TRIANGLE RECTANGLE ET CERCLE CIRCONSCRIT

« Les meilleurs travaux des mathématiciens sont de l'art, un art très perfectionné, défiant les rêves les plus secrets de l'imagination, clairs et limpides.

Le génie mathématique et le génie artistique se touchent l'un l'autre. » *Gosta Mittag-Leffler*[1].

Corrigé en rouge et italique

- Matériel : règle, équerre, compas porte crayon etc.
- Pré-requis pour prendre un bon départ :

	A refaire	*A revoir*	*Maîtrisé*
Médiatrice d'un segment : définition et construction.			
Propriété métrique de la médiatrice : équidistance par rapport à deux points.			
Concourance des 3 médiatrices d'un triangle.			
Cercle : équidistance par rapport à un point.			

[1] Gosta Mittag-Leffler : Mathématicien suédois du début du 20ème siècle.

La légende voudrait que Sophie Hess, la compagne d'Alfred Nobel l'ai trompé avec Gosta Mittag-Leffler. Ainsi, pour se venger, Mr Nobel aurait supprimé le Nobel de Mathématique. Rien n'est moins sûr quand on sait que Mr Nobel était un célibataire endurci !

Qu'on se rassure : depuis 1924, les chercheurs en Mathématique peuvent être récompensés par la prestigieuse Médaille Field. Parmi les 8 français a l'avoir reçue : Laurent Schwarz (1950) ; Alain Connes (1982) ; Jean Christophe Yoccoz (1994) que j'ai eu comme professeur de calcul différentiel à la faculté d'Orsay ; Laurent Lafforgue (2002)…

NOM et Prénom : …………………………………………….. *4ème ………*

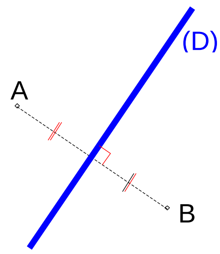
I. MEDIATRICES (RAPPELS DE 6EME).

A. Définition, double codage et notation de la médiatrice d'un segment :

On se rappelle que la médiatrice d'un segment est l'un des 2 axes de symétrie de ce segment : plus précisément, c'est l'axe de symétrie perpendiculaire au segment.

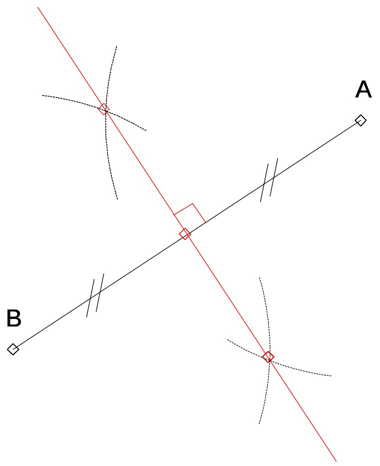
En fait, on utilise plutôt la définition équivalente suivante, plus pratique pour les exercices :

- Définition : La **médiatrice** d'un segment est *la* droite :
  ❶ passant par le *milieu* de ce segment,
  ❷ *perpendiculaire* à ce segment.
- Notation : La médiatrice d'un segment [AB] est notée : **med [AB].**
- Figure et codage : Du fait de la définition, un **double codage** apparaît lorsqu'on trace la médiatrice d'un segment donné. **Repasser ce *double codage en rouge.***



➢ Exercice 1:

Tracer en rouge med [AB] au compas et à la règle.



N'oubliez pas **le double codage** de la figure !

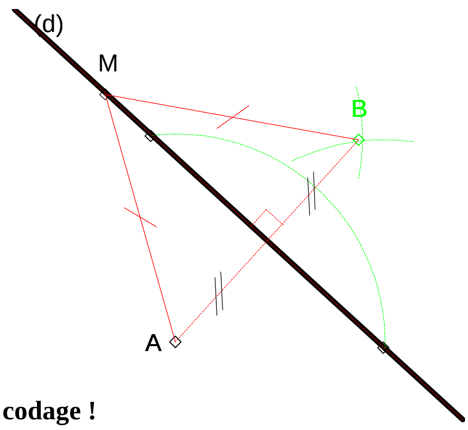
➢ Exercice 2 :

1. Ci dessous, placer le point B de telle sorte que la droite (d) soit la médiatrice de [AB].
Comment sont les points A et B par rapport à (d) la médiatrice du segment [AB] ?

A et B sont symétriques par rapport à (d).

2. Placer un point M sur med [AB].
Quel est la nature du triangle AMB ?

AMB est un triangle isocèle en M.



Double codage !

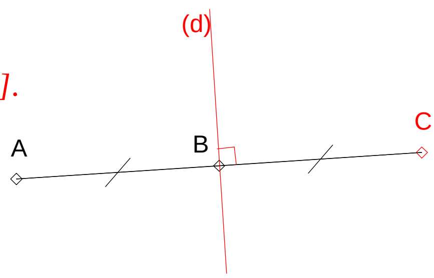
➢ Exercice 3 :

Construire C le symétrique de A par rapport à B puis tracer (d), la perpendiculaire à (AB) passant par B.

Quelle est la nature de la droite (d) ? Justifiez !

Puisque C est le symétrique de A par rapport à B, alors B milieu de [AC].

Puisque $\left\{\begin{matrix} \text{B milieu de [AC]} \\ \text{(d)} \perp \text{(AC)} \end{matrix}\right\}$ *alors (d) médiatrice de [AC].*



B. Propriété métrique caractéristique de la médiatrice :

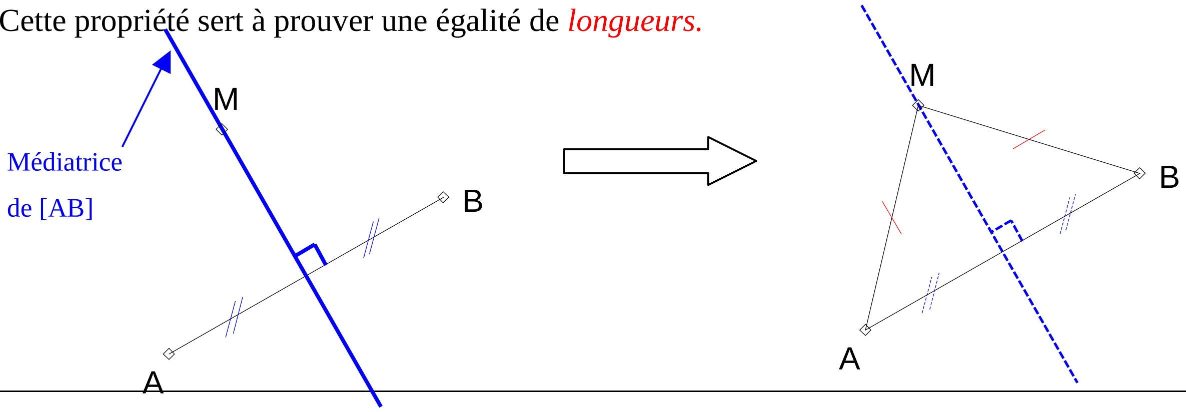
Propriété métrique de la médiatrice :

	(1 condition ou hypothèse)		(1 résultat ou conclusion)
Quand	M est sur la médiatrice d'un segment [AB]	alors	MA = MB

Autrement dit : *Lorsqu'un* point est situé sur la médiatrice d'un segment, alors il est situé à égale distance des deux extrémités *de ce segment.*

Utilité : Cette propriété sert à prouver une égalité de *longueurs.*

Figure :



Inversement :

Réciproque de la propriété métrique de la médiatrice :

	(1 condition ou hypothèse)		(1 résultat ou conclusion)
Quand	*MA = MB*	alors	M est sur la *médiatrice* du segment [AB].

Autrement dit : Lorsqu'un point est ***équidistant*** *des extrémités d'un segment, alors ce point appartient à la médiatrice de ce segment.*

Utilité : Cette propriété sert à prouver qu'un point est *sur une médiatrice (une droite).*

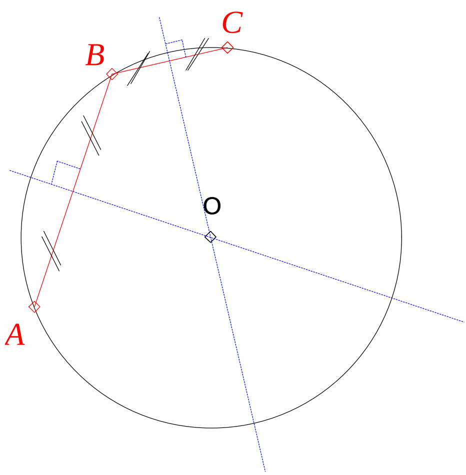
Figure : C'est celle de la propriété *mais dans le sens contraire.*

- Remarque :

Quand une propriété et sa réciproque sont vraies en même temps, on dit que cette propriété est **caractéristique** : ici, seul l'objet médiatrice et lui seul a tous ses points équidistants de 2 points fixes.

- Application directe :

Construction à la règle et au compas du centre d'un cercle.



Placer de façon quelconque 3 points *distincts* sur ce cercle.

Puis construire grâce aux médiatrices le centre de ce cercle.

Le centre O du cercle doit être équidistant de A et B donc O ∈ med [AB].

De même, O équidistant de B et C donc O ∈ med [BC]. Finalement, O est l'intersection de med [AB] et med [BC].

Double codage des médiatrices !

Combien de médiatrices suffit-il de tracer pour obtenir le centre ?

2 médiatrices suffisent pour obtenir le centre du cercle.

C. Concourance des trois médiatrices d'un triangle : cercle circonscrit.

Théorème : Concourance des 3 médiatrices d'un triangle.

❶ Les 3 médiatrices d'un triangle ABC *se coupent* en un point O.

On dit que les 3 médiatrices sont **concourantes** en le point O.

❷ Ce point O est *le centre du cercle circonscrit* à ce triangle ABC.

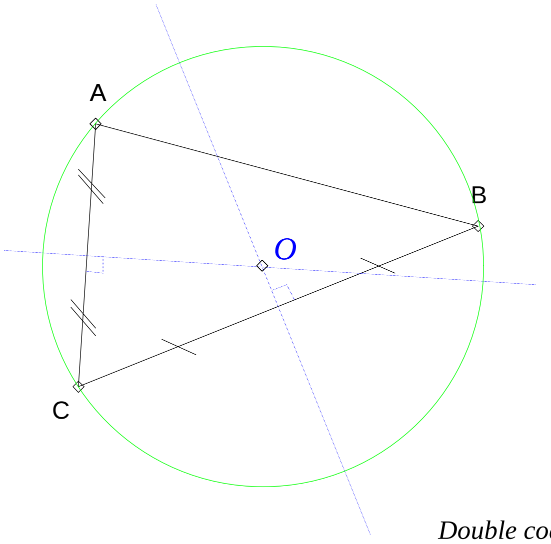
❸ Ce centre O est donc *équidistant* des 3 sommets A, B et C du triangle.

Autrement dit : *OA = OB = OC*

➢ Figures

① Construire le cercle circonscrit au triangle ABC.

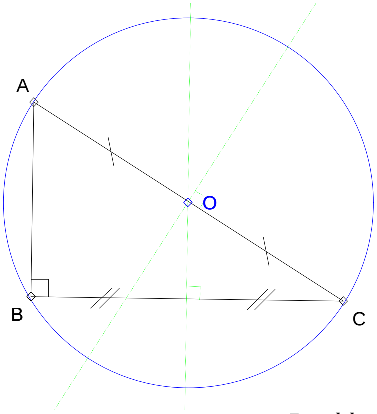
Il suffit de tracer *2* médiatrices !



Double codages !

② **Cas particulier du triangle rectangle :**

Construire le cercle circonscrit au triangle rectangle ABC.



Double codages !

Où semble se trouver le centre du cercle circonscrit à ce triangle rectangle ?

Le centre du cercle circonscrit semble être confondu avec le milieu de l'hypoténuse.

➢ Preuve de la concourance des 3 médiatrices d'un triangle:

① Mise en place (voir figure du ② ci dessus) :

Puisque ABC est un triangle, les 2 médiatrices des côtés [AB] et [BC] ne peuvent pas être parallèles, donc elles se coupent en un point qu'on va appeler O.

② Montrons que O est aussi équidistant de A et C :

Puisque O ∈ med[AB] alors *OA = OB*

Puisque O ∈ med[BC] alors *OB = OC*

Donc *OA = OB = OC* (*)

③ Concluons :

Puisque *OA = OC* alors O ∈ med[AC]. Donc O est bien sur la troisième médiatrice.

D'après l'égalité (*), O est équidistant de A, B et C, donc O est le centre du *cercle* passant par A, B et C.

Ce cercle s'appelle le cercle *circonscrit* au triangle ABC. CQFD

Une grande partie du programme de géométrie de $4^{ème}$ est réservée à l'étude du triangle rectangle :

- triangle rectangle et son cercle circonscrit (Théorème TRCC – contrat 2).
- triangle rectangle et longueurs (Théorème de Pythagore – contrat 2).
- triangle rectangle et angles (Cosinus – contrat 7).

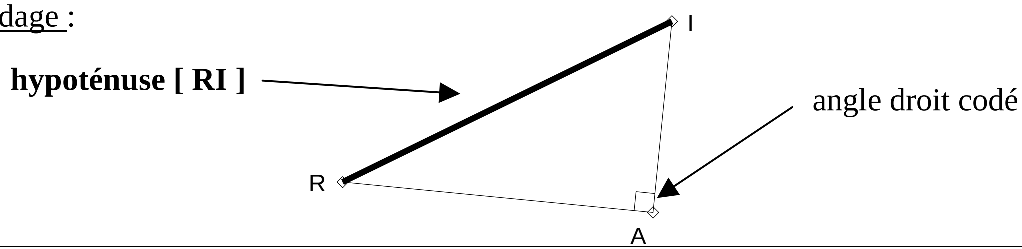
II. LE TRIANGLE RECTANGLE : RAPPELS.

Avant tout, un peu de vocabulaire :

❶ Définition : Le plus grand côté d'un triangle *rectangle* s'appelle *l'hypoténuse* (avec **un seul h** car il n'y a qu'**un seul** plus grand côté !). C'est le côté opposé à l'angle droit.

❷ Notation : **L'hypoténuse est un côté donc UN SEGMENT NOTE ENTRE CROCHETS !**

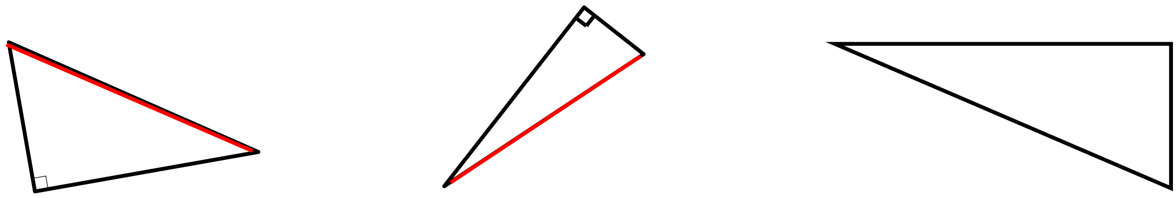
❸ Figure et codage :



Attention : On n'a le droit d'utiliser le mot hypoténuse pour un triangle que si l'on est déjà absolument sûr que ce triangle est rectangle !

➢ Exercices :

① Pour les triangles suivants, repasser en rouge, *si elle existe,* l'hypoténuse.



Par manque de codage, on n'est pas sûr que le $3^{ème}$ triangle soit rectangle !

On remarque que, dans un triangle rectangle, l'hypoténuse se trouve *à l'opposé (en face)* de l'angle droit.

② Pour chacun des 4 triangles suivants, nommez l'hypoténuse, *si elle existe* :

ABC rectangle en C : hypoténuse ? *[AB]* MEN tel que $\widehat{MEN} = 90°$: hypoténuse ? *[MN]*

NUF tel que $\widehat{FUN} = \widehat{FNU} = 45°$: hypoténuse ? [UN] *(on peut s'aider d'un croquis)*

Calculons $\widehat{UFN} = 180° - \widehat{FUN} - \widehat{FNU}$

$= 180° - 45° - 45° = 90°$ *donc FUN rectangle en F.*

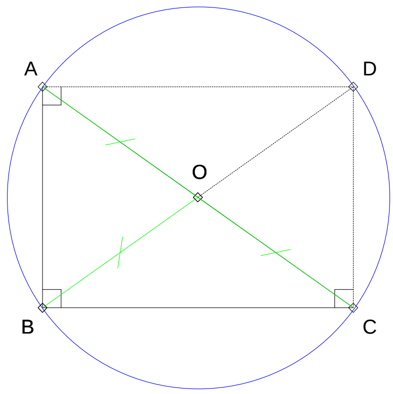
TOP tel que $\widehat{POT} = 27°$ et $\widehat{TPO} = 62°$ hypoténuse ? *(on peut s'aider d'un croquis)*

Calculons $\widehat{PTO} = 180° - \widehat{POT} - \widehat{TPO}$

$= 180° - 27° - 62° = 91°$ *donc POT n'est pas rectangle !*

III. TRIANGLE RECTANGLE ET CERCLE CIRCONSCRIT (TRCC).

Nous avons vu figure ② p.4 que le centre du cercle circonscrit à un triangle ***rectangle*** semble être le milieu de son hypoténuse. Est-ce un pur hasard ? *Non !* Evidemment que non !



A. Activité 2 p.170 (Diabolo Maths 4ème 2006) :

Soit un rectangle ABCD et O son centre. Placez O.

① Puisque ABCD est *un rectangle*,

alors $\begin{cases} \text{ABC triangle rectangle en } B \\ \text{et} \\ \text{O milieu de son hypoténuse } [AC] \end{cases}$

② Puisque ABCD est un rectangle, on montre facilement que OA = OB = OC (= OD accessoirement).

Autrement dit, O est *équidistant* des points A, B et C.

③ Donc A,B et C sont sur un même cercle : le cercle de centre *O.*

D'après ①, le centre O de ce cercle est aussi le milieu de l'hypoténuse [AC] du triangle rectangle ABC.

D'après ①, L'hypoténuse *[AC]* est aussi un *diamètre* de ce cercle.

Tracez ce cercle sur la figure.

On vient de prouver le théorème suivant :

B. Théorème TRCC direct :

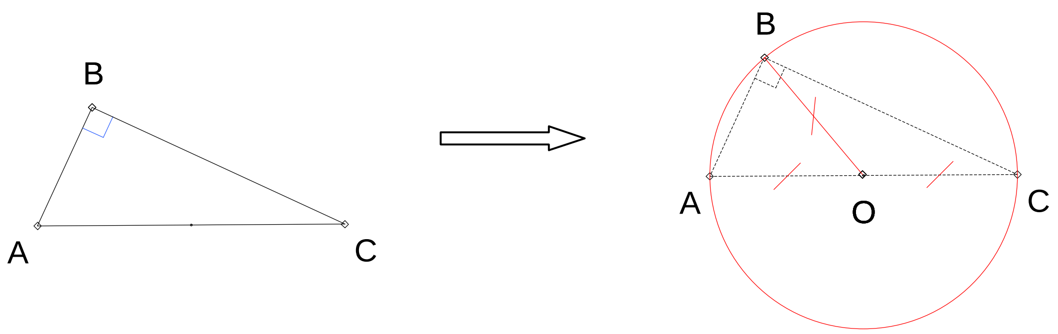
Théorème Triangle Rectangle et Cercle Circonscrit direct (TRCC direct) :

	(*1* donnée ou hypothèse)		(*1* résultat ou conclusion)
Quand	ABC est un triangle rectangle en B	alors	$B \in \mathcal{C}_{[AC]}$. (c-à-d B est sur le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [AC])

Autrement dit : Lorsqu'un triangle est rectangle, alors son cercle circonscrit est le cercle de diamètre son hypoténuse.

Utilité : Ce théorème sert à prouver qu'un point est *sur un cercle.*

Figure :



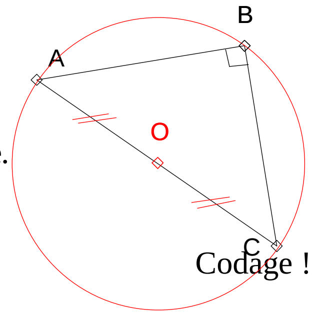
➢ Exercices TRCC direct :

① Quelle est l'hypoténuse de ce triangle ABC rectangle en *B* ? *[AC].*

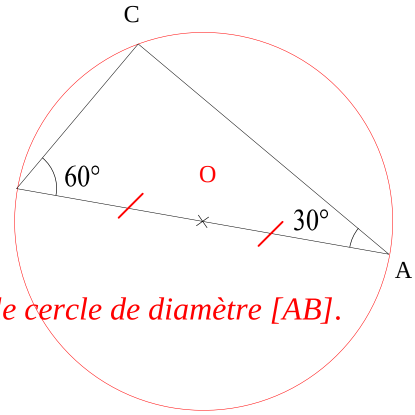
Sans tracer de médiatrices, construire le cercle circonscrit à ce triangle rectangle.

Puisque ABC rectangle en B, alors, d'après TRCC direct,

le centre de son cercle circonscrit est le milieu de son hypoténuse [AC].



Les exercices de raisonnement utilisant le théorème TRCC version direct jouent tous sur la même difficulté : être sûr que le triangle soit bien rectangle avant d'appliquer ***RIGOUREUSEMENT, A LA VIRGULE PRES***, TRCC version direct.



② Sur la figure suivante, placer O le milieu de [AB] *(codage !)*.

Montrer que le cercle de centre O et de rayon OB passe par C.

- *Calculons $\widehat{C}$: $\widehat{C} = 180° - \widehat{B} - \widehat{A} = 180° - 60° - 30° = 90°$.*

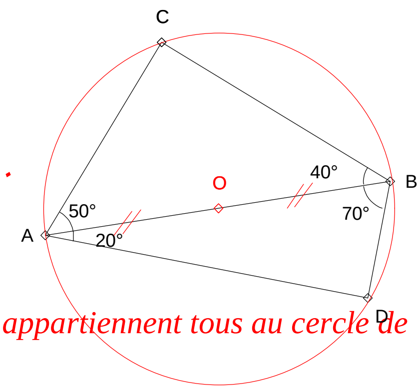
Donc ABC est rectangle en C et son hypoténuse est [BA].

- *Puisque ABC rectangle en C, alors, d'après TRCC direct, C est sur le cercle de diamètre [AB].*
- *Donc le cercle de centre O et de rayon OB passe bien par C.*

③ Prouver que les 4 points A, B, C et D sont sur un même cercle[2] dont on précisera le centre et le rayon.

On soupçonne fortement A, B, C, et D d'être sur le cercle de diamètre [AB].

On va montrer que ABC et ABD sont rectangles puis que C et D sont sur $\mathcal{C}_{[AB]}$.



- *Puisque $\widehat{C} = 180° - \widehat{A} - \widehat{B} = 180° - 50° - 40° = 90°$,*

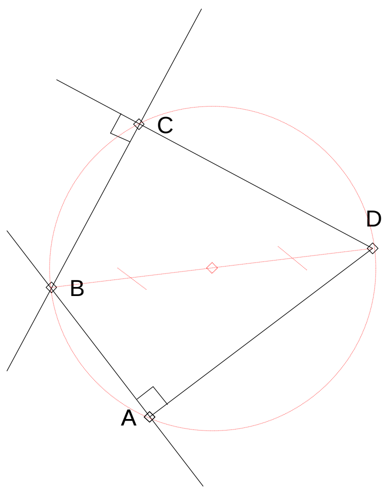
alors ABC est rectangle en C et son hypoténuse est [AB].

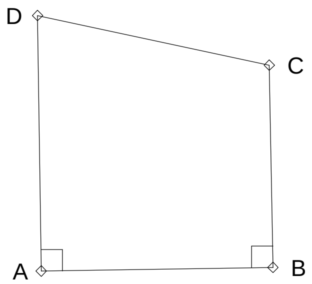
- *Puisque ABC rectangle en C, alors, d'après TRCC direct, C $\in \mathcal{C}_{[AB]}$.*
- *De la même manière, on montre que ABD est rectangle en D,*

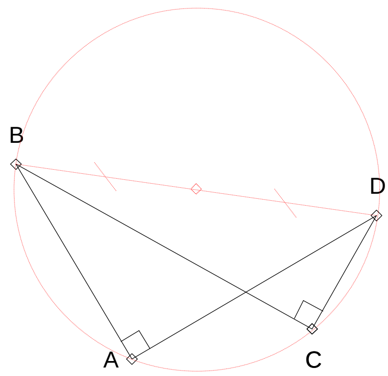
puis que D $\in \mathcal{C}_{[AB]}$.

- *Finalement, C et D $\in \mathcal{C}_{[AB]}$, donc A, B, C et D sont cocycliques : ils appartiennent tous au cercle de centre O le milieu de [AB] et de rayon OA ou OB.*

④ Dans quel(s) cas le quadrilatère ABCD est-il inscrit dans le cercle $\mathcal{C}_{[BD]}$. de diamètre [BD] ? Justifiez.







- *<u>Figure 1 :</u>*

Puisque ABD rectangle en A, alors, d'après TRCC direct, A $\in \mathcal{C}_{[BD]}$.

Puisque BDC rectangle en C, alors, d'après TRCC direct, C $\in \mathcal{C}_{[BD]}$.

Donc A, B, C et D sont cocycliques : ils sont tous sur le cercle $\mathcal{C}_{[BD]}$ de diamètre [BD].

[2] On dit alors que les 4 points sont « **cocycliques** » et que ABCD est inscrit dans le cercle (tous ses sommets sont sur le cercle).

- *Figure 2 :*

Puisque le triangle ABD est rectangle en A, alors, d'après TRCC direct, A $\in \mathscr{C}_{[BD]}$.

Mais BDC n'est pas rectangle en C, donc C ne peut pas être sur le cercle de diamètre [BD].

Donc les 4 points A, B, C et D ne *sont pas sur le cercle de diamètre [BD].*

- *Figure 3 :*

Il s'agit en fait de la même configuration que la 1ère figure, sauf que A et C sont du même côté de [BD].

Puisque ABD rectangle en A, alors, d'après TRCC direct, A $\in \mathscr{C}_{[BD]}$.

Puisque BDC rectangle en C, alors, d'après TRCC direct, C $\in \mathscr{C}_{[BD]}$.

Donc A, B, C et D sont cocycliques : ils sont tous sur le cercle $\mathscr{C}_{[BD]}$ *de diamètre [BD].*

C. Trois conséquences importantes du Théorème TRCC direct :

❶ Lorsqu'un triangle est rectangle, alors le centre de son cercle circonscrit est le *milieu* de son hypoténuse.

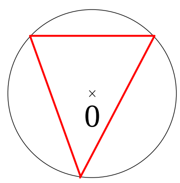
❷ Lorsqu'un triangle est rectangle, alors le milieu de l'hypoténuse est *équidistant* des 3 sommets du triangle rectangle. C-à-d, avec la figure du théorème : $OA = OB = OC = \dfrac{AC}{2}$

La dernière égalité dit la chose suivante : « Dans un triangle rectangle, la longueur de la médiane issue de l'angle droit est la moitié de la longueur de l'hypoténuse. »

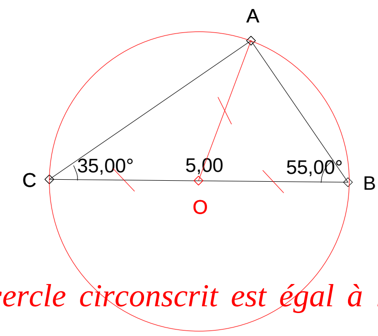
❸ Un triangle inscrit dans un cercle mais dont *aucun des côtés* n'est un diamètre de ce cercle, *ne peut pas être un triangle rectangle.*

- Exercices :

① Dessiner un triangle ABC inscrit dans ce cercle et qui ne soit *pas rectangle*.



Pour que le triangle ABC soit inscrit dans le cercle, sans être rectangle, il faut et il suffit qu'aucun de ses 3 côtés ne soit un diamètre du cercle.



② Sur le triangle ci contre, on sait que : $\widehat{ACB} = 35°$ $\widehat{ABC} = 55°$ et BC = 5.

1. Quelle est la nature de ce triangle ?
2. Calculez le rayon puis la surface de son cercle circonscrit.

1. Puisque $\widehat{A} = 180° - \widehat{B} - \widehat{C}$

$= 180° - 35° - 55$

$= 90°$

alors ABC est un triangle rectangle en A.

Donc, d'après TRCC direct, A $\in \mathscr{C}_{[BC]}$.

2. Le rayon du cercle circonscrit est égal à la moitié de la longueur du diamètre [BC] :

$$\text{Rayon } r = \frac{BC}{2} = \frac{5}{2}$$

$\mathscr{A}$*(cercle circonscrit)* $= \pi r^2$

$= \pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^2$

$= \pi \times \frac{5^2}{2^2}$

$= \frac{25}{4}\pi$ *u.a valeur exacte*

③ En reprenant la figure du n° ③ p.7, placer O le milieu de [AB]. Montrer que OC = OD.

Puisque A, B, C et D sont sur le cercle de diamètre [AB], alors OA = OB = OC = OD = $\frac{AB}{2}$

➢ <u>Analyse</u> : On voit encore dans tous ces exercices que la difficulté n'est pas d'appliquer le théorème direct mais d'être certain que l'hypothèse « triangle rectangle » est bien vérifiée : le plus souvent, cette condition est « cachée » dans l'énoncé et il faut la prouver auparavant.

Par exemple, on ne vous livrera pas directement un triangle rectangle tout cuit sur un plateau, mais on vous servira à la place 2 droites perpendiculaires (ce qui indirectement donne un triangle rectangle !).

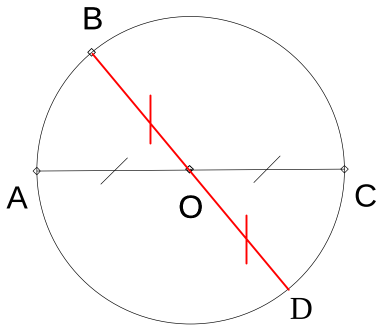
Inversement, qu'en est-il d'un triangle inscrit dans un cercle et dont un des côté est un diamètre de ce cercle ? Est-il rectangle ? Aargh, le suspense est à son comble.

Il faut pour cela étudier le problème réciproque. C'est justement ce qu'on va faire dans ce qui suit.

IV. THEOREME TRCC RECIPROQUE (INDIRECT).

A. Activité 3 p.170 (Diabolo Maths 4ème 2006) :

- Décor : Soit $\mathcal{C}_{[AC]}$, un cercle de diamètre [AC] et B un point sur $\mathcal{C}_{[AC]}$, *distinct de A et C* (voir figure ci dessous). Quelle semble être la nature de ABC ? *ABC semble rectangle en B.*
- L'idée est la suivante : plutôt que de montrer directement qu'ABC est rectangle en C, on va prouver que ABC est « la moitié » d'un rectangle. Et le tour sera joué !



① Soit D le symétrique de B par rapport à O (*le placer*).

Puisque D *symétrique* de B par rapport à O,

alors O est le milieu de *[BD].*

Donc *[BD]* est aussi un diamètre du cercle.

② Prouvons que ABCD est un *rectangle* :

Puisque $\left\{ \begin{array}{l} AC = BD \\ O \text{ milieu commun de [AC] et [BD]} \end{array} \right\}$ alors ABCD est un rectangle.

Rappel : un quadrilatère ayant ses deux diagonales se coupant en leur milieu et de même longueur est un *rectangle.*

③ Puisque ABCD est un rectangle alors (AB) ⊥ *(BC).*

Donc ABC triangle *rectangle en B* CQFD.

On vient de prouver le théorème réciproque suivant :

B. Théorème TRCC réciproque :

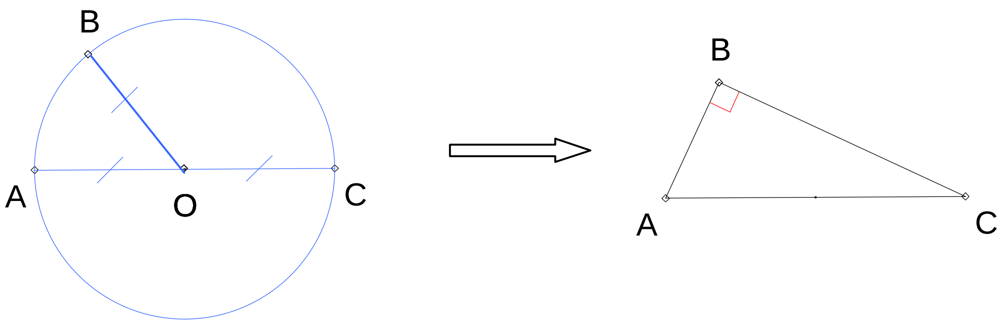
Réciproque de TRCC :

	(2 données ou hypothèses)		(1 résultat ou conclusion)
Quand	① B ∈ $\mathcal{C}_{[AC]}$ ② B distinct de A et de C	alors	ABC est un triangle rectangle en B

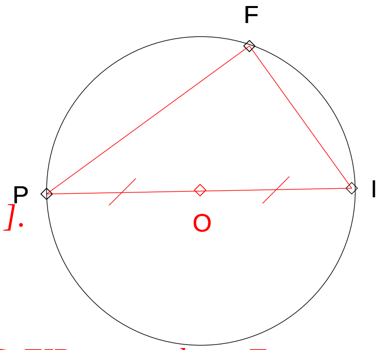
Autrement dit : Lorsqu'un triangle est inscrit dans un cercle avec un de ses 3 côtés comme diamètre de ce cercle, alors ce triangle est rectangle.

Utilité : Ce théorème sert à prouver qu'un triangle est *rectangle.*

Figure :



- <u>Exercices TRCC réciproque</u> :



① Placer un point P sur le cercle. Placer I, le symétrique de P par rapport à O.

Placer un troisième point F sur le cercle, distinct de P et I.

Montrer que (FP) $\perp$ (FI).

- *Puisque I symétrique de P par rapport à O, alors O est le milieu de [PI].*

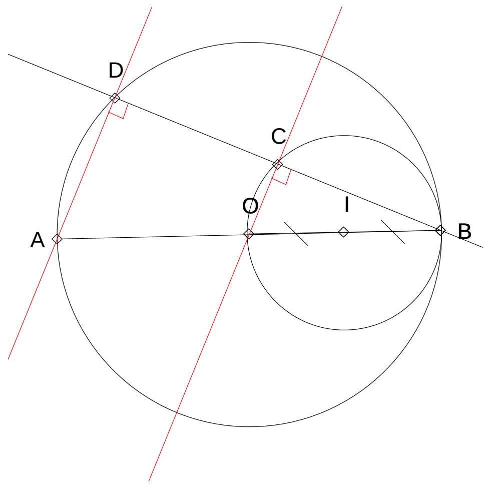
Donc [PI] est un diamètre du cercle.

- *Puisque* $\begin{cases} ①\ F \in \mathcal{C}_{[PI]} \\ ②\ F \text{ distinct de P et de I} \end{cases}$, *alors, d'après la réciproque de TRCC, FIP rectangle en F.*

Donc (FI) $\perp$ (FP).

<u>Analyse</u> : Encore une fois, la difficulté n'est pas d'appliquer le théorème réciproque mais d'être certain que les 2 hypothèses « diamètre + 3$^{\text{ème}}$ point sur le cercle » sont bien vérifiées.

Dans l'exercice précédent, la condition « diamètre » était « cachée » dans l'énoncé : ce diamètre provenait en fait de la construction du symétrique I par rapport à O, ce qu'il ne fallait pas oublier de justifier !



② Sur cette figure, on a : O milieu de [AB] et I milieu de [OB].

C est sur le « petit » cercle. La droite (CB) recoupe le « grand » cercle en D.

Montrer que (AD) // (OC).

- *Puisque* $\begin{cases} ①\ C \in \mathcal{C}_{[OB]} \\ ②\ C \text{ distinct de O et de B} \end{cases}$, *alors, d'après la réciproque de TRCC, COB rectangle en C.*

Donc (CO) $\perp$ (CB).

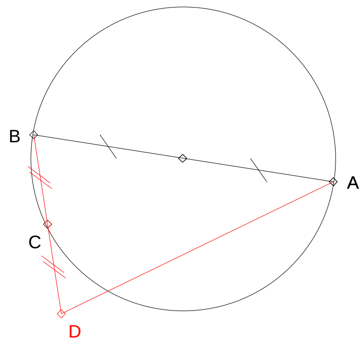
- *Puisque* $\begin{cases} ①\ D \in \mathcal{C}_{[AB]} \\ ②\ D \text{ distinct de A et de B} \end{cases}$, *alors, d'après la réciproque de TRCC, ABD rectangle en D.*

Donc (AD) $\perp$ (DB).

- *Puisque* $\begin{Bmatrix} (CO) \perp (CB) \\ (AD) \perp (DB) \end{Bmatrix}$ *alors (CO) // (AD).*

③ Sur la figure, C est sur le cercle. Construire D, le symétrique de B par rapport à C.

1. Prouver que (AC) $\perp$ (BD).
2. Prouver que AB = AD.



1. Puisque $\begin{cases} ①\ C \in \mathcal{C}_{[AB]} \\ ②\ C \text{ distinct de A et de B} \end{cases}$, *alors, d'après la réciproque de TRCC, ABC rectangle en C.*

Donc (AC) $\perp$ (BC).

2. Puisque D symétrique de B par rapport à C, alors C milieu de [BD].

Puisque $\left\{\begin{matrix}\text{C milieu de [BD]}\\ \text{(AC)} \perp \text{(BD)}\end{matrix}\right\}$ *alors (AC) médiatrice de [BD].*

Puisque A est sur la médiatrice de [BD], alors A équidistant de B et D.

Donc ABD est un triangle isocèle en A.

Donc AB = AD.

C. Deux conséquences importantes du Théorème TRCC réciproque :

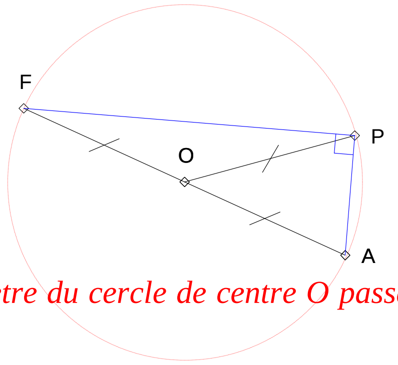
❶ Lorsque le milieu d'un côté d'un triangle est *équidistant* de ses 3 sommets, alors ce triangle est *rectangle.*

❷ Lorsque le centre du cercle *circonscrit* à un triangle est en même temps le milieu d'un côté, alors ce triangle est *rectangle.*

➢ Exercices :

① Sur la figure codée suivante, on sait que A, O et F sont alignés.

Montrer que PAF est un triangle rectangle.



D'après le codage, P, A, et F sont équidistants de O.

Donc ces 3 points sont sur un cercle de centre O.

Toujours d'après le codage, puisque O milieu de [FA], alors [FA] diamètre du cercle de centre O passant par P, A et F.

Puisque $\left\{\begin{matrix}\text{① P} \in \mathcal{C}_{[AF]}\\ \text{② P distinct de A et de F}\end{matrix}\right.$, alors, d'après la réciproque de TRCC, PAF rectangle en P.

② N°17-39-54 p.177 à 181 ; N°64 et 67 p.183 à faire sur le cahier d'exercices.

D. Remarque finale :

Puisque la propriété du triangle rectangle avec son cercle circonscrit (à savoir que son hypoténuse est un diamètre de son cercle circonscrit) et sa réciproque sont toutes les deux vraies, alors cette propriété est **caractéristique** des triangles rectangles : elle est vraie pour eux et pour eux seulement !

Nous allons voir dans le cours qui suit une autre propriété (sur les longueurs cette fois) qui va encore caractériser les triangles rectangles : le célèbre Théorême de Pythagore.

V. POUR PREPARER LE TEST ET LE CONTROLE.

A. Je dois savoir :

- Remplissez ce tableau :

	A refaire	A revoir	Maîtrisé
Médiatrice : construction, propriété métrique caractéristique.			
Cercle circonscrit : définition et construction.			
Théorème version directe.			
Conséquences théorème version directe.			
Théorème version réciproque.			
Conséquences théorème version réciproque.			
La différence entre hypothèses et conclusions.			
Rédiger une preuve claire et structurée.			

- **Pour préparer le test et le contrôle : Livre (Diabolo Maths 4$^{\text{ème}}$ Hachette 2006) p.178 et 184.**

B. Conseils :

- Ne pas oublier que : la symétrie axiale induit la médiatrice donc milieu + angle droit (codage !).
  La symétrie centrale induit le milieu (codage !).
- Dés que vous voyez « cercle + triangle » : penser à TRCC (direct ou réciproque).
- Bien apprendre les conséquences de TRCC direct et TRCC réciproque.
- Au risque de me répéter, je rappelle que la principale difficulté n'est pas d'appliquer un théorème, mais de bien vérifier que les hypothèses sont bien réalisées :

- soit elles sont livrées directement dans l'énoncé : cas le plus heureux ! Ne rêvons pas, c'est assez rare.
- soit elles sont codées sur la figure de l'énoncé : cas un peu moins direct que le précédent.
- soit elles ont été prouvées dans des questions précédentes : il faut toujours bien regarder l'enchaînement des questions.
- enfin *le cas le plus général* où les hypothèses ne sont ni dans l'énoncé, ni codées sur la figure, ni prouvées dans des questions précédentes. Dans ce cas, il faut retrousser ses manches et prouver au préalable chaque hypothèse dont on a besoin.

- Appliquez RIGOUREUSEMENT les théorèmes, sans dévier d'un signe !

Soyez à peu prés sûr à 99,9% qu'un théorème appliqué de manière plus ou moins « libre », devient faux !

- Ecrivez les hypothèses en colonnes, avec une accolade quand il y en a plusieurs, pour tout de suite voir le nombre d'hypothèses.
- Précision : triangle rectangle où ?
- Attention aux notations (droites, segments, cercles etc.).
- Figures : codez bien les données de l'énoncé seulement ; utilisez de la couleur.

C. Erreurs fréquentes :

- TRCC direct : Oublier de vérifier que le triangle est rectangle.
- TRCC réciproque :
  - Il faut que 2 points forment **un diamètre** du cercle circonscrit.
  - Oublier de vérifier et dire que le 3ème point est **distinct** des 2 autres qui forment le diamètre.
- Sur les théorèmes en général :
  - Non sus ou mal appliqués : hypothèses manquantes ou non prouvées auparavant.
  - Beaucoup confondent appliquer et réciter : plutôt que blablater ou (mal) réciter, appliquez RIGOUREUSEMENT, au mot prés, les théorèmes en appliquant les méthodes vues en cours.
  - On n'utilise pas les mots « si » « quand » »lorsque » quand on commence une preuve : **une preuve est une affirmation et non une supposition** ! Donc preuve en « puisque » ou « comme ».
  - Les preuves en « car » sont interdites : on ne répond jamais en premier à une question, on justifie d'abord ! Donc preuve en « puisque » ou « comme ».

D. Fiche de révision à faire :

Quelle est la seconde partie de ce contrat double ? *Le Théorème de Pythagore.*