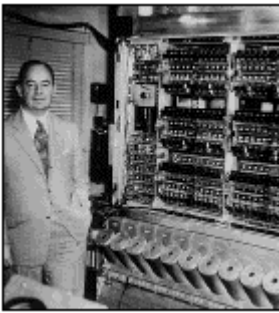


# LONGUEURS DANS LE TRIANGLE RECTANGLE : THEOREME DE PYTHAGORE



Von Neumann posant devant l'un des tous premiers ordinateurs.

« En Mathématiques, on ne comprend pas les choses, on s’y habitue. »<sup>1</sup>

« Si quelqu'un croit que les mathématiques sont difficiles, c'est simplement qu'il ne réalise pas comme la vie est complexe ! »

John Von Neumann<sup>2</sup>

**I. Un peu d'histoire.** \_\_\_\_\_ **2**

**II. Théorème de Pythagore, version directe.** \_\_\_\_\_ **3**

**III. Réciproque du Théorème de Pythagore.** \_\_\_\_\_ **8**

**IV. Exercices récapitulatifs sur Pythagore et TRCC.** \_\_\_\_\_ **10**

**V. Comment choisir le bon théorème ?** \_\_\_\_\_ **12**

**VI. Pour préparer le test et le contrôle.** \_\_\_\_\_ **13**

- **Matériel :** Matériel de géométrie ; Calculatrice scientifique ( touche «  $\sqrt{\quad}$  » ).
- **Pré-requis** pour prendre un bon départ :

Géométrie du triangle rectangle : hypoténuse, angles aigus complémentaires etc.				
Notation $x^2$ (« x au carré »). Exemples : $5^2 = \dots\dots$ $(-7)^2 = \dots\dots$ $-7^2 = \dots\dots$				
Méthode pour vérifier une égalité.				
Trouver un nombre inconnu dans une addition ou dans une soustraction.				
Valeur exacte, valeur approchée, arrondis.				

<sup>1</sup> Cette citation n’engage que son auteur ! Je vous avoue que je ne suis pas toujours d’accord.

<sup>2</sup> John Von Neumann (1903-1957) : Mathématicien hongrois naturalisé américain. Père de la Théorie des Jeux en 1944, il a grandement contribué à la naissance de l’informatique moderne. Il a conçu l’architecture de Von Neumann utilisée dans tous les ordinateurs modernes et a étudié les automates cellulaires afin de construire les premiers exemples d'automates autoreproductibles. Son modèle de calculateur, où la même mémoire sert à conserver les programmes et les données, est resté à la base de la conception des ordinateurs jusqu'au début de la décennie 1990, où l'on commença à traiter les deux types de données dans des antémémoires différentes.

## I. UN PEU D'HISTOIRE.

### A. Qui était Monsieur Pythagore ?

- Pythagore était un **mathématicien grec de la fin du 6<sup>ème</sup> siècle. av. J.C.** Il serait né au large des côtes turques.

Il fonda l'école des Pythagoriciens qui était en fait une secte de 220 membres environ. Elle dura 1 500 ans. Elle avait des activités religieuses, philosophiques, mathématiques et politiques. Leur devise était « **Toutes choses sont des nombres** ». Toutes leurs découvertes scientifiques étaient rapportées à Pythagore ! Il est donc impossible de distinguer les inventions de Pythagore de celles de ses disciples.

- Il fut l'élève de **Thalès**. Comme pour ce dernier, on ne dispose d'aucune œuvre car, à cette époque, l'enseignement était oral. On ne sait donc pas si Pythagore a démontré le théorème qui porte son nom !

➤ La mort de Pythagore semble étrange. Voici la version la plus répandue : un jour, sa maison fut incendiée par ses ennemis. Plusieurs de ses disciples furent tués. Pythagore lui même se sauva pour se retrouver dans un champ de haricots. Il s'arrêta et déclara qu'il préférerait être tué plutôt que de traverser le champ de haricots. Ses poursuivants le prirent au mot et lui tranchèrent la gorge. ☹



### B. Les Pythagoriciens :

Ils ont découvert entre autres :

- Le raisonnement par l'absurde.
- Les premières démonstrations sur l'irrationalité de  $\sqrt{2}$  (on ne peut pas écrire  $\sqrt{2}$  sous forme d'une fraction) et sur la somme des 3 angles d'un triangle.
- Les premières classifications des nombres en nombres pairs et impairs ainsi que les règles :
 

<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ pair + pair = pair</li> <li>▪ impair + impair = .....</li> <li>▪ pair + impair = .....</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ pair × pair = .....</li> <li>▪ pair × impair = pair</li> <li>▪ impair × impair = impair</li> </ul>
--	---
- Ils construisirent 3 polyèdres réguliers : le cube, le tétraèdre et le dodécaèdre (un polyèdre régulier est un solide dont toutes les faces sont toutes un même polygone régulier : par exemple toutes des triangles équilatéraux, ou toutes des carrés, ou toutes des pentagones réguliers etc.). Platon avait démontré qu'il n'existait que cinq polyèdres réguliers dans l'espace, les deux autres étant l'octaèdre et l'icosaèdre.

### C. Historique du Théorème de Pythagore :

- Des textes gravés sur une tablette d'argile montrent que le Théorème de Pythagore était **connu des Babyloniens** dès 1800 – 1650 av. J.C soit 1000 ans avant Pythagore !

Précisons que les Babyloniens ne connaissaient pas le théorème sous sa forme générale mais utilisaient ce qu'on appelle des triplets pythagoriciens (voir p.9).

- Ce fameux « Théorème de Pythagore » **eut au fil du temps différents noms** : « Théorème de la mariée » chez les Grecs ; « Chaise de la mariée » chez les Hindous, « Figure de l'épousée » chez les Perses pour la réciproque du Théorème de Pythagore. Au début du XX<sup>e</sup> siècle, il fut appelé par les lycéens le « Pont-aux-ânes de la géométrie » : c'était soit disant une connaissance permettant de juger de l'intelligence de quelqu'un. Son nom actuel ne date que du milieu du XX<sup>e</sup> siècle.

- Et maintenant, voyons ce fameux théorème. Place aux Maths ! Vive les ..... !

## II. THEOREME DE PYTHAGORE, VERSION DIRECTE.

➤ Soit ABC le triangle rectangle en B ci contre.

Calculer d'une part :  $CA^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

Calculer d'autre part :  $BC^2 + BA^2 = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$   
 $= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$   
 $= \dots\dots\dots$

Que remarquez vous ?  $CA^2 \dots\dots\dots BC^2 + BA^2$

➤ Soit maintenant le triangle ABC ci contre :

Calculer d'une part :  $CA^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

Calculer d'autre part :  $BC^2 + BA^2 = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$   
 $= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$   
 $= \dots\dots\dots$

Que remarquez-vous ?  $CA^2 \dots\dots\dots BC^2 + BA^2$

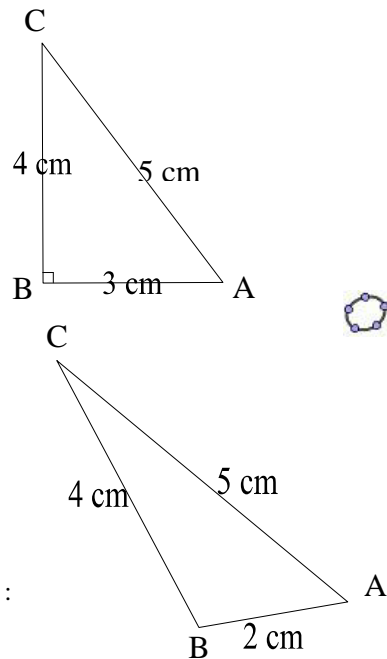
Je ne vous étonnerai pas si je vous affirme que, de même, après calculs, on aurait aussi :

$AB^2 + AC^2 \neq BC^2$  et  $CA^2 + CB^2 \neq AB^2$

Ainsi, quand  $CA^2 \neq BC^2 + BA^2$ , le triangle ABC vous semble-t-il rectangle ? .....

➤ Cette relation métrique qui semble être vérifiée par les triangles rectangles est-elle un pur hasard ? .....

Bien sûr que non ! Il s'agit en fait du célèbre Théorème de .....



### A. Théorème de Pythagore version directe :

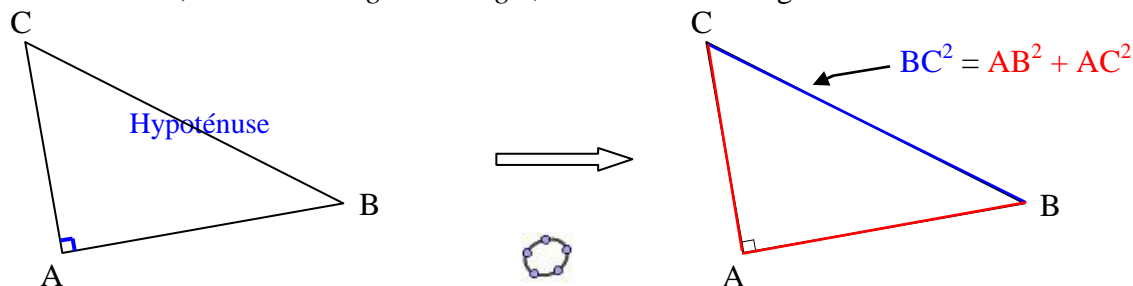
Théorème de Pythagore version directe :

	(... donnée ou hypothèse)		(... résultat ou conclusion)
Quand	ABC est un triangle ..... en A	alors	$BC^2 = AB^2 + AC^2$

*Autrement dit : Lorsqu'un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.*

Utilité : Ce théorème sert, dans un triangle rectangle, à calculer une longueur inconnue.

Figure :



➤ Remarque :

La relation «  $BC^2 = AB^2 + AC^2$  » s'appelle « l'égalité de Pythagore ». Dans cette égalité, **l'hypoténuse au carré doit être isolée !** Les carrés des 2 côtés de l'angle droit forment l'autre membre de l'égalité.

➤ Application : Pour chacun des triangles rectangles suivants, écrire l'égalité de Pythagore correspondante. Faire des croquis pour s'aider !

FAN rectangle en A

OUF rectangle en F

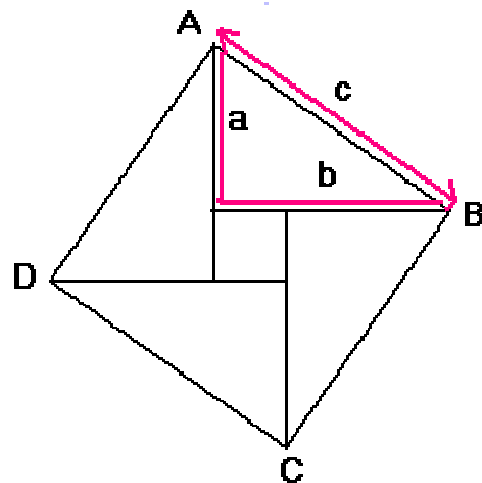
FOL rectangle en O

## B. Quatre preuves du Théorème de Pythagore :

Il existe environ 370 démonstrations de ce théorème !

① La plus ancienne est une démonstration chinoise :

➤ On démontre d'abord facilement par des considérations d'angles que le polygone ABCD ci-contre est un carré.



➤ Puis, on calcule l'aire du carré ABCD de deux façons :

1<sup>ère</sup> façon : en considérant le grand carré ABCD :

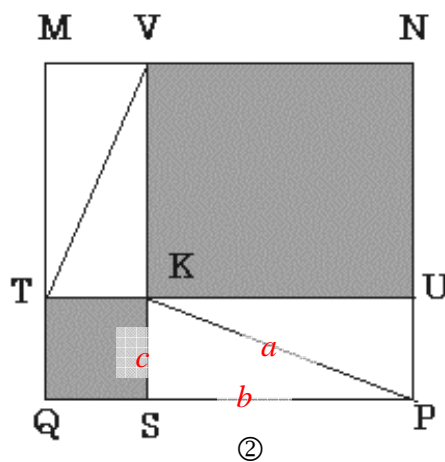
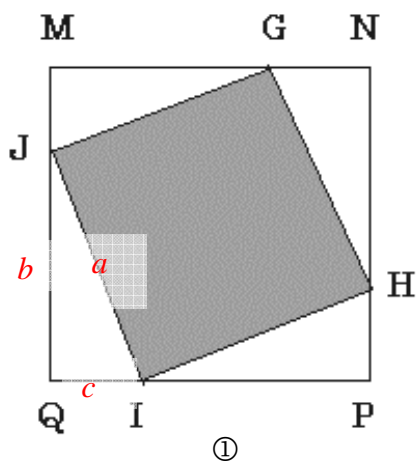
$$\text{Aire (ABCD)} = \dots \times \dots = c^2$$

2<sup>ème</sup> façon : en considérant le découpage intérieur :

$$\begin{aligned} \text{aire(ABCD)} &= 4 \times \boxed{\begin{array}{c} \text{aire d'un triangle} \\ \text{rectangle} \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \text{aire du petit carré au} \\ \text{milieu de côté (b-a)} \end{array}} \\ &= 4 \times \frac{\dots\dots\dots}{2} + (\dots\dots\dots)^2 \\ &= 2ab + a^2 + b^2 - 2ab \text{ (admis)} \\ &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

Finalement, en regroupant les résultats des 2 calculs, on obtient bien  $\dots + \dots = c^2$  CQFD

② Une autre démonstration géométrique :



➤ On dispose de deux façons (voir les deux figures ① et ②) 4 triangles rectangles blancs de longueur a pour l'hypoténuse et de longueur b et c pour les côtés de l'angle droit.

➤ Tout d'abord, on arrive facilement à démontrer que JGHI est un carré (on utilise le fait que, dans un triangle rectangle, les deux angles aigus sont complémentaires).

➤ Puis, on remarque que dans chaque figure, les aires en blanc sont évidemment  $\dots\dots\dots$

Donc Aire grisée dans ① = Aire grisée dans ②

C-à-d Aire du carré  $\dots\dots\dots$  = Aire du carré  $\dots\dots\dots$  + Aire du carré  $\dots\dots\dots$

Finalement  $\dots\dots\dots$  =  $\dots\dots\dots$  +  $\dots\dots\dots$  CQFD

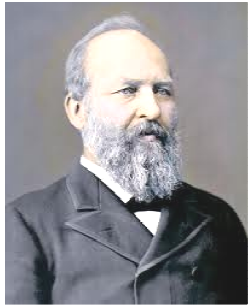
③ **Plein d'autres belles démonstrations de Pythagore par découpage sur [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org).**



④ Démonstration du grand Euclide (mathématicien grec du VI<sup>ème</sup> s. av. JC) :

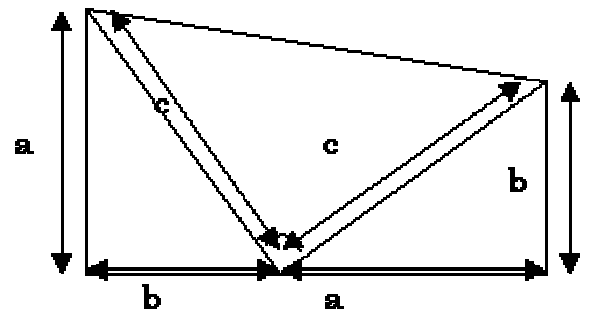
Le film de cette démonstration est visible sur [mathkang.org](http://mathkang.org), rubrique « Maths&Malice ». Je vous invite à la regarder chez vous.

⑤ Démonstration par Garfield en 1876 :



Garfield était le 20<sup>ème</sup> président des Etats-Unis. Il s'est inspiré de la démonstration des Chinois.

Voici la figure sur laquelle il s'est appuyé. Sa démonstration repose sur l'aire du trapèze calculée de deux manières.



C'en est fini pour les démonstrations !

### C. Utilisation du Théorème de Pythagore, version directe :

Soit ABC rectangle en A tel que AB = 5 cm et AC = 2 cm (voir figure ci-dessous). On veut calculer BC.

On sait que ABC est rectangle en A et on connaît les deux longueurs AB et AC.

Grâce au théorème de Pythagore, on va pouvoir trouver cette troisième longueur inconnue BC.

#### METHODE : Calculer une 3<sup>ème</sup> longueur dans un triangle rectangle (..... étapes) grâce à Pythagore.

❶ Préliminaire : A-t-on bien un triangle rectangle ?

On s'assure d'abord qu'on a bien un triangle rectangle :

Si non, on le prouve auparavant ! Si oui, on repère l'hypoténuse : ici c'est [BC].

Cette étape ❶ est souvent oubliée par les élèves qui appliquent le théorème de Pythagore direct sans être certain (par l'énoncé, le codage, ou une preuve qui précède) que le triangle soit rectangle ! Vilains !

❷ On applique rigoureusement le Théorème de Pythagore direct de la p.3 :

Puisque ABC rectangle en A, alors, d'après le théorème de Pythagore direct, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Egalité de Pythagore avec l'hypoténuse isolée à gauche.

$$BC^2 = \dots + \dots$$

On calcule les carrés connus.

$$\text{donc } BC^2 = \dots$$

On en déduit la valeur exacte de  $BC^2$ .

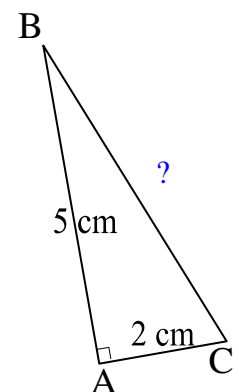
$$\text{d'où } BC = \sqrt{29} \text{ cm valeur exacte}^3$$

On trouve finalement la valeur exacte de BC.

$$BC \approx \dots \text{ cm}$$

Avec la touche  $\sqrt{\quad}$  de la calculatrice, on a un arrondi de BC (ici au  $1/10^{\text{ème}}$ ).

La troisième longueur BC mesure exactement  $\sqrt{29}$  cm soit environ 5,4 cm.



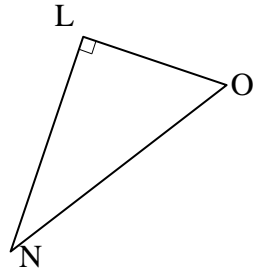
<sup>3</sup>  $\sqrt{29}$  se lit « racine carrée de 29 » : c'est le nombre positif qui a pour carré 29. Autre exemple  $\sqrt{9} = 3$  car le carré de 3 est 9 ( $3 \times 3 = 9$ ).

### 1. Application ① : Calculer la longueur de l'hypoténuse.

Soit NOL un triangle rectangle en L, avec  $LO = 2$  et  $LN = 3$ . Calculer la longueur de l'hypoténuse ON.

- ❶ Faire d'abord un croquis. Y reporter les longueurs connues et placer un « ? » pour la longueur inconnue.
- ❷ En appliquant exactement, AU MOT PRES, la méthode vue p.5, calculer ON (valeur exacte en cm, puis arrondi au mm).

Puisque



### 2. Application ② : Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit.

Soit un triangle rectangle dont on connaît l'hypoténuse et l'un des côtés de l'angle droit.

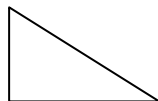
On veut trouver la longueur de l'autre côté de l'angle droit. Méthode :

- ❶ Faire d'abord un croquis. Reporter sur ce croquis les longueurs connues et le « ? ».
- ❷ En appliquant rigoureusement la méthode vue p.5, trouver la valeur demandée.

- ABC rectangle en A avec  $AB = 3$  et  $BC = 5$

Trouver la longueur AC (valeur exacte).

Puisque



- BOL rectangle en B avec  $LO = 7$  et  $BO = 4$

Calculer la longueur BL (valeur exacte).

Puisque

## D. Conséquence du Théorème de Pythagore version directe :

Quand le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle est DIFFÉRENT de la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle NE PEUT PAS être rectangle

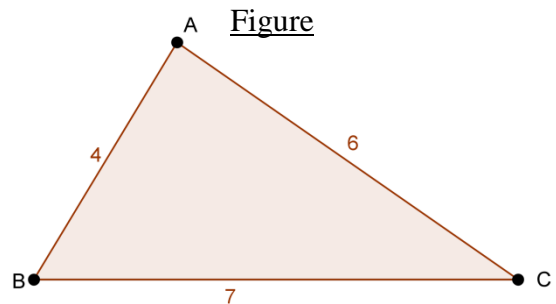
1) Application Soit le triangle ABC ci-contre tel que :

$AB = 4$  cm ;  $AC = 6$  cm et  $BC = 7$  cm.

Semble-t-il rectangle ? ..... Où ? .....

En fait, les apparences sont trompeuses !

On va montrer dans ce qui suit que ce triangle n'est pas rectangle !



Il s'agit en fait de vérifier si  $BC^2$  (*BC est la plus grande longueur*) est égale ou différente de  $AB^2 + AC^2$ .

Pour vérifier s'il y a égalité ou non, on applique la méthode vue au contrat 1 en utilisant la formulation :

« D'une part à gauche on a, ....., D'autre part à droite on a, ....., Puisque,..... » et calculs en colonnes !

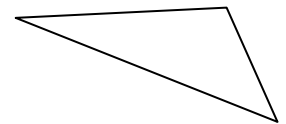
▪ D'une part on a :  $BC^2 =$

▪ D'autre part on a :  $AB^2 + AC^2 =$

▪ Puisque

2) A vous maintenant : le triangle EVA ( $EV = 5$  ;  $EA = 6$  et  $VA = 7$ ) est-il rectangle ? Compléter le croquis pour bien visualiser la situation.

▪ D'une part on a :



### III. RECIPROQUE DU THEOREME DE PYTHAGORE.

#### A. Question :



Inversement, un triangle ABC vérifiant  $BC^2 = AB^2 + AC^2$  est-il forcément rectangle en A ?

Prenons un exemple : Construire le triangle ABC tel que  $AB = 6 \text{ cm}$  ;  $AC = 8 \text{ cm}$  ;  $BC = 10 \text{ cm}$ .

Calculer **d'une part on a**  $BC^2 =$

Figure

Calculer **d'autre part on a**  $AB^2 + AC^2 =$

Quelle égalité vérifie ce triangle ?

ABC vous semble-t-il rectangle ? ..... Où ? .....

Ainsi, le fait que « Lorsque  $BC^2 = AB^2 + AC^2$  alors le triangle ABC semble être rectangle en A », n'est pas un pur hasard ! Il s'agit en fait de la réciproque du Théorème de Pythagore :

#### B. Réciproque du Théorème de Pythagore :

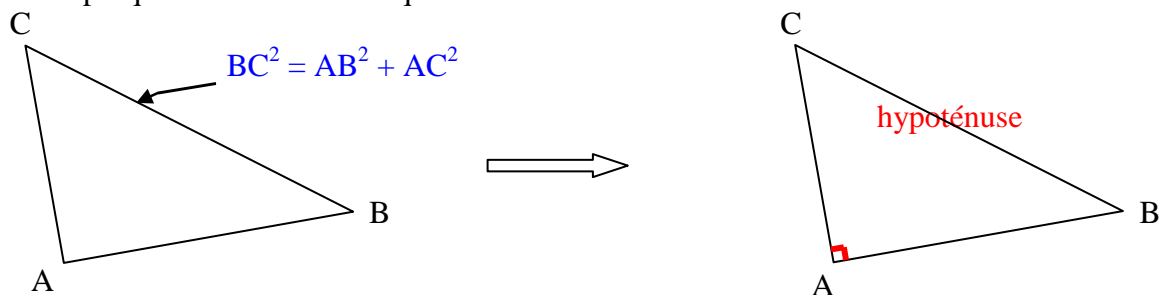
Réciproque du Théorème de Pythagore :

	(..... donnée ou hypothèse)		(..... résultat ou conclusion)
<i>Quand</i>	$BC^2 = AB^2 + AC^2$	<i>alors</i>	ABC est un triangle ..... en A.

*Autrement dit : Lorsque dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle. Le plus grand côté est alors l'hypoténuse.*

Utilité : Cette réciproque sert à démontrer qu'un .....

Figure :





### C. Utilisation de la réciproque de Pythagore :

Soit le triangle MNP tel que :  $MN = 12$  cm,  $MP = 35$  cm et  $NP = 37$  cm. On veut savoir s'il est rectangle.

Peut-on construire ce triangle sur la feuille ? ..... On ne peut donc pas se faire une idée par le dessin !

Et pourtant, grâce aux 3 longueurs données, on va vérifier si ce triangle MNP est rectangle ou non.

Il s'agit là encore de vérifier ou non une égalité  $\Rightarrow$  Méthode vue au contrat 1 avec formulation :

« D'une part, ....., D'autre part, ....., Puisque,..... » et calculs en colonnes !

#### METHODE : Vérifier par les longueurs qu'un triangle est rectangle ou non ( ... étapes).

❶ Croquis ! Puis on repère la plus grande longueur du triangle : pour MNP ci-dessus, c'est ..... (..... cm).

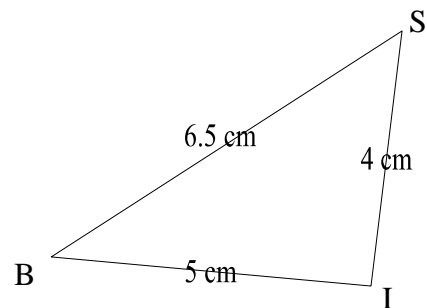
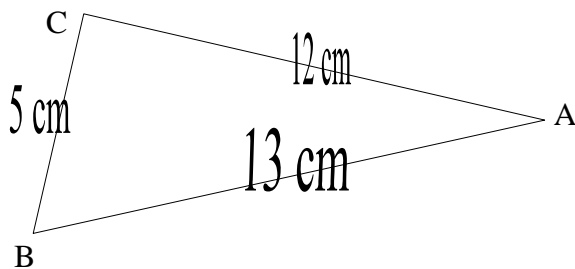
❷ On vérifie par calcul (méthode « d'une part,..., d'autre part,... ») si il y a ou non égalité de Pythagore :

- D'une part on a :  $NP^2 = \dots\dots\dots$
- D'autre part on a :  $MN^2 + MP^2 = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$   
 $= \dots\dots\dots$

❸ On conclut :

Puisque  $NP^2 \dots MN^2 + MP^2$  alors, d'après la réciproque de Pythagore, MNP ..... en M.

➤ Applications :



Ces deux triangles semblent rectangles. Le sont-ils vraiment ? Appliquer RIGOREUSEMENT la méthode !

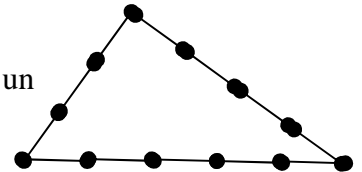
### D. Quelques remarques sur ce fameux Théorème de Pythagore :

1. Soyez précis : rectangle **en quel point** ? Attention aux notations : segment ou longueur ?
2. Puisque le Théorème de Pythagore **ET** sa réciproque sont vrais en même temps, on dit que cette propriété caractérise le triangle rectangle (en plus de celle avec le cercle circonscrit) :

« Les triangles rectangles, et eux seuls dans l’Univers, ont leur carré du plus grand côté = somme des carrés des 2 autres côtés ! »

3. En Mésopotamie, en Inde, et même en Egypte, on utilisait des **cordes à nœuds pour obtenir des angles droits** (pour construire des autels etc.).

Par exemple une corde à 13 nœuds régulièrement espacés permet de tracer un triangle rectangle de longueurs de côtés 3 ; 4 et 5 (les nœuds n°1 et 13 se confondent).



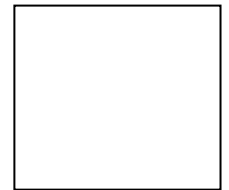
Voici une liste de quelques triplets de nombres entiers vérifiant l’égalité de Pythagore  $a^2 + b^2 = c^2$  :

- ( 3 ; 4 ; 5 )   ( 5 ; 12 ; 13 )   ( 6 ; 8 ; 10 )   ( 7 ; 24 ; 25 )   ( 8 ; 15 ; 17 )   ( 12 ; 16 ; 20 )  
 ( 12 ; 35 ; 37 )   ( 15 ; 20 ; 25 )   ( 15 ; 36 ; 39 )   ( 20 ; 21 ; 29 )   ( 119 ; 120 ; 169 ) etc.

Ces triplets de nombres sont appelés **triplets pythagoriciens** car ils peuvent être les mesures des trois côtés d’un triangle rectangle.

Ces triplets sont connus des maçons qui les utilisent pour « fabriquer » des angles droits.

### IV. EXERCICES RECAPITULATIFS SUR PYTHAGORE.



- Exercice ① : Calculer la longueur de la diagonale d’un carré TCHA dont le périmètre vaut 16 cm. On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième.



- Exercice ② : Passera, passera pas ?      (**à faire à gauche**)

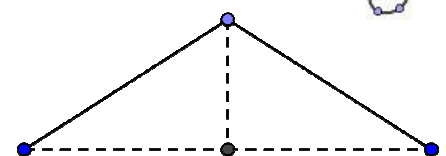
Entre 2 points au sol A et B distants de 100 m, on attache une corde détendue de 101 m.

Pour retendre complètement cette corde de 101 m, on la soulève verticalement en son milieu C.



1. Compléter et coder le schéma ci-contre. Placer H le milieu de [AB].
2. Un bus de 4 m de hauteur veut passer sous la corde en C.

A priori, passera-t-il sans toucher la corde ? .....



Maintenant, en calculant CH par Pythagore, prouver si oui ou non le bus passe sans toucher la corde.

➤ Exercice ③ : Pythagorisme.

Soit un triangle rectangle tel que les 2 côtés de l'angle droit aient pour longueur a et b. Croquis !



Voici un algorithme écrit avec le logiciel Algotbox. Il est constitué de ..... lignes.

A la ligne 9, pow signifie « puissance ». Exemple : pow(13, 2) signifie 13 à la puissance 2, c-à-d  $13^2$ .

A la ligne 10, sqrt signifie « racine carrée ». Exemple : sqrt(5) signifie racine carrée de 5, c-à-d  $\sqrt{5}$ .

```

1  VARIABLES
2  a EST_DU_TYPE NOMBRE
3  b EST_DU_TYPE NOMBRE
4  hyp EST_DU_TYPE NOMBRE
5  aux EST_DU_TYPE NOMBRE
6  DEBUT_ALGORITHME
7  a PREND_LA_VALEUR 3
8  b PREND_LA_VALEUR 4
9  aux PREND_LA_VALEUR pow(a, 2)+pow(b, 2)
10 hyp PREND_LA_VALEUR sqrt(aux)
11 AFFICHERCALCUL hyp
12 FIN_ALGORITHME

```

1. Traduire mathématiquement l'instruction à la ligne 7 : .....
2. Traduire mathématiquement l'instruction à la ligne 9 : ..... Combien vaut aux ? .....
3. Traduire mathématiquement l'instruction 10 : ..... Combien vaut hyp ? .....
4. Quelle valeur va s'afficher après l'exécution de la ligne 11 ? .....
5. A quoi sert cet algorithme ?
6. Modifier cet algorithme pour calculer la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 6 cm et 8 cm.

➤ Exercice ④ : Triangle rectangle et angles.

Soit ABC un triangle tel que  $AB = 6$ ,  $AC = 8$ ,  $BC = 10$  et  $\widehat{CBA} = 30^\circ$ .

1. Faire un croquis.
2. Dans le triangle BAC ci-contre, montrer que  $\widehat{BAC} = 90^\circ$ .
3. Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{BCA}$ .

➤ Exercice ⑤ : « Hello Papa Tango Charlie » (Mort Shuman 1976).

Le vol HPTC relie les villes de Paris et Tananarive<sup>4</sup> distantes de 9 500 km, par vol direct (en ligne droite).

Au dessus du Kilimandjaro<sup>5</sup>, qui se trouve à 6 000 km de Paris, le pilote annonce son altitude à la tour de contrôle de Tananarive : « Allô ici vol Hello Papa Tango Charlie. Survolons le majestueux Kilimandjaro à 10 000 m d'altitude. Pouvez-vous nous indiquer la distance restante ? A vous. »

Quelle distance va annoncer le contrôleur de Tananarive ? (valeur exacte puis arrondie au m)



Le Kilimandjaro et ses neiges éternelles qui auront bientôt disparu du fait du réchauffement climatique.

<sup>4</sup> Tananarive (Antananarivo en malgache) : capitale de Madagascar.

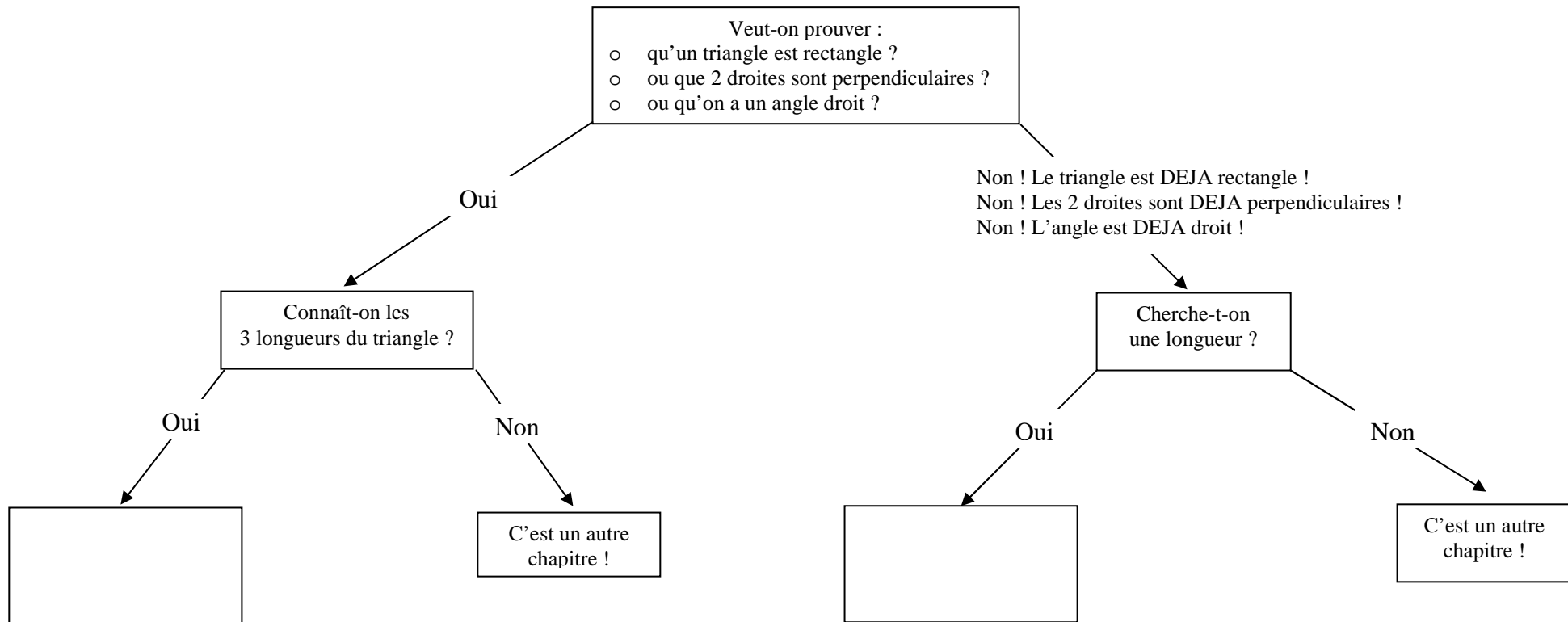
<sup>5</sup> Le Kilimandjaro est le point culminant du continent africain : 5 895 mètres.

## V. COMMENT CHOISIR LE BON THEOREME ?

Pythagore direct ? Pythagore réciproque ? Comment sélectionner le bon théorème ? Que de questions !

Voici un petit arbre de décision qui pourrait bien vous aider.

Remplir les cases vides avec « Pythagore Direct » ou « Pythagore Réciproque ».



On voit encore que la difficulté n'est pas tant d'appliquer le Théorème de Pythagore version directe ou réciproque, que d'être certain que les hypothèses soient bien vérifiées :

- « triangle rectangle » pour la version directe.
- « relation entre les carrés des longueurs » pour la version réciproque.

Le plus souvent, ces conditions sont « cachées » dans l'énoncé et il faut les prouver auparavant.

## VI. POUR PREPARER LE TEST ET LE CONTROLE.

Faire *en temps limité* les évaluations des années précédentes sur mon site ([//yalmaths.free.fr](http://yalmaths.free.fr), espace 4<sup>ème</sup>, TRCC & Pythagore). Comparer avec les corrigés. Refaire si besoin !

### A. Choisir la bonne version du théorème de Pythagore :

Cocher la bonne case.

	on peut appliquer :	
	Pythagore direct	Pythagore réciproque
Pour montrer qu'un triangle est rectangle ou que 2 droites sont perpendiculaires ou qu'on a un angle droit,		
Pour calculer la troisième longueur d'un triangle rectangle,		
Quand on connaît 3 longueurs dans un triangle,		
Quand on connaît 2 longueurs dans un triangle rectangle,		

### B. Conseils :

- Ne pas oublier que : la symétrie axiale induit la médiatrice donc milieu + angle droit (codage !).

La symétrie centrale induit le milieu (codage !).

- Au risque de me répéter, je rappelle que la principale difficulté n'est pas d'appliquer un théorème, mais de bien vérifier que les hypothèses sont bien réalisées :

- soit elles sont livrées directement dans l'énoncé : cas le plus heureux ! Ne rêvons pas, c'est assez rare.
- soit elles sont codées sur la figure de l'énoncé : cas un peu moins direct que le précédent.
- soit elles ont été prouvées dans des questions précédentes : bien regarder l'enchaînement des questions.
- enfin *le cas le plus général* où les hypothèses ne sont ni dans l'énoncé, ni codées sur la figure, ni prouvées dans des questions précédentes, dans ce cas, il faut retrousser ses manches et prouver au préalable chaque hypothèse dont on a besoin.

- Appliquez RIGOUREUSEMENT les théorèmes, sans dévier d'un signe !

Soyez à peu près sûr à 99,9 % qu'un théorème appliqué de manière plus ou moins « libre », devient faux !

- Ecrivez les hypothèses en colonnes, avec une accolade quand il y en a plusieurs, pour tout de suite voir le nombre d'hypothèses.
- Précision : rectangle en quel point ?
- Attention aux notations (droites, segments, cercles etc.).
- Figures : codez bien les données de l'énoncé ; utilisez de la couleur.

### C. Erreurs fréquentes :

- Sur Pythagore direct ou réciproque :

- Pour Pythagore direct :

Mal écrire l'égalité de Pythagore : l'hypoténuse<sup>2</sup> est seule d'un côté de l'égalité.

L'hypothèse « triangle rectangle » est souvent oubliée.

- Pour la réciproque : c'est le plus grand côté au carré qu'on calcule seul d'une part !
- Beaucoup de confusion entre Pythagore direct et sa réciproque :  
Pour Pythagore direct, on affirme d'abord que le triangle est rectangle.  
Pour la réciproque, on utilise « d'une part... d'autre part... puisque ».
- Confondre le carré de AB et le double de AB : lorsque  $AB = 5$ ,  $AB^2 = \dots\dots\dots$  et non  $10$  !

lorsque  $AB^2 = 36$ ,  $AB = \dots\dots\dots$  et non  $18$  !

➤ Sur les théorèmes en général :

- Non sus ou mal appliqués : hypothèses manquantes ou non prouvées auparavant.
- Beaucoup confondent appliquer et réciter : plutôt que de blablater ou de (mal) réciter, appliquez RIGOREUSEMENT, au mot près, les théorèmes en utilisant les méthodes vues en cours.
- On n'utilise pas les mots « si », « quand » ou « lorsque » quand on commence une preuve : une preuve est une **affirmation** et non une supposition ! Donc une preuve commence par « puisque » ou « comme ».
- Les preuves en « car » sont interdites : on ne répond jamais en premier à une question, on justifie d'abord ! Donc preuve en « puisque » ou « comme ».
- Confusion entre valeurs exactes et valeurs approchées.

## D. Remplir le tableau de compétences sur la fiche de contrat :



Quel est l'intitulé du prochain contrat ? .....

Perles du Bac 2007 : « Une racine carrée en fait n'est pas vraiment une racine et n'est pas de forme carrée. ».

Perles du Bac 2003 : « Une racine carrée est une racine dont les quatre angles sont égaux. ».