi \times 5 + 2) =$

4 cas particuliers importants à retenir : Quelles que soient les valeurs de n et de d ($d \neq 0$), on a :

❶ $\frac{0}{d}$ = ……. 0 divisé par n'importe quel nombre (sauf 0) donne tjs …….. ex : $\frac{0}{2{,}257}$ = …..

❷ $\frac{n}{1}$ = …….. Tout nombre divisé par 1 donne …………………….. ex : $\frac{-8{,}8}{1}$ = …….

❸ $\frac{d}{d}$ = …… Tt nb non nul divisé par ……………………… donne …… ex : $\frac{\pi}{\pi}$ = ……..

❹ Un pourcentage est une écriture fractionnaire dont le dénominateur vaut ………. c-à-d $k\ \% = \frac{k}{100}$.

7 % = $\frac{\dots}{\dots}$ $\frac{0{,}10}{100}$ = ………% 100 % = $\frac{\dots\dots}{100}$ $\frac{0{,}05}{100}$ = ……… % 2500 % = $\frac{\dots\dots}{100}$

C. Fractions :

1. Définition des fractions :

Définition : Dans une écriture fractionnaire $\frac{n}{d}$, **lorsque le numérateur n et le dénominateur d** (d ≠ ……) **sont des NOMBRES ENTIERS**, alors $\frac{n}{d}$ s'appelle une …………………

Contre exemple : Donner deux écritures fractionnaires qui ne soient pas des fractions : ……… et ………

➢ A retenir : **❶ Tout nombre entier peut s'écrire sous forme de fraction :**

$18\,695 = \frac{18\,695}{\dots\dots}$ $5 = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ $11 = \frac{\dots\dots}{9}$ $4 = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{5} = \frac{40}{\dots\dots}$

❷ Tout nombre décimal peut s'écrire sous forme de fraction :

$1{,}5 = \frac{15}{\dots\dots}$ $0{,}7 = \frac{\dots\dots}{10}$ $5{,}78 = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{100\,000}$

Dorénavant, on remplacera TOUJOURS les nombres décimaux par des fractions dans les calculs !

2. Comparaisons de deux fractions :

- <u>Méthode ❶</u> : Par calcul direct des quotients quand ils sont simples à trouver (*ce qui est très rare* !).

<u>Ex :</u> Comparer $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{10}$ $\quad$ $\frac{3}{4} = 0{,}75$ et $\frac{7}{10} = \ldots\ldots..$ $\quad$ donc $\frac{3}{4} \ldots\ldots\ldots \frac{7}{10}$

Hélas, cette méthode ne marche pas pour $\frac{5}{1524}$ et $\frac{7{,}54}{1524}$ ou pour $\frac{1}{33}$ et $\frac{5}{66}$.

- <u>Méthode ❷ plus générale :</u>

On peut comparer facilement 2 fractions lorsqu'elles appartiennent *à la même famille* !

> Pour comparer 2 fractions (ou 2 écritures fractionnaires), il suffit qu'elles soient **au même** ……………..…….
>
> La plus grande fraction sera celle qui aura le plus ……………… numérateur.

Complétez par < ou > : $\frac{5}{4} \ldots\ldots \frac{4}{4}$ $\quad$ $\frac{1587}{35} \ldots\ldots\ldots \frac{1587{,}1}{35}$ $\quad$ $\frac{1}{33} \ldots\ldots\ldots \frac{5}{66}$

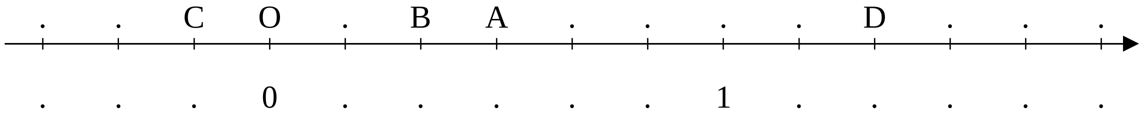
Cette méthode est celle qui est la plus largement utilisée, parce que **c'est la plus simple**.

3. Fractions et abscisses de points :

> <u>Définition :</u>
>
> L'**abscisse d'un point sur une droite** est le nombre qui donne la position de ce point sur cette droite.

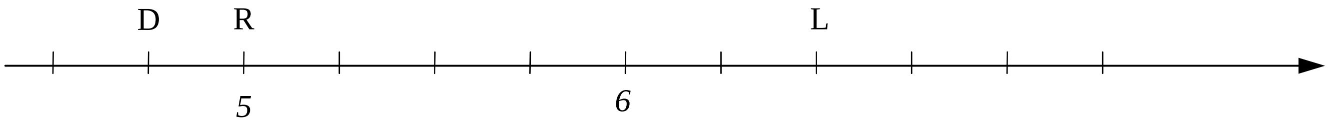
- Exercice ① : Ecrire les abscisses des points A, B, C et D. Placer les points E ($x_E = \frac{2}{3}$) et F ($x_F = -\frac{1}{3}$).

> <u>Méthode pour placer un point ou bien trouver son abscisse fractionnaire</u> :
>
> ❶ On compte le nombre de parties dans un segment unité de longueur 1 pour avoir le dénominateur.
>
> *<u>Exemple :</u> Sur la figure plus bas, les segments unité (de longueur 1) sont tous partagés en 6 parties donc l'abscisse d'un point sera représentée par une fraction sur 6.*
>
> ❷ Le numérateur sera le nombre de graduations à partir du point Origine.
>
> ❸ Puis on simplifie la fraction si nécessaire.
>
> *<u>Exemple</u> : Sur la figure ci dessous, le point A est à 3 graduations du point origine O donc $x_A = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.*



- Exercice ② : Ecrivez les abscisses (sous la forme la plus simple possible !) des points D et L.

Puis placer les points O($\frac{23}{4}$) et E($\frac{14}{2}$).



II. QUOTIENTS EGAUX ; SIMPLIFICATION (6EME).

On remarque facilement que $10 \div 5$ et $20 \div 10$ donnent le même quotient. Donc $\frac{10}{5} = \frac{20}{10} = \frac{10 \times 2}{5 \times 2}$. Généralisons :

A. Règle des quotients égaux :

Soient $k \neq 0$ et $b \neq 0$, alors $\frac{n}{d}$, $\frac{n \times k}{d \times k}$ et $\frac{n \div k}{d \div k}$ sont 3 écritures fractionnaires du même quotient c-à-d :

$$\mathbf{\frac{n}{d} = \frac{n \times k}{d \times k} = \frac{n \div k}{d \div k} \quad (k \neq 0 \text{ et } d \neq 0)}$$

Autrement dit : On ne change pas une écriture fractionnaire lorsqu'on multiplie ou divise son numérateur n et son dénominateur d par le même nombre k non nul.

B. Utilité : simplification des fractions et écritures fractionnaires :

- L'égalité $\frac{n \times \mathbf{k}}{d \times \mathbf{k}} = \frac{n}{d}$ va permettre de simplifier les fractions en « réduisant » le numérateur et le dénominateur de départ, jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de facteurs communs entre eux (autre que 1).

- Exemple : $\frac{78}{48} = \frac{39 \times \ldots..}{24 \times \ldots..} = \frac{39}{24} = \frac{3 \times \ldots\ldots}{3 \times \ldots..} = \frac{13}{8}$

Dans 13/8, il n'y a plus de facteurs …………….…….. (autre que 1) entre le numérateur et le dénominateur.

C. Fractions irréductibles :

Ainsi donc, un quotient a plusieurs écritures fractionnaires. Une est meilleure que toutes les autres :

Définition : **La meilleure écriture fractionnaire d'un quotient**, c-à-d la plus simple, s'appelle la ***fraction irréductible***[1]. Cette écriture vérifie les 2 conditions suivantes : **le numérateur et le dénominateur sont :**

❶ **entiers** ❷ et **sans facteurs communs entre eux**[2] **(autre que 1).**

- Méthode : A partir d'une écriture fractionnaire, on obtient donc une fraction irréductible :

❶ en faisant « disparaître les virgules » si il y en a, ❷ puis en simplifiant « au maximum ».

- Exercice : Ces écritures fractionnaires sont-elles irréductibles (justifier) ? Si non, les simplifier.

$\frac{12}{15}$ $\qquad \frac{4}{9}$ $\qquad \frac{0,4}{0,9}$ $\qquad -\frac{20}{30}$ $\qquad -\frac{13}{17}$

D. Deux conseils importants :

Je ne me fais pas beaucoup d'illusions mais je vous les donne quand même :

❶ **Avant de commencer les calculs, <u>toujours simplifier</u>** si possible les écritures fractionnaires.

❷ Pour cela, **bien connaître ses tables** de ……………………………….….. !

[1] Irréductible : Qu'on ne peut plus réduire : « Dans un coin reculé de la Gaule se dressait un petit village d'irréductibles gaulois. »

[2] Le numérateur et le dénominateur *ne sont pas* dans une même table de multiplication commune. Ex : 2 et 7 ou bien 26 et 19.

E. Exercices sur la simplification :

<u>Remarque :</u> On simplifie toujours par paire(s) de facteurs identiques.

① Simplifier en colonnes sous forme de Fraction Irréductible (F.I.) ou d'un entier :

- <u>Ex</u> : $\frac{45}{27} = \frac{\mathbf{9} \times 5}{\mathbf{9} \times 3} = \frac{5}{3}$ F.I

$\frac{42}{48} =$ | $\frac{26}{39} =$ | $\frac{56}{16} =$ | $\frac{8}{64} =$ | $\frac{21}{49} =$

- <u>Ex</u> : $\frac{0{,}24}{0{,}8} = \frac{0{,}24 \times 100}{0{,}8 \times 100} = \frac{24}{80} = \frac{3 \times \mathbf{8}}{10 \times \mathbf{8}} = \frac{3}{10}$ F.I.

$\frac{1{,}5}{4{,}5} =$ | $\frac{0{,}8}{2} =$ | $\frac{9}{0{,}01} =$

② A quelles Fractions Irréductibles (F.I.) sont égales les pourcentages suivants :

<u>Ex</u> : $50\ \% = \frac{50}{100} = \frac{\mathbf{50} \times 1}{\mathbf{50} \times 2} = \frac{1}{2}$ F.I.

25 % = | 20 % = | 10 % =

③ Simplifier en colonnes sous forme de Fraction Irréductible (F.I.) ou d'un entier :

<u>Ex</u> : $\frac{6a}{9a} = \frac{2 \times \mathbf{3} \times \mathbf{a}}{3 \times \mathbf{3} \times \mathbf{a}} = \frac{2}{3}$ F.I.

$\frac{2z}{4z} =$ | $\frac{18n}{24d} =$ | $\frac{56x}{35x} =$

F. Critères de divisibilité ; application à la simplification :

Est-il facile de simplifier $\frac{126}{342}$? …………

Effectivement non. Toute la difficulté est de décomposer 126 et 342 en faisant apparaître des facteurs communs. Comment trouver ces facteurs communs ? C'est là qu'interviennent les critères de divisibilité :

❶ Un entier est **divisible par 2 lorsque son dernier chiffre est …………….**

❷ Un entier est **divisible par 3 lorsque la somme de ses chiffres est divisible par 3.**

❸ Un entier est **divisible par 5 lorsque son dernier chiffre est …… ou …….**

❹ Un entier est **divisible par 10 ou 100 ou 1000 etc. lorsqu'il se termine par 0 ou ……. ou ….…. etc.**

- Application : Compléter chaque case du tableau par vrai ou faux :

Nombres	div. par 2	div. par 3	div. par 5	div. par 6	div. par 10	div. par 15	div. par 30
-36							
75							
120							
-90							
132							

- Ces 4 critères de divisibilité seront amplement suffisants pour trouver des facteurs communs quand on voudra simplifier des fractions du style 126/342.

Méthode : $\frac{126}{342} = \frac{63 \times 2}{171 \times 2} = \frac{63}{171} = \frac{21 \times 3}{57 \times 3} = \frac{21}{57} = \frac{3 \times 7}{3 \times 19} = \frac{7}{19}$ ⟶ Fraction Irréductible (F.I.)

126 et 342 sont pairs donc divisibles par 2.

La somme des chiffres de 63 et celle de 171 sont divisibles par 3.

La somme des chiffres de 21 et celle de 57 sont divisibles par 3.

Il n'y a plus de facteurs communs autres que 1.

- Remarques :

Puisque 126 et 342 sont divisibles par 2 puis 3 et encore par 3, j'aurai pu aller plus vite en remarquant qu'ils étaient donc divisibles par 6 (= 2 × 3) ou par 9 (= 3 × 3). Au moins, la façon de faire était systématique !

On essaye toujours de débuter la simplification par le plus grand nombre possible.

- Exercice : Simplifier en colonnes sous forme de fraction irréductible ou d'un entier :

$\frac{96}{84} =$ $\frac{125}{75} =$ $\frac{330}{285} =$ $\frac{460}{380} =$

Ensuite, vérifiez vos calculs avec votre calculatrice en utilisant les touches / (Texas) ou d/c (Casio) qui permettent de simplifier automatiquement les fractions.

III. ADDITIONS ET SOUSTRACTIONS D'ECRITURES FRAC.

Hier, j'avais très faim et cette belle tarte me tentait diaboliquement !

J'en ai mangé un quart. Mais le soir, avant de me coucher, repensant à ce moment de délice, je n'ai pu résisté et j'en ai remangé un tiers.

Pour savoir quelle fraction il me reste de la tourte, j'ai besoin de savoir additionner des fractions. Je me faisais deux réflexions :

① On a toujours besoin des maths dans la vie. ② Il faut savoir résister à la tentation !

A. Sévère mise en garde !

Calculer la somme ou la différence de fractions (ou d'écritures fractionnaires) est **source de nombreuses erreurs** de la part des élèves à cause de la condition nécessaire suivante :

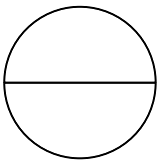
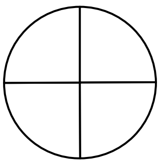
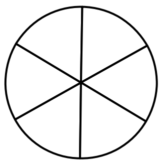
> Pour additionner (soustraire) des écritures fractionnaires, il faut qu'elles appartiennent **à la même famille !**
> Autrement dit, il faut que les dénominateurs soient ……..…………………… !

Voici *deux contre exemples* qui, j'espère, vous vaccineront pour le restant de votre vie !

❶ On veut calculer $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$. On a tout naturellement envie d'écrire $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1+1}{2+4} = \frac{2}{6}$ mais est ce juste ?

➢ Représentons d'une part $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ et $\frac{2}{6}$ d'autre part.

Coloriez dans chaque gâteau les fractions correspondantes.

 +  

$\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{6}$

La somme des aires coloriées à gauche est elle égale à l'aire coloriée à droite ? Bien sûr que …….. !

Pas convaincu ? Voici un autre argument plus calculatoire : on a $\frac{2}{6} = \frac{1}{\dots}$ or $\frac{1}{3}$ ….. $\frac{1}{2}$

Donc forcément $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} > \frac{2}{6}$!

> **Finalement $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ est différent de $\frac{1+1}{2+4}$!**

Passons au 2ème contre exemple :

❷ On veut effectuer $\frac{2}{7} - \frac{2}{5}$. On a tout naturellement envie d'écrire $\frac{2}{7} - \frac{2}{5} = \frac{2-2}{7-5}$ mais est ce juste ?

Bien sûr que ……. ! Pour s'en convaincre, supposons que cette règle farfelue soit vraie et continuons les calculs : $\frac{2}{7} - \frac{2}{5} = \frac{2-2}{7-5} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dots$! Cela voudrait donc dire que $\frac{2}{7} - \frac{2}{5} = 0$! C-à-d que $\frac{2}{7} = \frac{2}{5}$!

Or cela est impossible ! $\frac{2}{7}$ est plus ………. que $\frac{2}{5}$.

> **Finalement $\frac{2}{7} - \frac{2}{5}$ est différent de $\frac{2-2}{7-5}$!**

Mais comment fait-on alors pour additionner ou soustraire des écritures fractionnaires ?!

B. Lorsque les dénominateurs sont égaux :

Quand les dénominateurs sont égaux, les fractions sont *de la même famille* donc la règle est simple :

Deux règles : $\dfrac{\mathbf{n}}{\mathbf{d}} + \dfrac{\mathbf{m}}{\mathbf{d}} = \dfrac{\mathbf{n+m}}{\mathbf{d}}$ (avec $d \neq 0$) $\dfrac{\mathbf{n}}{\mathbf{d}} - \dfrac{\mathbf{m}}{\mathbf{d}} = \dfrac{\mathbf{n-m}}{\mathbf{d}}$ (avec $d \neq 0$)

Ex : $\dfrac{5}{9} + \dfrac{13}{9} = \dfrac{18}{9} = 2$! (On n'oublie jamais de simplifier la fraction finale quand on peut !)

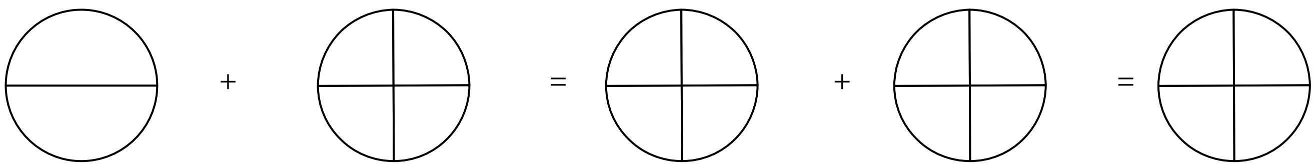
$\dfrac{1}{6} - \dfrac{4}{6} = -\dfrac{3}{6} = -\dfrac{1}{2}$ F.I.

- Calculer en colonnes *sans oublier de simplifier le résultat final* quand c'est possible :

$\dfrac{5}{6} + \dfrac{11}{6}$	$\dfrac{16}{15} - \dfrac{11}{15}$	$\dfrac{1{,}2\,\pi}{3} - \dfrac{0{,}2\,\pi}{3}$	$\dfrac{2a}{7} + \dfrac{5a}{7}$	$\dfrac{2k}{9} + \dfrac{4k}{9}$
=	=	=	=	=
				R = $\dfrac{2k}{3}$

C. Lorsque les dénominateurs sont différents :

Reprenons $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4}$. Coloriez dans chaque gâteau la fraction correspondante.



$\dfrac{1}{2}$ + $\dfrac{1}{4}$ = $\dfrac{2}{4}$ + $\dfrac{1}{4}$ = ——

Attention ! Avant d'additionner ou de soustraire des écritures fractionnaires qui ne sont pas « de la même famille » (*à dénominateurs différents*), il faut **absolument les mettre au même dénominateur** !

*Toute la difficulté va être de **trouver un dénominateur commun**.*

1. Comment trouver un dénominateur commun à plusieurs fractions ?

- Exemple : $\dfrac{1}{6}$ et $\dfrac{1}{8}$ sont-elles de la même famille ? …………… car …………………

On doit donc trouver un dénominateur commun à ces deux fractions (avant de pouvoir les additionner).

Cela revient à **chercher un nombre entier qui est à la fois dans les tables** de 6 et de 8, dit autrement, un multiple commun à 6 et à 8.

Le plus petit multiple commun à 2 et 8 est évidemment *24* !

Explication : *24* (= 6×4) est dans la table de 6. Et *24* (= 8×3) est aussi dans la table de 8 !

➢ Exercice : Trouver « le Plus Petit Multiple Commun (noté ppmc) » des couples d'entiers suivants :

Trois remarques : **Ce plus petit multiple commun est supérieur ou égal au plus grand des 2 nombres.**

Ce plus petit multiple commun est inférieur ou égal au produit des 2 nombres.

Ne pas confondre « multiple commun » et « facteur commun ».

	5 et 10	4 et 6	5 et 6	6 et 9	8 et 9	10 et 15	3 et 33
plus petit multiple commun (ppmc)							

Maintenant qu'on sait trouver un multiple commun (le plus petit si possible), on va pouvoir additionner des fractions n'appartenant pas à la même famille.

2. Comment additionner 2 écritures frac. à dénominateurs différents ?

Exemple (en colonne)	**Méthode (en colonne) :** **Additionner (soustraire) 2 écritures fract. à dénominateurs différents.**	A vous maintenant ! (en colonne)
$\frac{1}{6} + \frac{2}{9}$	Ces 2 fractions n'ont pas le même …………………………………… **On ne peut pas les additionner telles quelles !**	$\frac{3}{14} + \frac{9}{7}$
$= \frac{1 \times 3}{6 \times 3} + \frac{2 \times 2}{9 \times 2}$	• 18 est le dénominateur commun d'après l'exercice plus haut. **On met donc chaque fraction au même dénominateur 18.** • **Cette étape peut être sous entendue et faite de tête sans problème.**	=
$= \frac{3}{18} + \frac{4}{18}$	Maintenant que les fractions sont sur le même dénominateur (même famille), on peut les additionner.	
$= \frac{7}{18}$ F.I.	**On n'oublie pas de vérifier si cette fraction ne peut pas être simplifiée.**	
	Le résultat final est sous forme de fraction irréductible ou d'entier !	

➢ **En utilisant rigoureusement la méthode**, calculer les sommes et différences suivantes :

$\frac{1}{5} + \frac{7}{6}$	$\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$	$\frac{2}{3} + \frac{2}{33}$	$\frac{1}{8} - \frac{1}{9}$	$\frac{1}{10} + \frac{1}{15}$
=	=	=	=	=

➢ Quatre remarques :

Je me répète, la seule petite difficulté est de trouver un dénominateur commun avant d'additionner !

L'exercice précédent nous permet d'énoncer quelques généralités sur ce dénominateur commun :

❶ Le dénominateur commun doit être si possible le plus petit des multiples communs (ppmc), sinon on obtient des fractions à grands nombres qui sont difficiles à simplifier !

❷ Le dénominateur commun est, **au minimum, le plus grand des dénominateurs** des fractions de départ.

❸ Le dénominateur commun est, **au maximum le produit des dénominateurs** des fractions de départ.

❹ **Ne pas confondre « multiple commun » et « facteur commun ».**

3. Exercice : calculs de sommes et de différences de fractions.

<u>Après avoir simplifié,</u> calculer en colonnes et donner le résultat sous la forme d'une Fraction Irréductible (F.I.) ou d'un entier :

$M = \dfrac{20}{25} - \dfrac{21}{30}$

$=$

$A = \dfrac{5}{3} + \dfrac{56}{35}$

$=$

$H = \dfrac{50}{40} - \dfrac{49}{42}$

$=$

$E = \dfrac{18}{15} - \dfrac{3}{10}$

$=$

<u>Ex</u> : $2 + \dfrac{12}{28}$

On simplifie d'abord !

$= 2 + \dfrac{3}{7}$

$= \dfrac{2}{1} + \dfrac{3}{7}$

$= \dfrac{\ldots\ldots}{7} + \dfrac{3}{7}$

$= \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ F.I ?

$F = 5 - \dfrac{9}{12}$

$=$

$O = \dfrac{33}{18} + \dfrac{24}{64}$

$=$

$R = \dfrac{27}{72} + 3$

$=$

$L = \dfrac{21k}{63} + \dfrac{21k}{18}$

$=$

$I = \dfrac{a}{5} - \dfrac{a}{6}$

$=$

$F = \dfrac{27b}{24} - \dfrac{70b}{100}$

$=$

$E = \dfrac{26}{39} - 2$

$=$

Quand il y a plus de 2 écritures fractionnaires, on peut faire les additions soustractions 2 par 2.

$\dfrac{9}{15} + \dfrac{35}{100} - \dfrac{6}{10}$	$\dfrac{4}{7} - \dfrac{3}{6} + \dfrac{25}{15}$	$\dfrac{2\pi}{11} - \dfrac{7\pi}{33} + \dfrac{5\pi}{55}$	$\dfrac{7\pi}{21} - \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{9\pi}{45}$
=	=	=	=
	R = $\dfrac{73}{42}$		R = $\dfrac{17\pi}{60}$

➢ En guise de conclusion, on voit que l'addition et donc la soustraction s'accordent très mal avec les fractions. Et finalement on le comprend assez bien : lorsque les dénominateurs ne sont pas égaux, les fractions ne sont pas du même genre (des quarts ne sont pas du même genre que des demis par exemple) et on ne peut additionner ou soustraire que des choses du même genre !

On verra plus tard que ce « problème » de l'addition ou de la soustraction réapparaîtra avec les puissances en $4^{\text{ème}}$ et les racines carrées en $3^{\text{ème}}$.

Après l'addition et la soustraction, passons à la …………………………………….

IV. MULTIPLICATION D'ECRITURES FRACTIONNAIRES.

A. Formule :

Contrairement à l'addition et la soustraction, **la règle est très simple car intuitive** pour la multiplication. ☺

Règle : $\dfrac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} \times \dfrac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}} = \dfrac{\mathbf{a} \times \mathbf{c}}{\mathbf{b} \times \mathbf{d}}$ (avec b ≠ ….. et d ≠ ……)

$\dfrac{15}{63} \times \dfrac{35}{12}$	**Méthode pour la multiplication de fractions**	$\dfrac{12}{35} \times \dfrac{63}{27}$
$= \dfrac{15 \times 35}{63 \times 12}$	On a appliqué la règle intuitive pour la multiplication des fractions ci dessus. **On ne s'amuse surtout pas à faire ces multiplications !** Cette étape est facultative et on passera directement aux décompositions en produits de facteurs.	=
$= \dfrac{\boldsymbol{3} \times 5 \times \boldsymbol{7} \times 5}{9 \times \boldsymbol{7} \times 4 \times \boldsymbol{3}}$	On décompose en produits de facteurs (grâce aux tables de multiplication parfaitement maîtrisées !), en vue de simplifier.	
$= \dfrac{5 \times 5}{9 \times 4}$	On a simplifié tous les facteurs communs (ici 3×7). (ligne facultative)	
$= \dfrac{25}{36}$ F.I.	On obtient soit une fraction irréductible, soit un entier.	

A retenir : Il faut comme **TOUJOURS SIMPLIFIER AVANT DE MULTIPLIER** quoique ce soit !

On ne met **JAMAIS AU MEME DENOMINATEUR POUR LA MULTIPLICATION.**

➢ Exercices : Calculer en colonnes et mettre le résultat sous forme irréductible ou sous forme d'entier :

① $\dfrac{11}{25} \times \dfrac{55}{121}$ R = $\frac{1}{5}$

=

$\dfrac{3}{16} \times \dfrac{24}{12}$ R = $\frac{3}{8}$

=

$\dfrac{17}{19} \times \dfrac{19}{17}$

=

② Ex : $25 \times \dfrac{3}{55}$

$= \dfrac{25}{1} \times \dfrac{3}{55}$

$= \dfrac{5 \times \mathbf{5} \times 3}{1 \times 11 \times \mathbf{5}}$

$= \dfrac{15}{11}$ F.I.

$\dfrac{17}{36} \times 12$

=

$37 \times \dfrac{1}{37}$

=

$\dfrac{1}{13} \times 13$

=

③ Méthode :

$\dfrac{0,25}{4,9} \times \dfrac{7}{5}$

On va d'abord « se débarrasser » des nombres décimaux.

$= \dfrac{0,25 \times 100}{4,9 \times 100} \times \dfrac{7}{5}$ *A faire de tête !*

$= \dfrac{25}{490} \times \dfrac{7}{5}$

$= \dfrac{5 \times \mathbf{5} \times \mathbf{7}}{\mathbf{7} \times 70 \times \mathbf{5}}$

$= \dfrac{5}{70}$ *On peut encore simplifier.*

$= \dfrac{1 \times \mathbf{5}}{14 \times \mathbf{5}} = \dfrac{1}{14}$ F.I.

$\dfrac{2,1}{3} \times \dfrac{9}{7}$ R = $\dfrac{9}{10}$

=

$\dfrac{50}{11} \times 1,1$ R = 5

=

B. Fraction d'une quantité :

Prendre une fraction d'une certaine quantité revient à …………………. cette quantité par la fraction.

Conséquence : Dans les problèmes, les mots « de », « du » ou « des » se traduisent par le signe ……

Les 2 neuvièmes de 15	**Méthode : Calculer la fraction d'une certaine quantité.**	Les 4 tiers de 9/4
$= \dfrac{2}{9} \times 15$	On a traduit le mot « de » par une multiplication.	$= \dfrac{4}{3} \times \dfrac{9}{4}$
$= \dfrac{2}{9} \times \dfrac{15}{1}$	On écrit sous forme de fractions les nombres entiers ou décimaux s'il y en a.	
$= \dfrac{2 \times 15}{9 \times 1}$	On applique la formule intuitive pour la multiplication des fractions.	$= \dfrac{4 \times 9}{3 \times 4}$
$= \dfrac{2 \times 5 \times \mathbf{3}}{3 \times \mathbf{3} \times 1}$	On décompose en produits de facteurs (grâce aux tables de multiplication parfaitement maîtrisées !), en vue de simplifier tous les facteurs communs (à gauche la paire de 3 ; à droite la paire 4×3).	$= \dfrac{\mathbf{4} \times \mathbf{3} \times 3}{\mathbf{3} \times \mathbf{4}}$
$= \dfrac{10}{3}$ F.I	On obtient soit une fraction irréductible, soit un entier.	= 3 !

➢ Exercice : Calculer en colonnes (résultat : F.I. ou entier !).

Cinq quarts de 16.	Sept tiers de 9/14.	25 % de 40.	56% de 25/8.	20 % de 30.

V. WHAT'S THE PROBLEM ?

Faites ces situations problèmes à gauche ou sur votre cahier d'exercices. FRCP évidemment !

① A la loterie « Entub » vous avez 48 chances sur 180 de gagner. A la loterie « Arnaq », vous avez 15 chances de gagner sur 75.
A quelle loterie jouez vous ? Justifiez évidemment !

② Dans une famille un peu compliquée, on partage un gâteau :
Le grand père donne $\frac{3}{13}$ du gâteau à la belle fille qui en a déjà pris $\frac{2}{13}$. Celle ci donne $\frac{3}{13}$ du gâteau à sa fille qui n'aime pas trop et remet $\frac{2}{13}$ dans la boîte. La grand mère en profite et prend $\frac{5}{13}$ mais elle a les yeux plus gros que le ventre la grand mère (!) et elle laisse $\frac{3}{13}$ pour le lendemain. C'était compter sans le chien, qui se sert royalement $\frac{2}{13}$.

Quelle fraction du gâteau reste-t-il pour les souris qui se lèchent déjà les babines ?

③ Un prof a ramassé 60 copies. Il perd les $\frac{4}{5}$ le soir même dans le métro !
Combien d'élèves auront leurs copies le lendemain ? (attention à la qualité de la rédaction : FRCP !)

R = 12

④ Ecouter attentivement en classe diminue le temps de travail à la maison de 40% ! Sans écouter, un chapitre demande 15 heures de travail à la maison. Combien de temps travaillerez vous en écoutant ?

R = 9 heures

⑤ La facture de novembre de téléphone de Mélusine (66 €) se décompose de la manière suivante : $\frac{1}{6}$ en appels locaux ; $\frac{1}{12}$ en appels de voisinage ; et $\frac{1}{4}$ en appels vers les mobiles. La fraction restante est constituée des appels internationaux pour son chéri qui étudie les maths à Guadalcanal.

1. Quelle est la fraction dévolue aux communications vers l'international ?
2. Ne dépense-t-elle pas un peu trop pour son amoureux ? Justifiez !

R = 33 €

⑥ Dans un cours de maths, parmi les 39 élèves, un tiers n'écoutent pas ! Parmi ces élèves qui n'écoutent pas, $\frac{9}{13}$ émes détestent les fractions ! Combien d'élèves dans cette classe détestent les fractions ?

Ont-ils raison ? Bien sûr que …….. !

R = 9

VI. EXERCICES RECAPITULATIFS SUR LES FRACTIONS.

① $A = (\frac{2}{3} + 3) \times \frac{3}{22}$ R = $\frac{1}{2}$

=

$B = \frac{8}{5} \times (\frac{5}{6} + \frac{5}{4})$ R = $\frac{10}{3}$

=

$C = \frac{11}{10} - \frac{3}{25} \times \frac{5}{9}$ R = $\frac{31}{30}$

=

② $c + a \times b$ avec $a = 6$ $b = \frac{5}{12}$ et $c = \frac{10}{2}$

=

R = $\frac{15}{2}$

$(\frac{3}{9})^2 \times \frac{27}{33}$ R = $\frac{1}{11}$

=

④ 2 hyènes sont attablées, serviettes autour du cou, autour d'un bon gigot de buffle de 120 kg que la mère a préparé. « Avant de nous goinfrer, procédons au partage : un tiers pour Robert, $\frac{3}{4}$ de ce qui reste pour Kiki, et le reste pour moi. » dit Manu qui descendait.
« C'est bien beau mais ça me fait quelle part ! » dit Kiki. « Et moi ? » soupira Robert. « Je n'en sais rien, dit Manu, c'est le prof dans la savane qui m'a suggéré de, dorénavant, partager le gigot en fractions ! »
Aider ces 3 pauvres hyènes à calculer la part de chacun !

⑤ Un rectangle a pour longueur $\frac{56}{48}$ cm et pour largeur $\frac{28}{72}$ cm. Calculer son périmètre.

⑥ Les égalités suivantes sont-elles vérifiées pour les valeurs données ci dessous ?

$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a + c}{b + d}$ pour a = 2, b = 8, c = 10 et d = 12.

D'une part, on a :

$a \times (b + c) = ab + ac$ pour $a = \frac{2}{4}$, $b = 2$ et $c = \frac{12}{10}$.

D'une part, on a :

VII. POUR PREPARER LE TEST ET LE CONTROLE.

A. Je dois savoir :

- Remplissez ce tableau :

	A refaire	A revoir	Maîtrisé
Définir une fraction.			
Comparer 2 fractions en les mettant au même dénominateur.			
Simplifier une fraction sous forme irréductible.			
Critères de divisibilité par 2 ; par 3 ; par 5 et par 10.			
Additionner ou soustraire : mettre au même dénominateur.			
Multiplier : simplifier en décomposant en produits de facteurs.			
Calculs complexes sans faire d'erreurs de priorité.			
Multiplier : proportion d'une quantité = proportion $\times$ quantité.			
Problèmes : méthode FRCP.			
Aimer les fractions.			

- **Pour préparer le test et le contrôle : Livre (Magnard 5$^{\text{ème}}$ 2006) p.42-43 et 61-62.**

B. Conseils :

- **SIMPLIFIER avant de commencer les calculs**, je ne le répèterai jamais assez !
- **SIMPLIFIER après avoir décomposé en produits de facteurs dans une multiplication.**
- **SIMPLIFIER le résultat final si possible** : ex : $\frac{5}{1} = 5$!
- Addition et soustraction = mise au même ……………………………
- Multiplications = décomposer directement en produits de facteurs puis simplifier.
- Problème : FRCP ! N'essayer pas de répondre en un coup à la question d'un problème : décomposez le en plusieurs étapes !

C. Erreurs à ne pas faire :

- Additions et soustractions :

Oublier de mettre au même dénominateur. Ex : $\frac{1}{2}+\frac{1}{3} = \frac{2}{5}$ ARCHI FAUX ! Corrigez.

Mettre au même dénominateur mais oublier de multiplier les numérateurs. Ex : $\frac{1}{2}+\frac{5}{3} = \frac{1}{6}+\frac{5}{6}$ FAUX ! Corrigez.

Faute de calcul courante : $-\frac{2}{3}+\frac{5}{3} = -\frac{7}{3}$ FAUX ! Corrigez.

- Multiplications : ON NE MET JAMAIS AU MEME DENOMINATEUR dans un produit !
- Calculs complexes :

Fautes de priorité. Fautes de signe.

Fautes de priorité par un signe ÷ mal traduit en barre de fraction : Ex : $5 \div 1 + 2 = \frac{5}{1+2}$ FAUX ! Corrigez.

Fautes de parenthèses. Ex : $-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{4}{3} = -(\frac{1}{3}-\frac{4}{3})+\frac{1}{5}$ FAUX ! Corrigez.

- Problèmes : Confondre Nombre et Fraction (proportion) : une fraction (proportion) est toujours relative à quelque chose.

Ex : Mon salaire de 1000€ a augmenté d'un tiers ne se traduit pas par $1000+\frac{1}{3}$! FAUX ! Corrigez.

D. Fiche de révision à faire :

Quel sera le prochain contrat ? ……………………………………………………..