Corrigé TEST T2 TRCC ; PYTHAGORE (55')

Compte rendu :

- *Calculs : Enormément de fautes de priorités, de signe et de calcul élémentaire type (-1) × (-2) ou -1 + 2 etc. !*

  Notation « a² » à revoir : $(-3)^2$= ….. ? $(-7)^2$ = ……… ? -7^2 = ……… ?

  Calculez directement les mini-produits de type « 2ab », dit 1 000 fois et répété ! Ceux qui ne veulent pas le faire ont toujours faux.

- *Le gros morceau : les 4 théorèmes + la propriété angulaire de la tangente :*
  - *Quand on vous donne 3 longueurs dans un triangle ⇒……………………………………..*

    Avec la méthode en « d'une part…, d'autre part ».
  - *Quand on cherche une longueur dans un triangle rectangle ⇒………………………………………………*
  - *Beaucoup de confusion entre Pythagore direct et sa réciproque.*
  - ***L'hypothèse « triangle rectangle » est souvent oubliée pour Pythagore direct.***
  - *TRCC direct n'est pas su en général.*

- *Plus généralement sur les théorèmes ou propriétés :*
  - *Les théorèmes ne sont pas sus ou mal appliqués : hypothèses manquantes ou non prouvées auparavant.*
  - *Ecrivez les hypothèses en colonnes avec une accolade pour tout de suite voir le nombre d'hypothèses.*
  - *Appliquez RIGOUREUSEMENT, au mot prés, les théorèmes en appliquant les méthodes vues dans le cours.*

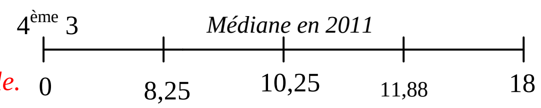
    Je n'arrive toujours pas à comprendre pourquoi certains veulent faire à leur sauce : « compliquée, incompréhensible et fausse » plutôt qu'appliquer les méthodes vues en classe : « simples, claires et justes » !
  - *Les preuves en « car » sont interdites : on ne répond jamais en premier à une question, on justifie d'abord !*
  - ***Vous devez citer le nom du théorème utilisé.***
  - *Pas de « alors » en bout de ligne.*

Les notations (droite, segment, longueurs) !

Soyez précis : rectangle où ? Donnez les noms des objets dont vous parlez.

Avoir son matériel ! Vous n'aurez pas le droit d'emprunter le matériel au contrôle.

Relisez votre copie.



Refaites ce test rigoureusement et entraînez vous sur les évaluations des années précédentes.

Médiane : 10 sur 16 en 2010 ; 7,6 sur 17,5 en 2009 ; 7,5 sur 18 en 2008.

➢ Exercice n° 1 (……………..……. / 3 points) : Un peu de calcul n'a jamais fait de mal !

A = 2 – 2 (2 + 2 ÷ 2 – 2 × 2) (…………… / 1,5 pts)

= 2 – 2 (2 + 1 – 4)

= 2 – 2 × (-1)

= 2 + 2

= 4

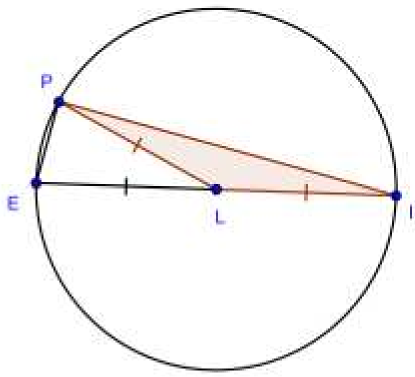
B = a² – 2ab + b² avec a = -1 et b = -3 (…………..….. / 1,5 pts)

= 1 – 6 + 9

= 4

➢ Exercice n° 2 (…...………………. / 2,5 points) : D'un triangle à l'autre !

Le but de cet exercice est de construire un triangle rectangle à partir d'un triangle isocèle, sans équerre. *Beaucoup d'erreurs de construction ici !*



1. Soit donc le triangle PLI isocèle en L. Codages ?

   Construire E, le symétrique de I par rapport à L. Codages ? (……………… / 0,5 pts)
2. Montrer que le point P est sur le cercle de diamètre [EI]. (………………. / 1 pt)
3. Quelle est la nature du triangle PIE. Justifier. (…………………. / 1 pt)

Cet exercice est le même que le n°4 du test 2007.

1. • Puisque E et I sont symétriques par rapport à L, alors L milieu de [EI] donc LE = LI.

• Puisque le triangle PLI est isocèle en L, alors LP = LI.

• Donc LE = LI = LP. Donc les points P, I et E sont sur le cercle de centre L, et en particulier P.

• De plus, puisque L milieu de [EI] alors [EI] est un diamètre du cercle de centre L.

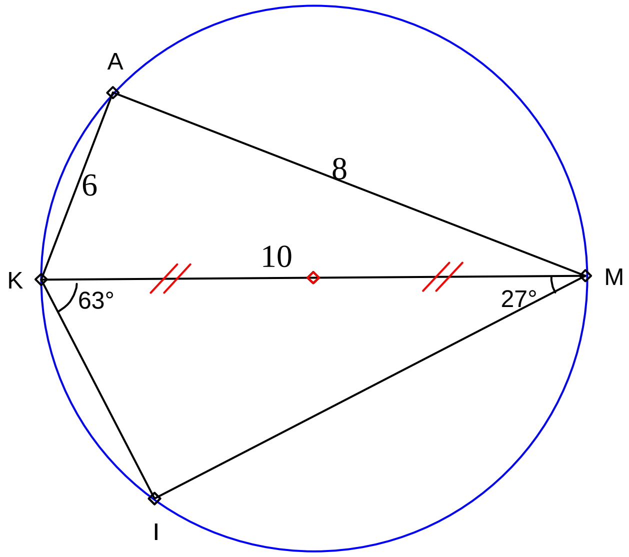
Finalement, P $\in \mathcal{C}_{[EI]}$.

<u>Remarque :</u> On ne pouvait pas utiliser TRCC direct car on ne sait pas si le triangle PIE est rectangle, ce qui est l'objet de la question suivante ! Cette question n'a jamais été traitée une seule fois correctement.

2. Puisque $\left\{\begin{array}{l} ① \ P \in \mathcal{C}_{[EI]} \\ ② \ P \text{ distinct de E et de I} \end{array}\right\}$*, alors, d'après la Réciproque de TRCC, PIE est rectangle en P.*

➢ <u>Exercice n° 3 (…………………………. / 5,5 pts)</u> : Points cocycliques. Contrôle 2007.

1. Quelle est la nature du triangle MKA ? Justifier. (……….…. / 1,5 pts)
2. Quelle est la nature du triangle MIK ? Justifier. (…………..... / 1,5 pts)
3. Montrer que les points M, I, K et A sont sur un même cercle. (…………..... / 2 pts)
4. Tracer ce cercle. (……………….…. / 0,5 pts)



1. On connaît les 3 longueurs de AKM et on veut montrer qu'il est rectangle ⟹ Réciproque de Pythagore.

- *D'une part* $KM^2 = 10^2 = 100$
- *D'autre part* $AK^2 + AM^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$
- *Puisque $KM^2 = AK^2 + AM^2$, alors, d'après la réciproque de Pythagore, AKM est rectangle en A.*

2. Pour MIK : par calcul d'angles dans un triangle, on a :

Puisque MIK est un triangle alors $\widehat{M} + \widehat{K} + \widehat{I} = 180°$

Donc $\widehat{I} = 180° - 63° - 27°$

$\widehat{I} = 90°$ *!*

Donc le triangle MIK est rectangle en I.

3. • Puisque AKM rectangle en A, alors, d'après TRCC direct, A $\in \mathcal{C}_{[MK]}$.

• Puisque MIK rectangle en I, alors, d'après TRCC direct, I $\in \mathcal{C}_{[MK]}$.

• Les 4 points appartiennent donc au cercle $\mathcal{C}_{[MK]}$ de diamètre [MK].

Son centre O est le milieu de [AB].

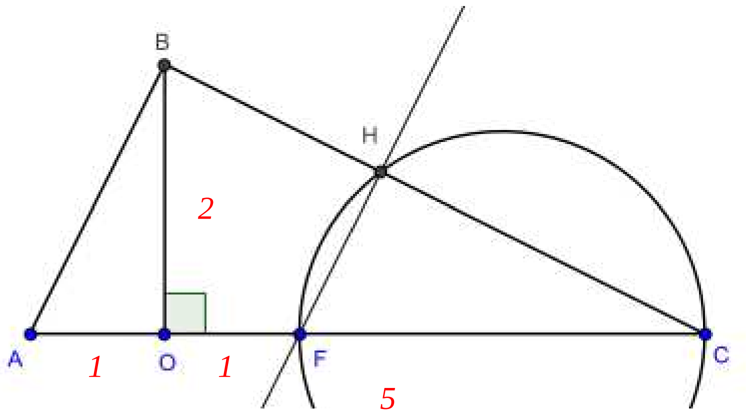
Son rayon est égal à $\frac{AB}{2} = 5$

4. Pour tracer ce cercle, on place d'abord le milieu du diamètre [MK].

- <u>Exercice n° 4 (………………..… / 7 points)</u> : Extrait du Brevet.

Sur la figure agrandie ci-contre, on sait que :

- les points A, O, F et C sont alignés.
- AC = 5 ; AO = OF = 1 ; BO = 2.
- (AC) $\perp$ (BO).



1. Calculer AB² et BC² ***(on ne demande pas AB et BC)***.
   (………………….. / 2 × 1,5 pts)
2. En déduire que les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires. (…………………… / 1,5 pts)
3. Tracer le cercle de diamètre [FC]. Ce cercle coupe [BC] en H.
   Montrer que le triangle FHC est rectangle. (…………………. / 1,5 pts)
4. Comment sont les droites (AB) et (FH) ? Justifier. (……………… / 1 pt)

1. • Puisque le triangle ABO est rectangle en O, alors, d'après le célèbre théorème de Pythagore direct, on a :

$$AB^2 = OA^2 + OB^2$$
$$AB^2 = 1 + 4$$
$$AB^2 = 5$$

Et on s'arrête là car on ne demandait pas AB.

• Puisque le triangle CBO est rectangle en O, alors, d'après le célèbre théorème de Pythagore direct, on a :

$$CB^2 = OC^2 + OB^2$$
$$CB^2 = 16 + 4$$
$$CB^2 = 20$$

Et on s'arrête là car on ne demandait pas CB.

2. On veut montrer que (AB) $\perp$ (BC), c-à-d que le triangle ABC est rectangle en B. Nous connaissons les carrés des trois longueurs grâce à la question 2, donc appliquons la réciproque de Pythagore.

D'une part, on a : $AC^2 = 5^2 = 25$.

D'autre part, on a : $BA^2 + BC^2 = 5 + 20$ (d'après les résultats de la question 2)

$$BA^2 + BC^2 = 25$$

Puisque $AC^2 = BA^2 + BC^2$, alors, d'après la réciproque du célèbre théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

Donc (AB) $\perp$ (BC).

Question très peu réussie. Perpendicularité signifie triangle rectangle ce que très peu voit !

3. Puisque $\left\{\begin{array}{l} ① \ H \in \mathcal{C}_{[FC]} \\ ② \ H \text{ distinct de F et de C} \end{array}\right\}$, *alors, d'après le théorème TRCC réciproque, le triangle FHC est rectangle en H.*

Donc (FH) $\perp$ (HC).

4. *Puisque* $\left\{\begin{array}{l} (AB) \perp (BC) \\ (FH) \perp (BC) \end{array}\right\}$ *alors (AB) // (FH).*