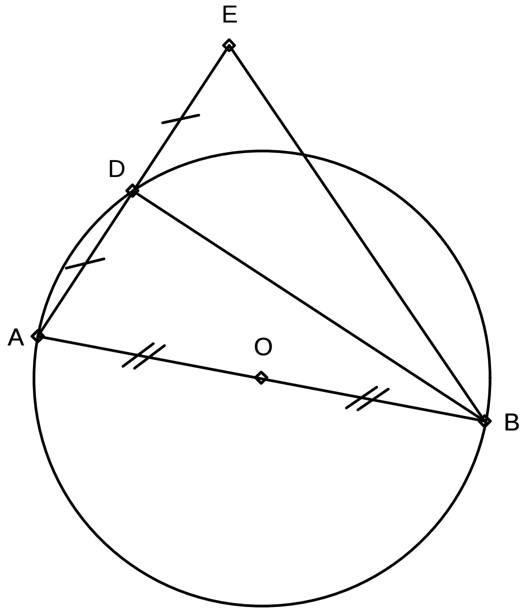
CORRIGE DU DEVOIR SUR TRCC ET PYTHAGORE

Lorsqu'on regarde le titre de la série dans lequel se trouve l'exercice traité, on a une bonne idée du théorème à utiliser.

Livre Diabolo Maths (Hachette 2006) n°5-7-16 p.175… et n°7-16-24-30 p.193…

➢ Exercice n°5 p.175 : Triangle Rectangle et Cercle Circonscrit (TRCC Réciproque).



1. *On n'oublie surtout pas les codages des milieux.*

2. a) Puisque $\left\{\begin{array}{l} ① \ D \in \mathscr{C}_{[AB]} \\ ② \ D \text{ distinct de } A \text{ et de } B \end{array}\right\}$, alors, d'après la Réciproque de TRCC, ABD rectangle en D.

Donc (AD) ⊥ (DB).

b) • Puisque E symétrique de A par rapport à E, alors D milieu du segment [AE].

Puisque $\left\{\begin{array}{l} D \text{ milieu de } [AE] \\ (AE) \perp (BD) \end{array}\right\}$ alors (BD) est la médiatrice de [AE].

• Puisque B sur la médiatrice de [AE], alors B équidistant de A et E. Donc ABE est un triangle isocèle en B.

Cet exercice a été donné au test de 2005.

➢ Exercice n°7 p.175 : Cercle et angle droit (TRCC direct).

1. Puisque OPM est un triangle, alors $\widehat{M} + \widehat{P} + \widehat{O} = 180°$

$$\text{Donc} \quad \widehat{O} = 180° - \widehat{M} - \widehat{P}$$

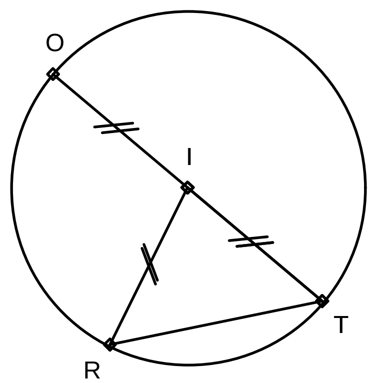
$$\text{Donc} \quad \widehat{O} = 180° - 63° - 27°$$

$$\widehat{O} = 90° \ !$$

Donc le triangle POM est rectangle en O.

2. Puisque le triangle POM est rectangle en O alors, d'après TRCC direct, $O \in \mathscr{C}_{[PM]}$.

➢ Exercice n°16 p.176 : Triangle rectangle et Médiane relative à l'hypoténuse (TRCC Réciproque).



1. *On n'oublie surtout pas de coder les segments de même longueur.*

2. • Puisque O est le symétrique de T par rapport à I, alors I milieu de [OT] donc IO = IT.

Puisque IRT est isocèle en I, alors I équidistant de R et T donc IR = IT.

Puisque $\left\{\begin{array}{l} IR = IT = IO \\ I \text{ milieu de } [OT] \end{array}\right\}$ alors R est sur le cercle $\mathscr{C}_{[OT]}$.

• Puisque $\left\{\begin{array}{l} ① \ R \in \mathscr{C}_{[OT]} \\ ② \ R \text{ distinct de } O \text{ et de } T \end{array}\right\}$, alors, d'après la Réciproque de TRCC, le triangle ORT est rectangle en R.

➢ Exercice n°7 p.193 : Théorème de Pythagore Version Direct pour calculer une longueur.

D'après le codage, EAU est rectangle en U,

donc, d'après Pythagore Direct, on a :

$AE^2 = UA^2 + UE^2$

$17^2 = 15^2 + UE^2$

$289 = 225 + UE^2$

d'où $289 - 225 = UE^2$

$64 = UE^2$

Donc $UE = \sqrt{64}$

$UE = 8$ mm valeur exacte.

D'après le codage, VIN est rectangle en I,

donc, d'après Pythagore Direct, on a :

$VN^2 = IV^2 + IN^2$

$VN^2 = 120^2 + 119^2$

$VN^2 = 14\,400 + 14\,161$

d'où $VN^2 = 239$

Donc $VN = \sqrt{239}$

$VN = 13$ m valeur exacte.

➢ Exercice n°16 p.195 : Prouver qu'un triangle est rectangle par les longueurs (Réciproque Pythagore).

1. On connaît les 3 longueurs de BEL et on veut montrer qu'il est rectangle $\Longrightarrow$ Réciproque de Pythagore.

- D'une part $BL^2 = 25^2$ (le plus gd côté)

  $BL^2 = 625$

  D'autre part $EB^2 + EL^2 = 15^2 + 20^2$

  $EB^2 + EL^2 = 225 + 400$

  $EB^2 + EL^2 = 625$
- Puisque $BL^2 = EB^2 + EL^2$, alors, d'après la Réciproque de Pythagore, BEL est rectangle en E.
- Donc (EB) ⊥ (LE).

- D'une part $EU^2 = 29^2$ (le plus gd côté)

  $EU^2 = 841$

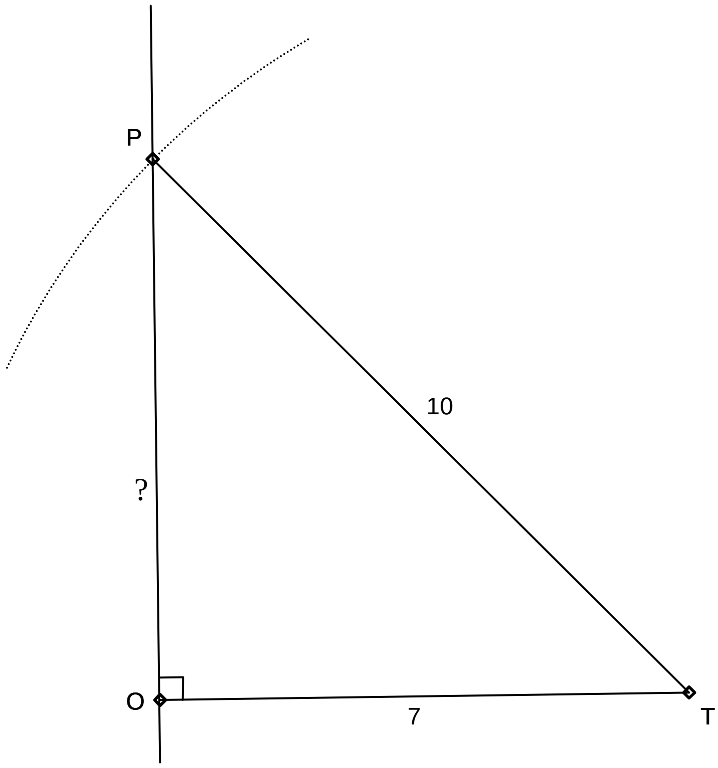
  D'autre part $LE^2 + LU^2 = 20^2 + 21^2$

  $LE^2 + LU^2 = 400 + 441$

  $LE^2 + LU^2 = 841$
- Puisque $EU^2 = LE^2 + LU^2$, alors, d'après la Réciproque de Pythagore, LUE est rectangle en L.
- Donc (LU) ⊥ (LE).

2. Puisque $\left\{\begin{array}{l}(EB) \perp (LE) \\ (LU) \perp (LE)\end{array}\right\}$ alors (EB) // (LU).

➢ Exercice n°24 p.197 : Distance d'un point à une droite.



2. Puisque (OT) ⊥ (OP), alors la distance du point T à la droite (OP) est la longueur OT, c-à-d 7 cm.

3. Puisque (OT) ⊥ (OP), alors la distance du point P à la droite (OT) est la longueur PO.

Calculons par Pythagore direct cette longueur PO.

Par construction, TOP est rectangle en O, donc, d'après Pythagore Direct, on a :

$PT^2 = OP^2 + OT^2$

$10^2 = OP^2 + 7^2$

$100 = OP^2 + 49$

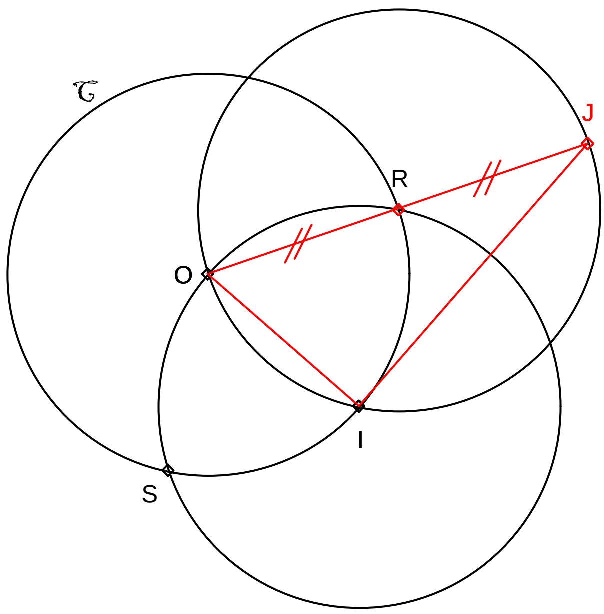
d'où $100 - 49 = OP^2$

$51 = OP^2$

Donc OP = $\sqrt{51}$ cm valeur exacte.

OP ≈ 7,14 cm valeur approchée arrondie au centième.

➢ Exercice n°30 p.197 : Droite tangente à un cercle.



2. a)

• Puisque J et O symétriques par rapport à R, alors le point R est le milieu du segment [OJ].

• Puisque R et I appartiennent au cercle $\mathcal{C}$ alors RO = OI.

Puisque R et O appartiennent au cercle de centre I passant par O, alors OI = RI.

Puisque $\begin{cases} RO = OI \\ OI = RI \end{cases}$ alors RO = RI donc I appartient au cercle de centre R passant par O.

• Puisque $\begin{cases} \text{R milieu de [OJ]} \\ \text{I appartient au cercle de centre R passant par O} \end{cases}$ alors I ∈ $\mathcal{C}_{[OJ]}$.

b) Puisque $\begin{cases} ① \ I \in \mathcal{C}_{[OJ]} \\ ② \ \text{I distinct de O et de J} \end{cases}$, alors, d'après la Réciproque de TRCC, OIJ est rectangle en I.

Donc (OI) ⊥ (IJ).

c) Puisque $\begin{cases} \text{I appartient à } \mathcal{C} \\ \text{(IJ) est perpendiculaire au rayon [OI]} \end{cases}$ alors (IJ) est la tangente au cercle $\mathcal{C}$ au point I.