

Corrigé Contrôle C7 LES AIRES (55')

Relisez-vous !

Note attendue :

Médiane = 13,75 sur 20 en 2006.

➤ Exercice n° 1 (..... / 4 points) : Résoudre les 3 équations suivantes :

$$\begin{aligned} 3 - x &= -6 \\ -x &= -6 - 3 \\ -x &= -9 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2 - 2x + 5 &= -3x + 1 + 5x \\ -2x + 3 &= 2x + 1 \\ -1 + 3 &= 2x + 2x \\ 2 &= 4x \\ \frac{2}{4} &= x \\ \frac{1}{2} F.I &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(2 - x) - 2x &= 5 - (-x + 3) \\ 4 - 2x - 2x &= 5 + x - 3 \\ 4 - 4x &= 2 + x \\ 4 - 2 &= 4x + x \\ 2 &= 5x \\ \frac{2}{5} F.I &= x \end{aligned}$$

➤ Exercice n° 2 (..... / 2 points) : Compléter les 4 égalités suivantes :

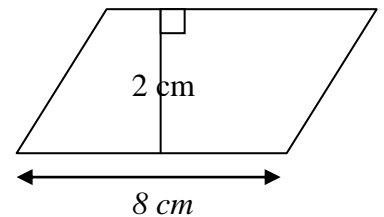
152 cm² = *0,0152* m² 0,147 ha = *14,7* dam² 1,5 m² = 0,015 *dam*² 0,2 cm² = 20 *mm*²

➤ Exercice n° 3 (..... / 2 points) :

1. Calculer l'aire de ce parallélogramme (1 point).
2. Tracer un carré ayant même aire que ce parallélogramme (1 point).

1. $\mathcal{A}(\text{parallélogramme}) = \text{Base} \times \text{Hauteur correspondante}$

$$\begin{aligned} &= 8 \times 2 \\ &= 16 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



2. *Puisque le carré et le parallélogramme doivent avoir même aire, alors :*

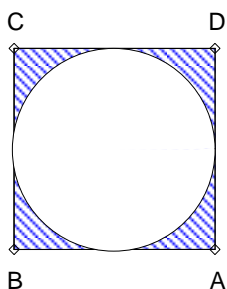
$$\mathcal{A}(\text{carré}) = \mathcal{A}(\text{parallélogramme})$$

Donc côté × côté = 16 cm²

Le seul nombre positif qui multiplié par lui même donne 16 est 4 !

Donc le carré cherché mesure 4 cm de côté

➤ Exercice n° 4 (..... / 3 points) :

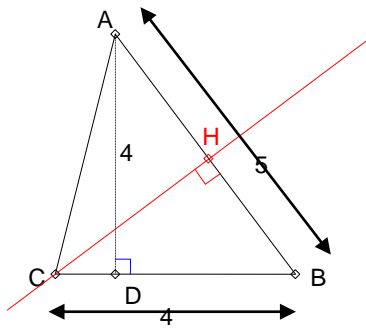


Le carré ABCD a pour longueur 2 cm. Calculer l'aire de la surface hachurée (on donnera la valeur exacte de cette aire puis une valeur approchée à l'unité).

L'aire hachurée provient d'une surface complexe. On va la calculer par soustraction.

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(\text{surface hachurée}) &= \mathcal{A}(\text{Carré}) - \mathcal{A}(\text{Disque}) \\ &= (c \times c) - (\pi \times r^2) \\ &= (2 \times 2) - (\pi \times 1^2) \\ &= 4 - (\pi \times 1) \\ &= 4 - \pi \text{ cm}^2 \text{ (v.e)} \\ &\approx 4 - 3 \\ &\approx 1 \text{ cm}^2 \text{ (v.a à l'unité)} \end{aligned}$$

➤ Exercice n° 5 (..... / 3 points) :



Sur la figure ci contre, on sait que AD = 4 cm ; CB = 4 cm et AB = 5cm.

1. Calculer l'aire de ABC. (..... / 1 point)
2. Tracer la hauteur issue de C et placer H le pied de cette hauteur. (..... / 0,5 pts)
3. En posant une équation, trouver la longueur CH. (..... / 1,5 points)

$$\begin{aligned}
 1. \mathcal{A}(\text{triangle ABC}) &= \frac{CB \times AD}{2} \\
 &= \frac{4 \times 4}{2} \\
 &= 8 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

Le triangle ABC a pour aire 8 cm².

2. Voir figure.

3. On va exprimer l'aire du triangle en faisant intervenir la hauteur CH.

$$\mathcal{A}(\text{triangle ABC}) = \frac{AB \times CH}{2}$$

$$\text{Donc} \quad 8 \text{ cm}^2 = \frac{5 \times CH}{2}$$

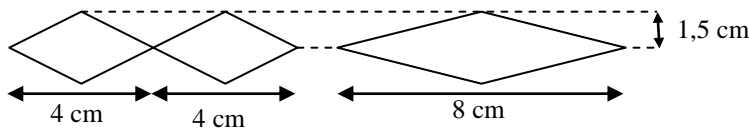
$$D'où \quad 8 \times 2 = 5 \times CH$$

$$D'où \quad 16 = 5 \times CH$$

$$\text{Finalement} \quad \frac{16}{5} = CH$$

[CH] mesure 16/5 cm soit 3,2 cm.

➤ Exercice n° 6 (..... / 2 points) :



Comparer les aires des 2 figures ci contre (la 1^{ère} est formée de 2 losanges et la 2^{ème} d'un seul losange).

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}(\text{figure 1}) &= 2 \times \mathcal{A}(\text{un petit losange}) \\
 &= 2 \times \frac{\text{petite diagonale} \times \text{gde diagonale}}{2} \\
 &= 2 \times \frac{4 \times 1,5}{2} \\
 &= 2 \times 3 \\
 &= 6 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

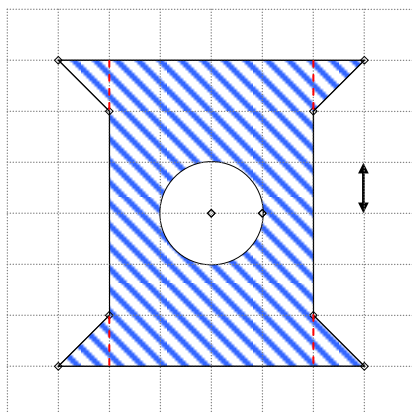
$$\mathcal{A}(\text{grand losange}) = \frac{\text{produit des 2 diagonales}}{2}$$

$$= \frac{8 \times 1,5}{2}$$

$$= 6 \text{ cm}^2$$

On remarque donc que les 2 figures ont même aire.

➤ Exercice n° 7 (..... / 4 points) :



Un métallurgiste a besoin de découper la pièce hachurée et trouée ci contre.

1. Calculer l'aire de la pièce (valeur exacte puis valeur approchée à l'unité).
2. Sachant que cette pièce a été découpée dans une plaque d'1 m² qui pesait 4 kg, calculer la masse de la pièce arrondie au gramme.

1. Il s'agit d'une surface complexe. On a donc 2 choix de méthode : soit par un découpage intérieur, soit par un découpage extérieur.

Ici, le découpage extérieur ferait apparaître 2 trapèzes sur les côtés gauche et droit ce qui n'est pas facile à calculer. Donc on choisit un découpage intérieur : la pièce est découpée en 1 rectangle et 4 petits triangles rectangles aux 4 coins puis on enlèvera le disque central (voir figure). On peut donc écrire par addition et soustraction d'aires :

d'aires :

$$\mathcal{A}(\text{pièce}) = \mathcal{A}(\text{rectangle intérieur}) + 4 \times \mathcal{A}(\text{petit triangle en coin}) - \mathcal{A}(\text{disque central})$$

Calculons séparément l'aire de chaque morceau :

$\begin{aligned} \mathcal{A}(\text{rectangle}) &= \text{longueur} \times \text{largeur} \\ &= 6 \times 4 \\ &= 24 \text{ cm}^2 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \mathcal{A}(\text{petit triangle}) &= \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} \\ &= \frac{1 \times 1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \text{ cm}^2 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \mathcal{A}(\text{disque central}) &= \pi \times \text{rayon}^2 \\ &= \pi \times 1^2 \\ &= \pi \times 1 \\ &= \pi \text{ cm}^2 \text{ (v.e.)} \end{aligned}$
---	---	---

$$\text{Finalement, } \mathcal{A}(\text{pièce}) = \mathcal{A}(\text{rectangle intérieur}) + 4 \times \mathcal{A}(\text{petit triangle en coin}) - \mathcal{A}(\text{disque central})$$

$$\begin{aligned} &= 24 + 4 \times \frac{1}{2} - \pi \\ &= 24 + 2 - \pi \\ &= 26 - \pi \text{ cm}^2 \text{ v.e} \\ &\approx 26 - 3 \\ &\approx 23 \text{ cm}^2 \text{ v.a à l'unité.} \end{aligned}$$

L'aire de la pièce est d'à peu près 23 cm².

Remarque : On pouvait vérifier ce résultat en comptant tout simplement sur la figure l'aire par découpage et recollement.

2. On suppose que la masse est uniformément répartie sur la pièce. La masse de la pièce est donc proportionnelle à la surface de la pièce.

① Tableau :

Surface de la pièce (en cm ²)	10 000	23
Masse de la pièce (en gramme)	4 000	m

② Coefficient + Formule : $\text{Coeff} = \frac{4\,000}{10\,000} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ F.I.

$$\text{Formule : Masse de la pièce (en g)} = \frac{2}{5} \times \text{Surface de la pièce (en cm}^2\text{)}$$

③ 4^{ème} proportionnelle + Réponse :

$$\frac{m}{23} \approx \frac{4\,000}{10\,000} \text{ donc } p \approx \frac{2}{5} \times 23 \approx 9,2 \text{ g}$$

La pièce pèse environ 9 g.