Corrigé TEST T2 TRCC ; PYTHAGORE (50')

Compte rendu :

- *Calculs : Enormément de fautes de priorités, de signe et de calcul élémentaire type (-1) × (-2) ou -1 + 2 etc. !*

  Notation « a² » à revoir : $(-3)^2$= ….. ? $(-7)^2$ = …….. ? -7^2 = …….. ?

  Calculez directement les mini-produits de type « 2ab », dit 1 000 fois et répété ! Ceux qui ne veulent pas le faire ont toujours faux.

- *Le gros morceau : les 4 théorèmes :*
  - *Quand on vous donne 3 longueurs dans un triangle ⇒……………………………………..*

    Avec la méthode en « d'une part…, d'autre part ».
  - *Quand on cherche une longueur dans un triangle rectangle ⇒…………………………………………..*
  - *Beaucoup de confusion entre Pythagore direct et sa réciproque.*
  - ***L'hypothèse « triangle rectangle » est souvent oubliée pour Pythagore direct.***
  - *TRCC direct n'est pas su en général.*
- *Plus généralement sur les théorèmes ou propriétés :*
  - *Les théorèmes ne sont pas sus ou mal appliqués : hypothèses manquantes ou non prouvées auparavant.*
  - *Ecrivez les hypothèses en colonnes avec une accolade pour tout de suite voir le nombre d'hypothèses.*
  - *Appliquez RIGOUREUSEMENT, au mot prés, les théorèmes en appliquant les méthodes vues dans le cours.*

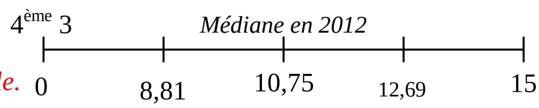
    Je n'arrive toujours pas à comprendre pourquoi certains veulent faire à leur sauce : « compliquée, incompréhensible et fausse » plutôt qu'appliquer les méthodes vues en classe : « simples, claires et justes » !
  - *Les preuves en « car » sont interdites : on ne répond jamais en premier à une question, on justifie d'abord !*
  - ***Vous devez citer le nom du théorème utilisé.***
  - *Pas de « alors » en bout de ligne.*

Les notations (droite, segment, longueurs) !

Soyez précis : rectangle où ? Donnez les noms des objets dont vous parlez.

Avoir son matériel ! Vous n'aurez pas le droit d'emprunter le matériel au contrôle.

Relisez votre copie.



Refaites ce test rigoureusement et entraînez vous sur les évaluations des années précédentes.

Médiane : 10,25 /18 en 2011 : 10 sur 16 en 2010 ; 7,6 sur 17,5 en 2009 ; 7,5 sur 18 en 2008.

➢ Exercice n° 1 (………………..…… / 3 points) : Un peu de calcul n'a jamais fait de mal !

A = -3 + 3 (-3 + 3 ÷ (-3) + 3) (…….. / 1,5 pts)

= -3 + 3 (-3 − 1 + 3)

= -3 + 3 × (-1)

= -3 − 3

= -6

B = a² – 2ab + b² avec a = -5 et b = -1 (…….. / 1,5 pts)

= 25 – 10 + 1

= 16

- <u>Exercice n° 2 (…………………….. / 2 points)</u> : Questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque affirmation, trois choix vous sont proposés dont un seul est juste. **L'entourer.**

Barème : Bonne réponse = + 0,5 pts Sans réponse = 0 pt Mauvaise réponse = – 0,25 pts

Les scores finaux négatifs sont ramenés à une note de 0 / 2.

Croquis ou pas croquis ?

Affirmations	*Choix 1*	*Choix 2*	*Choix 3*
① Si OUF est un triangle rectangle en F, alors :	$OU^2 = UF^2 + FO^2$	$OF^2 = UO^2 + FU^2$	$UF^2 = FO^2 + UO^2$
② Soient un triangle DEF tel que $DE^2 + EF^2 = FD^2$. Alors :	(DE) ⊥ (DF).	(DE) ⊥ (EF).	(DF) ⊥ (EF).
③ Si un triangle est rectangle, alors :	son cercle circonscrit a pour rayon l'hypoténuse.	son cercle inscrit a pour diamètre l'hypoténuse.	le milieu de l'hypoténuse est équidistant des 3 sommets du triangle.
④ Si $A \in \mathcal{C}_{[BC]}$, alors :	ABC est forcément quelconque.	ABC est forcément rectangle.	ABC peut être rectangle.

<u>Commentaires :</u> QCM très peu réussi. Ne répondez rien quand vous n'êtes pas sûr plutôt que de perdre des points.

① OUF est rectangle en F donc l'hypoténuse est [OU], donc OU^2 doit être « isolé » dans l'égalité de Pythagore.

② D'après l'égalité de Pythagore écrite, [FD] est l'hypoténuse donc DEF rectangle en E.

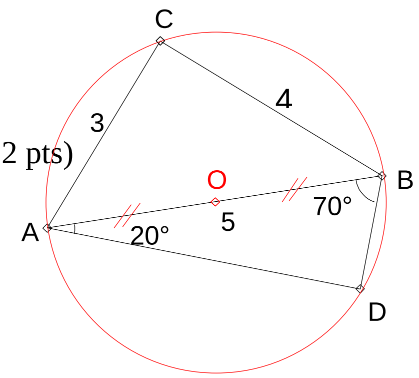
③ Le choix 3 est la traduction de la conséquence de Pythagore.

Choix 1 : confusion entre diamètre et rayon.

Choix 2 : confusion cercle inscrit (cercle intérieur dont le centre est l'intersection des 3 bissectrices -voir contrat 8) et cercle circonscrit (cercle extérieur).

④ Il manque l'hypothèse « A distinct de B et C. » donc ABC peut être rectangle mais pas forcément : lorsque A est confondu soit avec B soit avec C, le triangle ABC n'existe plus !

- <u>Exercice n° 3 (……………………….. / 5 pts)</u> : Points cocycliques. D'après le Test 2005.



1. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier. (……….…. / 1,5 pts)
2. Quelle est la nature du triangle ABD ? Justifier. (…………..... / 1 pt)
3. Montrer que les points A, C, B et D sont sur un même cercle. (………..…. / 2 pts)
4. Tracer ce cercle (………………. / 0,5 pts).

1. • On connaît les 3 longueurs du triangle ABC :

⟹ Réciproque de Pythagore.

- *D'une part* $BA^2 = 5^2$
  $= 25$
- *D'autre part* $CB^2 + CA^2 = 3^2 + 4^2$
  $= 9 + 16$
  $= 25$

Puisque $BA^2 = CB^2 + CA^2$, alors, d'après la réciproque de Pythagore, ABC est rectangle en C.

2. Puisque ABD est un triangle, alors on a :

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{D} = 180°$$

Donc $\widehat{D} = 180° - 20° - 70°$

$\widehat{D} = 90°$ *!*

Donc ABD rectangle en D.

3. • Puisque ABC rectangle en C alors, d'après TRCC direct, $C \in \mathcal{C}_{[AB]}$

• Puisque ABD rectangle en D, alors, d'après TRCC direct, $D \in \mathcal{C}_{[AB]}$.

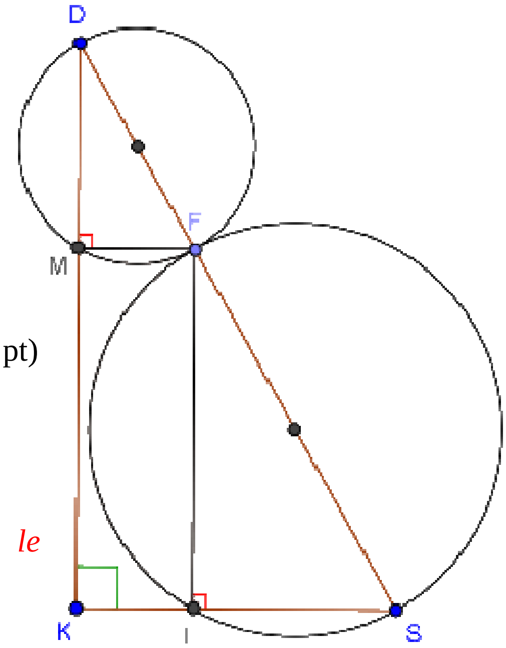
4. Les 4 points A, B, C et D appartiennent donc au cercle $\mathcal{C}_{[AB]}$ de diamètre [AB].

➢ <u>Exercice n° 4 (……………….… / 3,5 points)</u> : Du triangle rectangle au rectangle.

Le but de l'exercice est de construire un rectangle intérieur à un triangle rectangle, *sans équerre !*

Soit donc un triangle DSK rectangle en K.

Et soit un point F sur l'hypoténuse [DS].



1. Tracer le cercle de **diamètre** [DF]. Ce cercle coupe [DK] en M.

   Tracer le cercle de **diamètre** [SF]. Ce cercle coupe [SK] en I.
2. Montrer que le triangle DFM est rectangle. (…………………. / 1 pt)
3. Montrer que (FI) ⊥ (SI). (…………………. / 1 pt)
4. En déduire la nature du quadrilatère KMFI. Justifier (……..……… / 1 pt)

1. Beaucoup confondent diamètre et rayon !

2. Puisque $\left\{\begin{array}{l} M \in \mathcal{C}_{[DF]} \\ \text{M distinct de D et de F} \end{array}\right\}$, *alors, d'après TRCC réciproque, le triangle MDF est rectangle en M.*

Donc (DM) ⊥ (MF).

3. Puisque $\left\{\begin{array}{l} I \in \mathcal{C}_{[SF]} \\ \text{I distinct de S et de F} \end{array}\right\}$, *alors, d'après TRCC réciproque, le triangle ISF est rectangle en I.*

Donc (FI) ⊥ (IS).

4. Puisque le quadrilatère KMFI possède 3 angles droits en K, en I et en M, alors KMFI est un rectangle.

5. Application : *Sans équerre et sans construire de médiatrices*, construire un rectangle intérieur à ce triangle rectangle. *Traits de construction visibles*. (…………………….. / 0,5 pts)

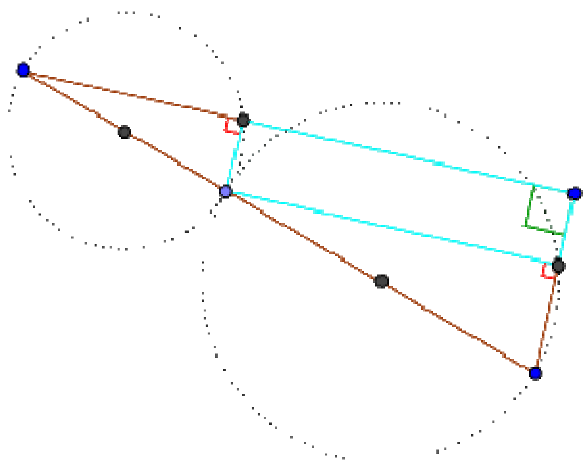
<u>Application :</u> Cela veut dire concrètement qu'on s'inspire de la figure initiale !

On fait d'abord un croquis !

En s'inspirant de la figure précédente, on place un point sur l'hypoténuse.

On trace les 2 cercles de diamètre chaque morceau de l'hypoténuse. Ces 2 cercles coupent chacun l'un des côtés de l'angle droit.

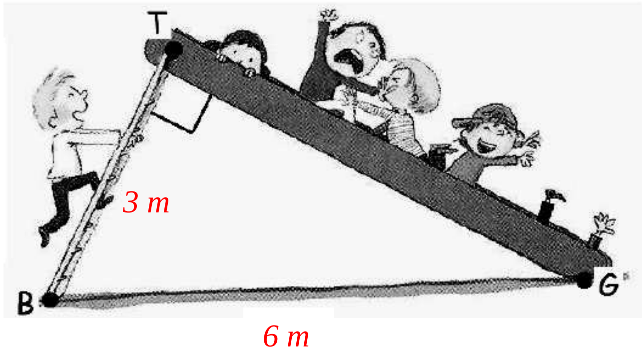
D'après la preuve précédente, le quadrilatère obtenu est forcément un rectangle.



- <u>Exercice n° 5 (……………..… / 1,5 points)</u> : Pythaglisse.

Ah le toboggan, que de bons souvenirs (pas si lointains) : quand on l'escaladait à reculons ou bien quand on le descendait dangereusement la tête en premier à l'envers ou encore quand on sautait de son sommet.

En tous les cas, la glissade n'était jamais assez longue !



Soit donc un toboggan (figure ci-dessus) tel que son échelle mesure 3 m et que la distance entre le pied de l'échelle et l'arrivée du toboggan soit de 6 m.

Première chose : on reporte les données sur la figure !

Calculer la longueur de glisse de ce toboggan (valeur exacte puis valeur approchée au $1/10^{\text{ème}}$).

Puisque TBG rectangle en T, alors, d'après le célèbre théorème de Pythagore direct, on a :

$$\begin{aligned} BG^2 &= TB^2 + TG^2 \\ 36 &= 9 + TG^2 \\ \text{Donc } TG^2 &= 36 - 9 \\ TG^2 &= 27 \\ \text{D'où } TG &= \sqrt{27}\text{ m} \quad \text{v.e.} \\ TG &\approx 5{,}2\text{ m} \quad \text{v.a. au } 1/10^{\text{ème}}. \end{aligned}$$

La longueur de glisse de ce toboggan est exactement de $\sqrt{27}$ m, soit environ 5,2 m.

Beaucoup d'erreurs dans l'écriture de l'égalité de Pythagore : c'est toujours l'hypoténuse qui doit être isolée dans cette égalité !

Beaucoup de confusions entre TG^2 et TG.