SURFACES ET AIRES

« Ô Mathématiques sévères, je ne vous ai pas oubliées, depuis que vos savantes leçons, plus douces que le miel, filtrèrent dans mon cœur, comme une onde rafraîchissante. » *Lautréamont*[1].

➢ Pré requis pour prendre un bon départ :

	☹	😐	☺	☺☺
Aires : définitions, unités.				
Utilisation d'un tableau de conversion.				
Surfaces des figures de base : carré, rectangle, triangle rectangle				
Calcul d'aire de figures complexes : méthode par addition.				
Calcul d'aire de figures complexes : méthode par soustraction.				

[1] Lautréamont (1846 – 1870) : Ecrivain français qui publia, à compte d'auteur « les chants de Maldoror » en 1868 à 22 ans, un des sommets du romantisme noir. Esprit tourmenté, brillant, précoce, il meurt à l'âge de 24 ans et sera une source d'inspiration pour les surréalistes 50 ans plus tard.

NOM et prénom : ………………………………………… *5ème ……*

Introduction :

Dans la vie courante, on est parfois confronté aux situations suivantes :

- Combien de dalles lumineuses me faut-il pour paver le dance floor du salon ?
- Combien de m² de mousse insonorisante faudra-t-il pour recouvrir les murs du salon ?

Ces deux situations de la vie quotidienne exigent de savoir mesurer une surface.

Comme dans toute mesure, on devra d'abord **définir une unité**, si possible « simple ».

Après coup, mesurer une surface reviendra à savoir combien de fois « on peut mettre » cette unité d'aire dans cette surface.

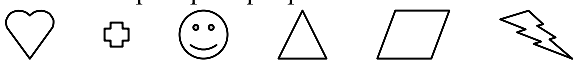
Dit autrement, mesurer une surface reviendra à comparer la surface en question avec la surface unité (« surface de base »).

I. UNITES D'AIRE (RAPPELS 6^EME).

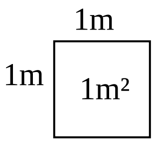
A. Choix de l'unité d'aire :

➢ Il s'agit d'abord de choisir une unité simple et pratique !

Voici un choix d'unités d'aire, entourez celle qui vous semble la plus pratique pour mesurer les surfaces usuelles (sols d'une maison, terrains, etc.).



➢ Evidemment, quoi de plus simple que de prendre comme unité **l'aire d'un carré de 1 m de longueur de côté !** Cette unité est parfaitement adaptée à notre environnement géométrique « rectangulaire » (meubles, bâtiments, villes etc.).



Cette unité d'aire s'écrit **1 m²** (lire « 1 mètre carré »).

Définitions : ❶ **L'unité d'aire choisie par le Système International des Mesures (U.S.I) est le « m² ».**

❷ **1 m² représente l'aire d'un carré de 1 m de longueur de côté.**

➢ Trois remarques :

❶ Le mètre carré (m²) n'est pas toujours adapté à la mesure de certaines surfaces.

On a donc besoin d'unités plus grandes (les multiples) ou plus petites (les sous multiples) dérivées du m².

- des multiples du m² : le kilomètre carré (km²), l'hectomètre carré (…..……), le décamètre carré (…….……) etc.

Que représente 1 km² ? Par définition, c'est l'aire d'un …………………………………………………………………..

Que mesure-t-on habituellement en km² ? La surface d'un(e) ………………………………………………………

- des sous multiples du m² : le décimètre carré (..…....), le centimètre carré (…..…..), le millimètre carré (……..…), etc.

Dessinez 1 mm² : Que peut-on mesurer en mm² ? La surface d'un(e) ……………………………………………

❷ Il existe d'autres unités de surface « plus exotiques » utilisées :

- soit par conservatisme dans un pays : exemple le mile² dans cette île où on roule à gauche alors que le monde entier[2] roule à droite ! : en …..………………….

- soit par habitude dans un secteur d'activité comme l'Agriculture : hectare (ha), are (a) qui sont des unités agraires.
- selon l'époque (cherchez sur Internet d'anciennes unités d'aire) : ………………………

❸ Ce cours a la même structure que le cours de 6ème sur les mesures (contrat 5).

En effet, les méthodes valables pour les Longueurs (dimension 1) vont s'étendre aux Aires (dimension 2) et même aux Volumes (dimension 3).

En particulier, les méthodes **par addition ou par soustraction** pour des calculs de périmètres complexes vont être pratiquement identiques pour les calculs de surfaces complexes (ou de volumes complexes).

[2] Pas tout à fait ! En Nouvelle Zélande ou au Pays du Soleil Levant ou dans l'Ile Maurice, on roule aussi à gauche.

B. Conversion des unités d'aires :

1. Tableau de conversion des aires :

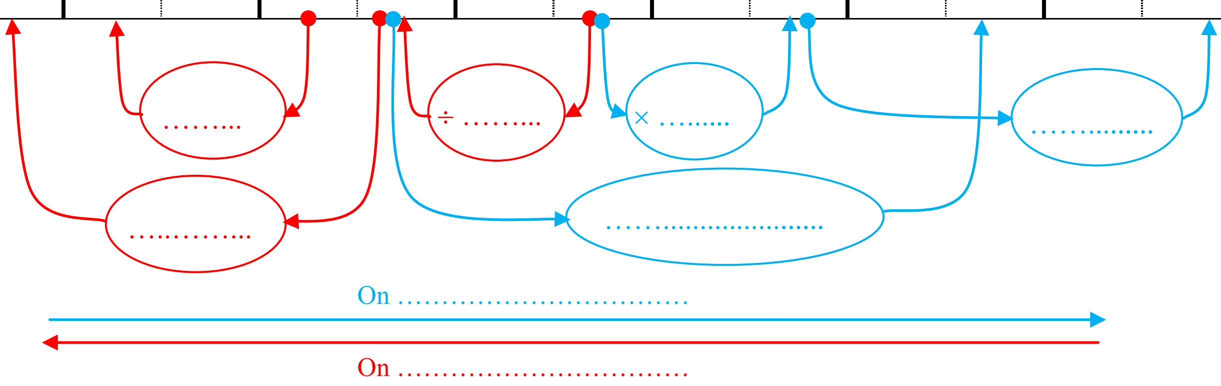
➢ Particularité : Le tableau de conversion des aires est un tableau infini **à doubles colonnes.**

Que signifient les lettres « d » et « u » dans le tableau ? d = …..…………..…….. u = …..…..………..

A quoi correspondent les unités « ha » et « a » dans le tableau ? ha = ………………….…… a = ……..…

Les …..……………………………… du m² Les sous …….……………………………… du m²

km²		*hm² = ha*		*dam² = a*		*m² (U.S.I)*		*dm²*		*cm²*		*mm²*	
d	*u*	*d*	*u*	*d*	*u*	*d*	*u*	*d*	*u*	*d*	*u*	*d*	*u*



➢ Exercice : Convertir à l'aide du tableau. ***Ne jamais mettre de virgules dans un tableau de conversion !***

0,2 cm² = …………………….. dm² 0,5 km² = 5000 .... 25 m² = ... cm²

300 ha = ……………………. dizaines de dam² 50,5 a = 0,505 ……. 0,004 m² = 40 …….

2. Conversions d'aires et opérations :

- Pour passer d'une unité **à l'unité *immédiatement inférieure à droite*** ↓ (ex : des m² vers les dm²), on doit ***multiplier*** ↑ la mesure de l'aire **par 100.**
- Inversement, pour passer d'une unité **à l'unité *immédiatement supérieure à gauche*** ↑ (ex : des m² vers les dam²), on doit ***diviser*** ↓ la mesure de l'aire **par 100.**

3. Aires et opérations :

Le calcul suivant est-il juste ? 2 km² + 1 hm² = (2 + 1) km² = 3 km² ....

Pourquoi ?

Refaire le calcul, juste cette fois-ci ! ……………………………………………………………

<u>Attention</u> : Avant d'additionner ou de soustraire des aires entre elles,
il faut que ces aires soient toutes converties dans **la même …………………..**

- <u>Méthode</u> : $\mathcal{A} = 2\text{ m}^2 + 3\text{ cm}^2 + 1\text{ dm}^2$

  $\mathcal{A} = 20\,000\text{ cm}^2 + 3\text{ cm}^2 + 100\text{ cm}^2$ On a converti dans l'une des unités présentes.

  $\mathcal{A} = 20\,103\text{ cm}^2$ $(= 201{,}03\text{ dm}^2 = 2{,}0103\text{ m}^2)$

Si rien n'est précisé, on convertit toutes les aires dans la plus petite des unités présentes, afin d'éviter l'apparition de virgule !
Dans notre exemple, on pourrait tout convertir en m² ou en dm² mais cela fait apparaître des virgules !

- <u>Exercice ②</u> : Calculer en colonnes :

$Y = 7\text{ hm}^2 - 0{,}04\text{ km}^2$

=

=

$O = 2\text{ cm}^2 + 350\text{ mm}^2$

=

=

$P = 0{,}06\text{ dam}^2 + 10\text{ m}^2 - 1\,500\text{ dm}^2$

=

=

R = 1 m²

II. PERIMETRE ET AIRE D'UNE FIGURE FERMEE : DEFINITIONS.

A. Définition du périmètre d'une figure fermée : rappels 6ème.

❶ Définition du périmètre d'une figure fermée :

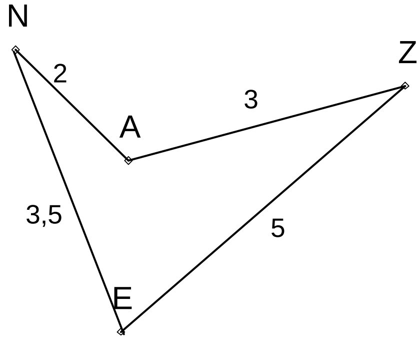
Le **périmètre** d'une figure fermée est la **longueur de la frontière** qui délimite cette figure fermée.

Le périmètre est donc toujours un *nombre* positif !

❷ Notation : Le périmètre d'une figure fermée ABCD se note : **𝒫(figure ABCD).**

❸ Unité de longueur : L'unité du Système International des Mesures pour les longueurs est le …….

- Exercice : Calculer le périmètre de ce quadrilatère NAZE :



𝒫(NAZE) = NA + …...…. + …..….... + …..…....

= 2 + ……………………………..

= ……………

B. Définition de l'aire d'une figure fermée : rappels 6ème.

❶ Définition de l'aire d'une figure fermée :

L'aire d'une figure fermée est la mesure de la surface de cette figure fermée dans une unité d'aire qui a été choisie au préalable (avant).

L'aire est donc toujours un *nombre* positif !

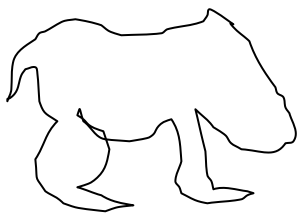
❷ Notation : L'aire d'une figure ABCD se note : **𝒜(figure ABCD).**

❸ Unité d'aire : L'unité du Système International des Mesures pour les Aires est le …….

Attention à ne pas confondre Périmètre et Aire !

- Exercice :

1. Sur la figure ci contre, repassez en bleu ce qui correspond au périmètre.



Hachurez en rouge ce qui correspond à l'aire.

2. L'aire d'une telle surface est-elle facile à trouver ? ………..

Pourquoi ?

3. Dessinez un kiwizoïde[3].Puis matérialisez le périmètre en bleu et l'aire en rouge.

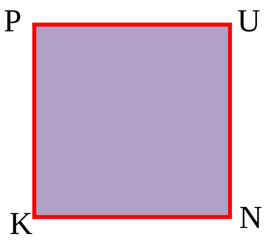
On se limitera donc, au collège, aux calculs d'aire de figures simples c-à-d géométriques.

[3] Un kiwizoïde est un kiwi de l'Espace. De la même manière, une auberginoïde est une …………..……………...………… de l'Espace. Citez d'autres fruits ou légumes venant des profondeurs de l'Espace (from Outer Space) :

III. PERIMETRES ET AIRES DE SIX FIGURES DE BASE.

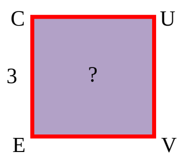
Attention : Dans ces formules, toutes les longueurs doivent être exprimées dans la même unité !

A. Périmètre et Aire d'un Carré : formules (6ème).



$\mathscr{P}$(Carré) = …. × Longueur d'un côté = …... × ……… (ici, avec les points de la figure)
$\mathscr{A}$(Carré) = Longueur d'un côté × Longueur d'un côté = PU × PK (ici, avec les points de la figure) = PU × PU PU × PU s'écrit « PU^2 » et se lit « PU au carré ».

➢ Méthode : On veut calculer le périmètre puis l'aire d'un carré CUVE de longueur 3 cm.



***①* Comme d'habitude, on fait d'abord un croquis lisible et complet !**

***②* On applique rigoureusement les formules de périmètre et d'aire en étant très précis :**

$\mathscr{P}$(Carré CUVE) = 4 × UC

= 4 × 3

= 12 cm

Le périmètre du carré CUVE est de 12 cm.

$\mathscr{A}$(Carré CUVE) = CU × CE

= 3 × 3

= 9 cm² *(et non 9 cm ou 6 cm² !)*

L'aire du carré CUVE est de 9 cm².

➢ Application *rigoureuse* de la méthode : Calculer le périmètre et l'aire d'un carré CASH de 7 m de côté.

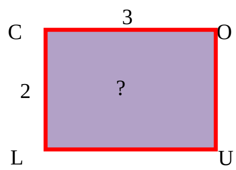
$\mathscr{P}$(

$\mathscr{A}$(

B. Périmètre et Aire d'un Rectangle : formules (6ème).

$\mathscr{P}$(Rectangle) = ….. Longueurs + …… largeurs = …... × ……… + ….. × ………..
$\mathscr{A}$(Rectangle) = Longueur × largeur = …….. × ……. (ici, avec les points de la figure)

➢ Méthode : Calculons le périmètre puis l'aire d'un rectangle COUL de Longueur 3 m et de largeur 2 m.



***①* Comme d'habitude, on fait d'abord un croquis lisible et complet !**

***②* On applique rigoureusement les formules de périmètre et d'aire en étant très précis :**

$\mathscr{P}$(Rectangle COUL) = 2 OU + 2 OC

= (2 × 3) + (2 × 2)

= 6 + 4

= 10 m

Le périmètre du rectangle COUL est de 10 m.

$\mathscr{A}$(Rectangle COUL) = CO × CL

= 3 × 2

= 6 m² *(et non 6 m ou 5 m² !)*

L'aire du rectangle COUL est de 6 m².

➢ Application : Calculer le périmètre puis l'aire d'un rectangle CAVE de longueur 8 m et de largeur 4 m.

𝒫(| 𝒜(

C. Cas du Parallélogramme :

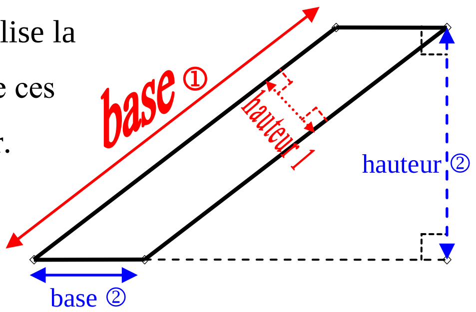
1. Hauteur dans un parallélogramme :

● Définitions :

On appelle **« hauteur »** d'un parallélogramme un segment qui matérialise la distance séparant deux côtés parallèles de ce parallélogramme. L'un de ces deux côtés parallèles s'appelle alors la **« base »** relative à cette hauteur.

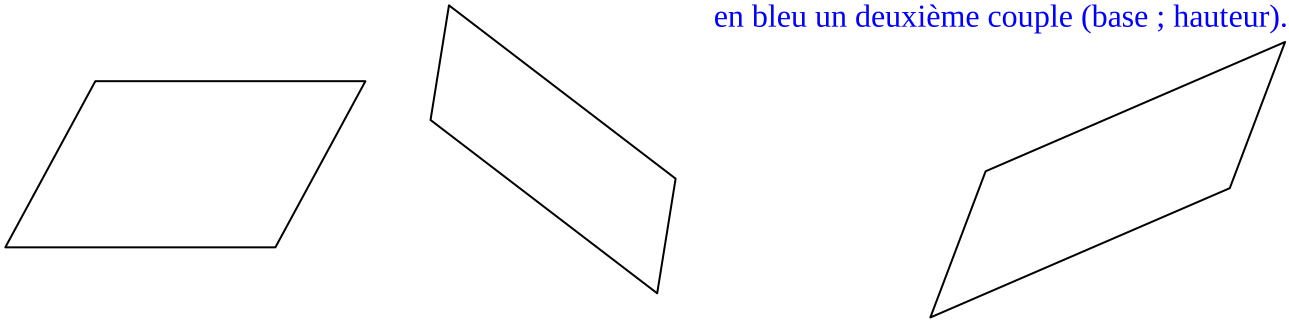
Puisque un parallélogramme possède deux paires de côtés parallèles, alors il y a …… types de **couples (base ; hauteur) :**

(base ① ; hauteur ①) et (base ② ; hauteur ②)



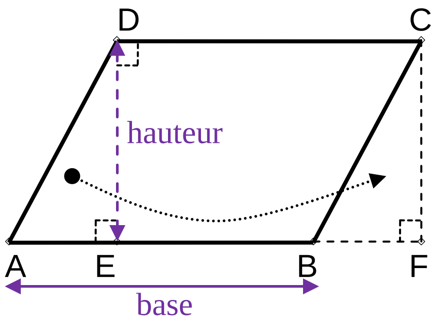
● Exemple : Sur la figure sont matérialisés les deux couples base-hauteur. On remarque que l'une des deux hauteurs a été matérialisée à l'extérieur du parallélogramme.

➢ Application : Pour chaque parallélogramme, repasser en rouge un premier couple (base ; hauteur).
en bleu un deuxième couple (base ; hauteur).



2. Périmètre et Aire d'un parallélogramme : formules.

Par découpage puis recollement, on montre que l'aire du parallélogramme ABCD ci-dessous est la même que celle du rectangle EFCD (de longueur EF et largeur DE). D'où les formules pour le parallélogramme :



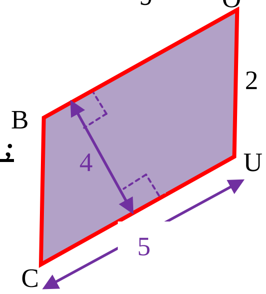
𝒫(Parallélogramme) = …. Longueurs + …. largeurs
= …… × ……… + ….. × …….. (ici)

𝒜(Parallélogramme) = base × hauteur
= ……. × ……. (ici, avec les pts de la figure)

Remarques : • Comme le parallélogramme peut se voir comme un rectangle « penché », la formule du périmètre d'un parallélogramme sera la même que celle pour le rectangle.

• **Attention, la formule pour l'aire d'un parallélogramme n'est pas longueur × largeur !**

➢ <u>Méthode</u> : Calculons l'aire d'un parallélogramme BOUC de longueur 5 km de hauteur correspondante 4 km, et de largeur 2 km.



① Comme d'habitude, on fait d'abord un <u>croquis complet en faisant apparaître le couple (base ; hauteur)</u> !

② On applique <u>rigoureusement</u> les formules de périmètre et d'aire en étant très précis :

$\mathscr{P}$(Parallélogramme BOUC) = 2 CU + 2 OU
= (2 × 5) + (2 × 2)
= 10 + 4
= 14 km

Le périmètre du prlgm BOUC est de 14 km.

$\mathscr{A}$(Parallélogramme BOUC) = base CU × hauteur
= 5 × 4
= 20 km²

L'aire du parallélogramme BOUC est de 20 km².

➢ <u>Application *rigoureuse* de la méthode page précédente</u> : Calculer le périmètre puis l'aire d'un parallélogramme OURS de longueur OU = 8 m, de largeur 3 m et de hauteur 4 m relative au côté [OS] :

$\mathscr{P}$(

$\mathscr{A}$(

D. <u>Cas d'un triangle quelconque :</u>

1. Hauteur dans un triangle :

• <u>Définitions :</u> On appelle **hauteur** issue d'un sommet d'un triangle, la **droite** :

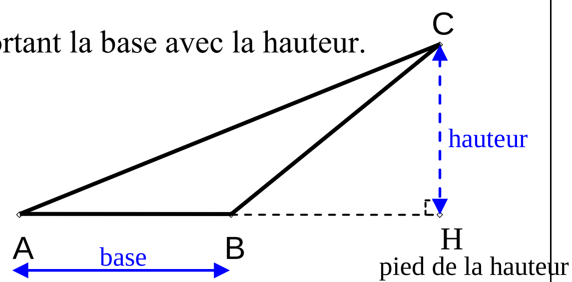
① qui **passe par ce sommet du triangle**,
② et qui est **perpendiculaire à la droite qui supporte le coté opposé** à ce sommet. Ce côté opposé au sommet s'appelle alors la **base (relative à ce sommet)**.

Le **pied de la hauteur** est le point d'intersection de la droite supportant la base avec la hauteur.

• <u>Exemple de couple base-hauteur :</u>

Pour ce triangle ABC, la hauteur issue du sommet C relative à la base [AB] est située à l'extérieur du triangle ABC.

Le pied H de cette hauteur est aussi à l'extérieur du triangle.

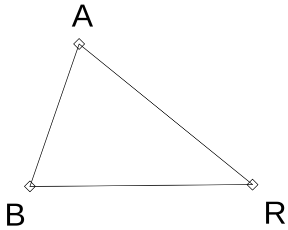


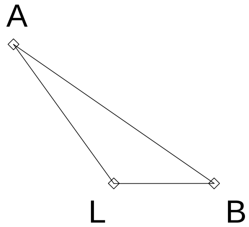
• <u>Signification :</u> La hauteur matérialise la distance entre un sommet et le côté opposé à ce sommet (la base).

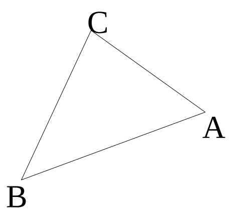
<u>Application</u> : Pour chacun de ces quatre triangles :

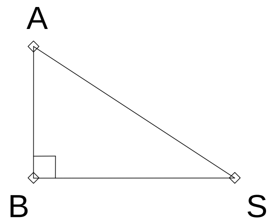
Tracer en rouge la hauteur issue du point A et repasser en rouge la base correspondante. Appeler H le pied de cette hauteur.

Tracer en vert la hauteur issue du point B et repasser en vert la base correspondante. Appeler Z le pied de cette hauteur.





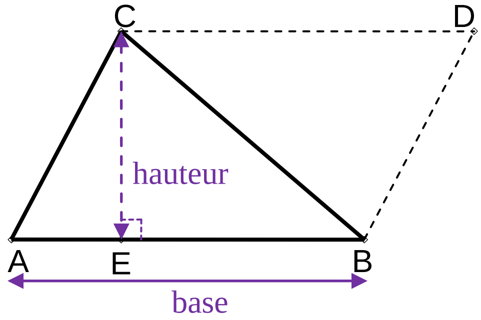




Dans le cas particulier du triangle rectangle, les 2 côtés de l'angle droit forment un couple (base ; hauteur).

2. Aire d'un triangle quelconque : formule.

➢ Puisqu'un triangle quelconque est la « moitié » d'un parallélogramme, alors l'aire d'un triangle quelconque sera la ……………………..…. de celle d'un parallélogramme.



$$\mathscr{A}(\text{Triangle}) = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$$

$$= \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots} \quad \text{(ici)}$$

<u>Remarque</u> : C'est la **même formule** que pour celle de l'aire d'un triangle rectangle, vue en 6ème ! Evidemment car cette formule est générale et marche pour TOUS les triangles !

➢ <u>Méthode</u> : On veut calculer l'aire d'un triangle TRI de base TR = 5 km et de hauteur IH = 4 km.

① Comme d'habitude, on fait d'abord un <u>croquis complet en faisant apparaître le couple (base ; hauteur)</u> !

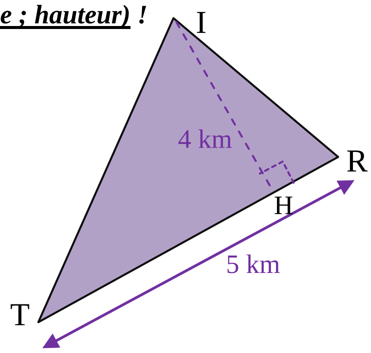
② On applique <u>rigoureusement</u> la formule d'aire en étant très précis :

$\mathscr{A}(\text{Triangle TRI}) = \dfrac{TR \times IH}{2}$ On a écrit la formule avec les points de la figure.

$= \dfrac{5 \times 4}{2}$ On a remplacé les longueurs par leur valeur.

$= 10 \text{ km}^2$ On a calculé.

L'aire du triangle TRI est de 10 km².

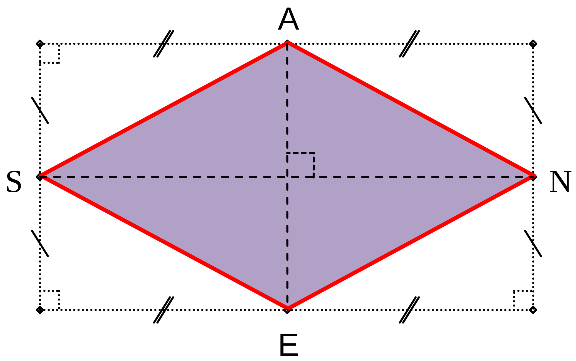


➢ <u>Application *rigoureuse* de la méthode précédente</u> : Calculer les aires des deux triangles suivants :

MAC tel que AC = 8 m et de hauteur associée MH = 4 m.	DUC tel que DU = 5 hm et de hauteur associée de 10 m.

E. Périmètre et Aire d'un Losange : formules.

Par découpage du losange dans un rectangle, on voit que l'aire du losange ANES est la …………………………... de celle du rectangle (ici de largeur AE et de Longueur SN). D'où les formules :



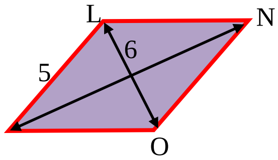
$\mathscr{P}(\text{Losange}) = \ldots\ldots$ Longueurs

$= \ldots\ldots \times \ldots\ldots\ldots$ (ici)

$$\mathscr{A}(\text{Losange}) = \frac{\text{produit des diagonales}}{2}$$

$$= \frac{\quad \times \quad}{2} \quad \text{(ici)}$$

➢ Méthode : Calculons le périmètre et l'aire d'un losange LION de longueur 5 km et tel que les diagonales mesurent 6 km et 8 km.



① Comme d'habitude, on fait d'abord un croquis complet en faisant apparaître les diagonales !

② On applique rigoureusement les formules de périmètre et d'aire en étant très précis :

$\mathcal{P}$(Losange LION) $= 4\,LI$

$= 4 \times 5$

$= 20$ km

Le périmètre du losange LION est de 20 km.

$\mathcal{A}$(Losange LION) $= \dfrac{IN \times LO}{2}$

$= \dfrac{8 \times 6}{2}$

$= 24$ km² *(et non 24 km !)*

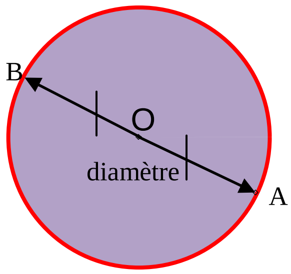
L'aire du losange LION est de 24 km².

➢ Application *rigoureuse* de la méthode précédente : Calculer le périmètre puis l'aire d'un losange THON de longueur 10 km et tel que les diagonales mesurent 12 km et 16 km :

$\mathcal{P}$(

$\mathcal{A}$(

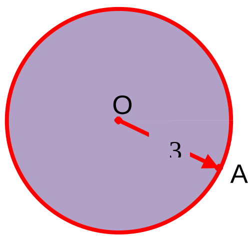
F. Périmètre et Aire du Disque : formules.



$\mathcal{P}$(Disque) $= \pi \times$ diamètre $= \pi \times AB$ (ici, avec les points de la figure)	
$\mathcal{A}$(Disque) $= \pi \times$ rayon² (lire « rayon au carré ») $= \pi \times OA^2$ (ici, avec les points de la figure)	

Attention : Lorsqu'on calcule le périmètre ou l'aire d'un disque, on calcule d'abord la **valeur exacte qui dépendra donc de π.** Puis (seulement si c'est demandé), on calcule une valeur approchée en remplaçant dans le calcul π par une de ses valeurs approchées (rappel : $\pi \approx 3{,}14159$etc.)

➢ Méthode : Calculer le périmètre puis l'aire d'un disque de centre O et de rayon OA = 3 cm (valeur exacte puis valeur approchée à l'unité).



① Comme d'habitude, on fait d'abord un croquis complet en faisant apparaître le rayon ou le diamètre !

② On applique rigoureusement les formules de périmètre et d'aire en étant très précis :

$\mathcal{P}$(Disque) $= \pi \times 2 \times OA$

$= \pi \times 2 \times 3$

$= 6\,\pi$ cm Valeur Exacte (v.e).

$\approx 6 \times 3$ On a remplacé ici π par sa valeur approchée à l'unité c-à-d 3.

≈ 18 cm Valeur Approchée (v.a) à l'unité.

Le périmètre du disque est exactement de 6 π cm soit environ 18 cm.

$\mathcal{A}$(Disque) $= \pi \times OA^2$

$= \pi \times 3^2$

$= 9\,\pi$ cm² Valeur Exacte (v.e).

$\approx 9 \times 3$ On a remplacé ici π par sa valeur approchée à l'unité c-à-d 3.

≈ 27 cm² Valeur Approchée (v.a) à l'unité.

L'aire du disque est exactement de 9 π cm² soit 27 cm² environ.

➢ Application *rigoureuse* de la méthode : Calculer le périmètre puis l'aire d'un disque de diamètre 8 cm (valeur exacte puis valeur approchée *au dixième*).

$\mathscr{P}$(Disque) =

$\mathscr{A}$(Disque) =

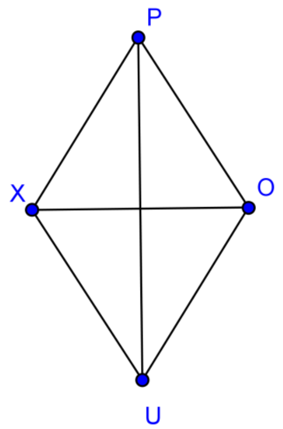
G. Exercices sur les périmètres et aires des 6 figures de base :

➢ Exercice ① : Périmètre et aire d'un disque de rayon 3 cm (valeurs exacte puis approchée à l'unité).

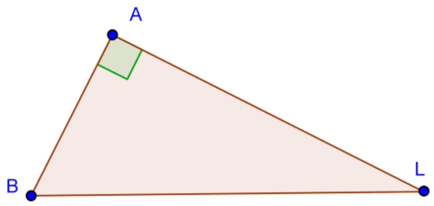
➢ Exercice ② : Trouver une longueur inconnue grâce à l'aire.

Un losange POUX a une aire 30 cm² et sa diagonale [PU] mesure 7 cm.

Trouver la longueur de la diagonale [OX], sous forme de fraction irréductible.



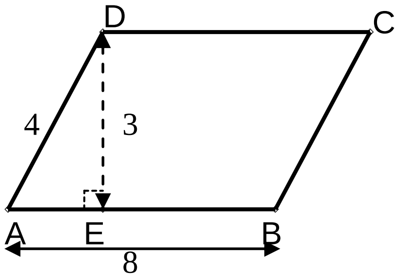
➢ Exercice ③ : Trouver une longueur inconnue grâce à l'aire (bis).



Soit un triangle BAL rectangle en A, de 30 cm² d'aire et de hauteur AH = 3 cm.

Trouver la longueur de la base correspondante à la hauteur [AH].

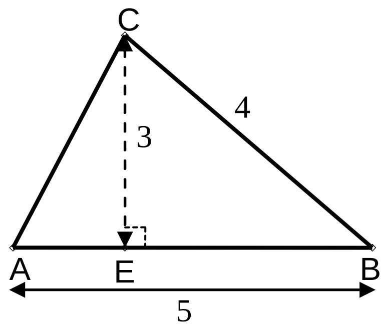
➢ Exercice ④ : Trouver « à la manière d'une équation » une dimension inconnue grâce à l'aire.



1. Calculer l'aire du parallélogramme ABCD.
2. Tracer en rouge la hauteur issue du point B, relative au côté [AD]. Appeler H le pied de cette hauteur. Repasser en rouge la base correspondante à cette hauteur [BH].
3. Exprimer l'aire $\mathscr{A}$(prlgm ABCD) à l'aide du couple (base [AD] ; hauteur [BH]).

   Puis en déduire la longueur BH de cette hauteur.

➢ Exercice ⑤ : Trouver « à la manière d'une équation » une dimension inconnue grâce à l'aire. (bis)



1. Calculer l'aire du triangle ABC.
2. Tracer en rouge la hauteur issue du sommet A. Appeler H le pied de cette hauteur.
   Repasser en rouge la base correspondante à cette hauteur [AH].
3. Exprimer l'aire $\mathscr{A}$(triangle ABC) à l'aide du couple (base [CB] ; hauteur [AH]).
   Puis en déduire la longueur AH de cette hauteur.

IV. CALCUL D'AIRE POUR LES SURFACES COMPLEXES.

➢ Hélas, la plupart des figures ne sont pas des figures simples ! On ne peut donc pas appliquer bêtement l'une des 6 formules d'aire des figures de base du paragraphe III p.6.

Définition : On appelle **surface complexe** toute surface qui n'est pas l'une des 6 surfaces de base.

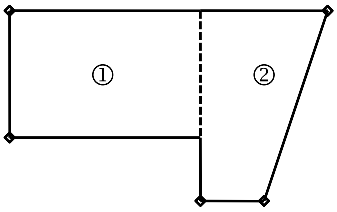
➢ Heureusement, beaucoup de figures complexes sont en fait des **assemblages** de figures de base.

Exemples : Dessiner 2 figures géométriques complexes en faisant apparaître en pointillés leur découpage en figures de base (en carré, rectangle, parallélogramme, triangle, losange, disque etc.).

Pour trouver l'aire d'une figure complexe, on a 4 méthodes à notre disposition :

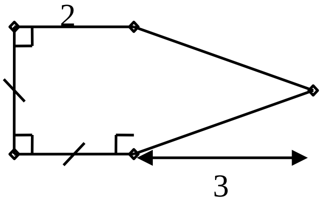
- 2 méthodes visuelles : **Par comptage d'unités ; Par découpage puis recollement (voir cours de 6$^{\text{ème}}$).**
- 2 méthodes calculatoires : **Par addition d'aires simples ; Par soustraction d'aires simples.**

A. Calcul d'une aire complexe par *addition* d'aires simples.



Grâce au **découpage « intérieur »** en pointillés, on voit que cette figure totale est composée de deux figures simples. D'où la formule pour l'aire de la figure :

𝒜(figure totale) = 𝒜(rectangle ①) + 𝒜(trapèze ②)



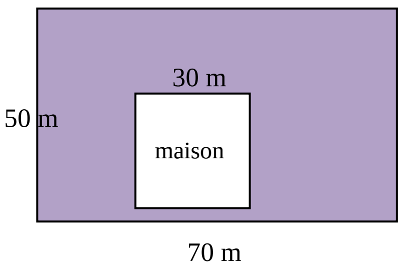
Voici une autre figure complexe, faites apparaître le **découpage « intérieur »** en pointillés puis calculez son aire.

𝒜(figure) = 𝒜(……………………) + 𝒜(……………………………)

=

La **méthode par addition** marche bien quand on réalise un **découpage intérieur** de la surface complexe.

B. Calcul d'une aire complexe par *soustraction* d'aires simples.

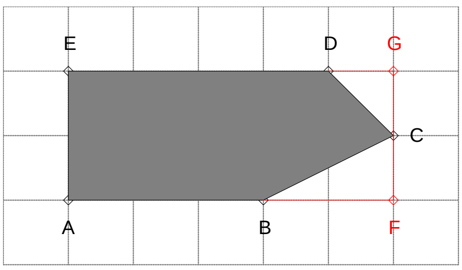


Voici le plan très schématique d'une maison sur son terrain.

Par soustraction d'aires, on peut écrire :

𝒜(jardin) = 𝒜(terrain rectangulaire total) – 𝒜(maison carrée)

=



Pour calculer l'aire de ce polygone gris ABCDE, on a fait apparaître par **découpage « extérieur »** le rectangle AFGE en pointillés.

Par soustraction d'aire, on peut écrire :

𝒜(ABCDE) = 𝒜(…….……………………..…..) – 𝒜(….………………….…..) – 𝒜(…………………..……..)

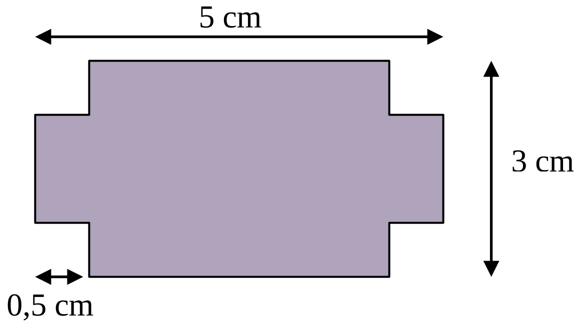
=

La **méthode par soustraction** marche bien qd on réalise un **découpage extérieur** à la surface complexe.

C. Exercices récapitulatifs sur les calculs d'aires complexes :

- <u>Exercice ①</u> : 6ème Contrôle 2004.

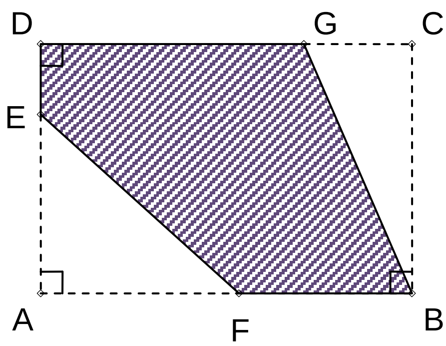
La figure ci-contre est un rectangle à qui on a enlevé 4 carrés identiques dans les coins. Calculer l'aire de cette figure (inexacte).



R = 14 cm²

- <u>Exercice ②</u> : 6ème Contrôle 2004.

Sur cette figure (inexacte) : AB = 8 AD = 5 DE = 1 DG = 6 FB = 3.



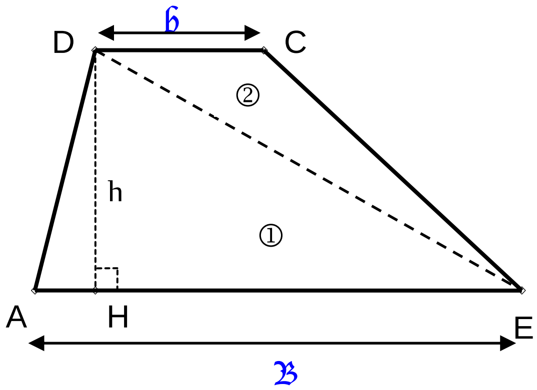
1) Prouver qu'ABCD est un rectangle.

2) Calculer l'aire du polygone FBGDE.

R = 25 unités d'aire

- Exercice ③ : **Formule de l'Aire d'un trapèze :**

Pour trouver la formule de l'aire d'un trapèze (de petite base $\mathfrak{b}$, de grande base $\mathfrak{B}$ et de hauteur h), on réalise un découpage intérieur selon une diagonale. On obtient 2 triangles : ① ADE et ② DCE.



Donc, par …………………………….………… d'aires, on a :

$\mathscr{A}$(trapèze) = $\mathscr{A}$(triangle ……….) + $\mathscr{A}$(triangle …………..)

$$= \frac{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}{\ldots\ldots} + \frac{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$$

$$= \frac{\mathfrak{B}\times h \;+\; \mathfrak{b}\times h}{2}$$

D'où la formule finale pour l'aire d'un trapèze, en factorisant h :

$\mathscr{A}$(trapèze) = $\mathbf{h \times \dfrac{(\ldots\ldots + \ldots\ldots)}{2}}$

Autrement dit, l'aire d'un trapèze s'obtient en faisant le produit de la ……….……………… avec la moyenne des deux ……………..

Autrement dit l'aire d'un trapèze est la même que celle d'un rectangle dont la longueur serait la moyenne des deux bases et la largeur serait la hauteur h.

Application rigoureuse de la formule **finale** de l'aire d'un trapèze :

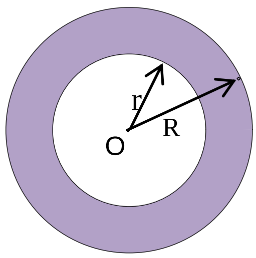
Calculer l'aire d'un trapèze de longueur de bases 6 cm et 2 cm et de hauteur 3 cm.

$\mathscr{A}$(

$\mathscr{A}$ = 12 cm²

- Exercice ④ : **Formule de l'aire d'une couronne circulaire.**

Soit une couronne définie par 2 disques concentriques, l'un de rayon r et l'autre de rayon R.



Par ……….…………………….……………….. d'aires, on obtient :

$\mathscr{A}$(couronne) = $\mathscr{A}$(grand ………..…..…....) …. $\mathscr{A}$(petit ………………….…......)

= ……….…………………….……….……………………..

D'où la formule finale pour l'aire d'une couronne, en factorisant π :

$\mathscr{A}$(couronne) = …….. (……..…. − …………)

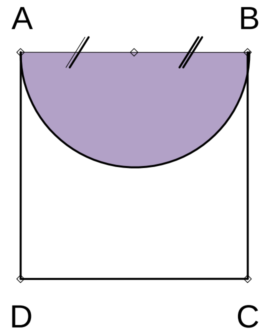
Application rigoureuse de la formule **finale** de l'aire d'une couronne:

Calculer l'aire de la couronne pour r = 2 cm et R = 3 cm (valeurs exacte puis arrondie à l'unité).

$\mathscr{A}$(

$\mathscr{A}$ = 5π cm² ≈ 15 cm²

➢ <u>Exercice ⑤</u> : Contrôle 5ème 2004.

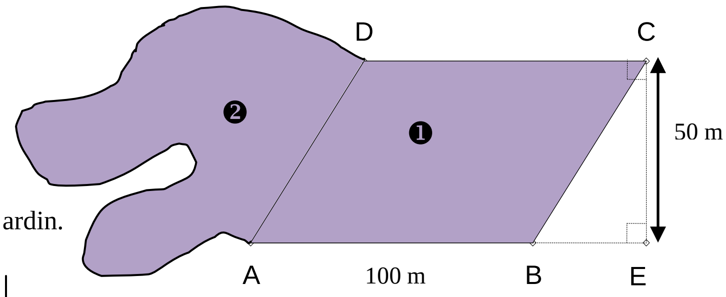


Sur la figure ci-contre, ABCD est un carré tel que AB = 2 cm.

Calculer l'aire de la surface blanche (valeur exacte puis valeur arrondie au 1/10ème).

$\mathscr{A} = 4 - \frac{\pi}{2}$ cm² ≈ 2,5 cm²

➢ <u>Exercice ⑥</u> : Contrôle 5ème 2004.



Tiguane et Gaëtane achètent un jardin composé de 2 parties :

- un parallélogramme ❶ à 1 000 € le m².
- un terrain ❷ à 500 000 € l'hectare.

L'aire totale du jardin est de 4,5 ha. Déterminer le prix total du jardin.

Prix = 7 000 000 €

V. POUR PREPARER LE TEST ET LE CONTROLE.

- **Faire *en temps limité* les évaluations des années précédentes sur mon site (//yalamaths.free.fr, espace 5ème, Surfaces et Aires).**
- **Comparer avec les corrigés. Refaire si besoin !**

A. Conseils :

Conversions : Souvent raté !

Conversion vers une unité plus petite à droite : on multiplie la mesure, on l'agrandit.

Conversion vers une unité plus grande à gauche : on divise la mesure, on la diminue.

Tableau de conversion : remplir les doubles colonnes en commençant par la colonne de droite.

Ne pas écrire de virgule dans un tableau de conversion.

- Calculs d'aires de base : Attention, toutes les longueurs doivent être dans la même unité quand on applique une formule.
- Trouver une dimension inconnue connaissant l'aire : Bien revoir les 2 exos fondamentaux p.8.
- Notation de l'aire d'une surface complexe : ex : $\mathscr{A}$ (carré ABCD) et non carré ABCD ou ABCD.
- Calculs de surfaces complexes : Soit par découpage puis recollement.
  Soit par découpage intérieur puis par addition d'aires de base.
  Soit par découpage extérieur puis par soustraction d'aires de base.

B. Erreurs fréquentes :

- Conversions : Confondre dam² et dm².
- Calculs d'aires de base : **Confondre les formules de périmètre et d'aire.**
  Formule du parallélogramme non sue ou mal appliquée.
  Mauvais couple base-hauteur qui doivent être perpendiculaires.
  Aire d'un triangle : oubli de la division par 2.
- Manque de précision : Formules, phrases réponses, unités…

C. Remplir le tableau de compétences sur la fiche de contrat :

Quel est l'intitulé du prochain contrat ? ………………………………………..

Perle du Bac 2004 : « La Chine est le pays le plus peuplé avec un milliard d'habitants au km carré. »

Perle du Bac 2006 : « C'est Richelieu qui fonda la Star Académy française. »