Contrôle C2 : TRCC-THEOREME DE PYTHAGORE (55')

Compte rendu :

Si les 3 premiers exercices sont assez bien réussis grâce à une bonne préparation (évaluations des années précédentes), il en va tout autrement pour les 2 derniers exercices « plus exotiques » (quoique !).

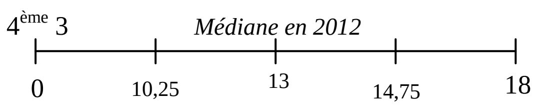
- *Calculs : Beaucoup de fautes de signe, de signe devant une parenthèses et de calcul élémentaire : 2/-1 ; -1-2 etc..*
- *Le gros morceau : les 4 théorèmes :*
  - *Quand on vous donne 3 longueurs dans un triangle ⇒…………………………………………………….*
  - *Quand on cherche une longueur dans un triangle rectangle ⇒……………………………………………..*
  - ***Pythagore direct n'est pas su en général.***
  - *Pythagore réciproque parfois mal présenté.*
  - ***Beaucoup de confusion entre Pythagore direct et sa réciproque.***
  - ***L'hypothèse « triangle rectangle » est souvent oubliée pour Pythagore direct.***
  - ***Pythagore direct : on met toujours l'hypoténuse au carré seule dans l'égalité !***
  - ***TRCC direct souvent mal rédigé.***
- *Plus généralement sur les théorèmes ou propriétés :*
  - *Les théorèmes ne sont pas sus ou mal appliqués : hypothèses manquantes ou non prouvées auparavant.*
  - *Appliquez RIGOUREUSEMENT, au mot prés, les théorèmes en appliquant les méthodes vues dans le cours.*
    Je n'arrive toujours pas à comprendre pourquoi certains veulent faire à leur sauce : « compliquée, incompréhensible et fausse » plutôt qu'appliquer les méthodes vues en classe : « simples, claires et justes » !
  - *Les preuves en « car » sont interdites : on ne répond jamais en premier à une question, on justifie d'abord !*
  - ***Vous devez citer le nom du théorème utilisé.***
  - *Du dessin rajouté à une figure ne peut pas constituer un début de preuve !*

Les notations (droite, segment, longueurs) !

Soyez précis : rectangle où ? Donnez les noms des objets dont vous parlez.

Relisez votre copie.

Médianes = 13,5 sur 21 en 2010 ; 12,25 sur 20 en 2009 ; 12,13 en 2008.



➢ Exercice n° 1 (…………….………….. / 4 points) : Un peu de calcul ne peut faire que du bien.

M = -1 + 2 (-1 + 2 ÷ (-1) + 2)   (……………..… / 1 pt)

= -1 + 2 (-1 − 2 + 2)

= -1 + 2 × (-1)

= -1 − 2

= -3

E = -1 + 2 (-1 + 2 ÷ (-1)) + 2   (……………….… / 1 pt)

= -1 + 2 (-1 − 2) + 2

= -1 + 2 × (-3) + 2

= -1 − 6 + 2

= -5

Remarque : Les calculs de M et E montrent l'importance de la place des parenthèses qui peut bouleverser l'ordre des calculs.

O = (a – b) (a + b) avec a = -1 et b = 2 (……..……... / 1 pt)

= (-1 – 2) (-1 + 2)

= -3 × 1

= -3

V = a² – b² avec a = -1 et b = 2   (……….……..... / 1 pt)

= (-1)² – 2²

= 1 – 4

= -3

Remarque : On trouve le même résultat pour O et V. En fait, cela est valable quelque soient les valeurs de a et b. En effet, lors du contrat 5 sur le calcul littéral, nous aurons l'occasion de prouver que (a – b) (a + b) = a² – b², quelques soient les valeurs de a et b. Cette formule sera revue en 3ème lors du chapitre sur les identités remarquables.

➢ Exercice n° 2 (……………………….. / 2 points) : Questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque affirmation, trois choix vous sont proposés. **Entourer le meilleur choix.**

(Barème : Bonne réponse = + 0,5 pts Sans réponse = 0 pt Mauvaise réponse = – 0,25 pts)

(Les scores finaux négatifs sont ramenés à une note de 0 / 2 pts)

Croquis ou pas croquis ?

Affirmations	*Choix 1*	*Choix 2*	*Choix 3*	*Points (Prof)*
① Si OUF est un triangle rectangle en U, alors :	$OU^2 = UF^2 + FO^2$	$OF^2 = UO^2 + FU^2$	$UF^2 = FO^2 + UO^2$	
② Si $CB^2 + AB^2 = AC^2$, alors :	ABC est un triangle rectangle en A.	ABC est un triangle rectangle en B.	ABC est un triangle rectangle en C.	
③ Si un triangle est rectangle, alors :	son cercle circonscrit a pour centre le milieu de son hypoténuse.	son cercle circonscrit passe par ses 3 sommets.	ce triangle est inscrit dans un cercle.	
④ Soit A un point sur le cercle de diamètre [BC]. Alors :	ABC est forcément rectangle.	ABC est presque toujours rectangle.	ABC est forcément quelconque.	

Commentaires : QCM très peu réussi. Ne répondez rien quand vous n'êtes pas sûr plutôt que de perdre des points.

① OUF est rectangle en U donc l'hypoténuse est [OF], donc OF^2 doit être « isolé » dans l'égalité de Pythagore.

② D'après l'égalité de Pythagore écrite, [AC] est l'hypoténuse donc ABC rectangle en B.

③ Le choix 1 est la traduction de la conséquence de Pythagore.

Choix 2 : ce choix est toujours vrai, quelque soit le triangle ! Ce n'est pas le meilleur choix !

Choix 3 : tout triangle est toujours inscrit dans un cercle (son cercle circonscrit !) Ce n'est pas le meilleur choix !

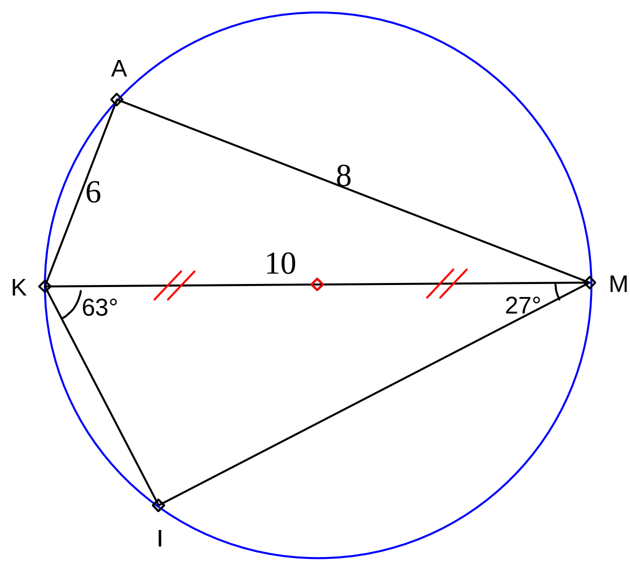
④ Il manque l'hypothèse « A distinct de B et C. » donc ABC peut être rectangle mais pas toujours : lorsque A est confondu soit avec le point B soit avec le point C, le triangle ABC n'existe plus !

➢ Exercice n° 3 (…………………......... / 5 points) : Points cocycliques. Contrôle 2007.

1. Montrer que les points M, I, K et A sont sur un même cercle.

   Preuve en 4 étapes. (……………….................. / 1,5 + 1 + 1 + 1 pts)

2. Tracer ce cercle. (…………………. / 0,5 pts)



1. On connaît les 3 longueurs de AKM et on veut montrer qu'il est rectangle ⟹ Réciproque de Pythagore.

- *D'une part* $KM^2 = 10^2$
  $= 100$
- *D'autre part* $AK^2 + AM^2 = 6^2 + 8^2$
  $= 36 + 64$
  $= 100$
- *Puisque $KM^2 = AK^2 + AM^2$, alors, d'après la réciproque de Pythagore, AKM est rectangle en A.*

2. *Pour MIK :*

Puisque MIK est un triangle alors $\widehat{M} + \widehat{K} + \widehat{I} = 180°$

$$\text{Donc } \widehat{I} = 180° - 63° - 27°$$

$$\widehat{I} = 90° \ !$$

Donc MIK est rectangle en I.

3. • *Puisque AKM rectangle en A, alors, d'après TRCC direct,* $A \in \mathcal{C}_{[MK]}$.

   • *Puisque MIK rectangle en I, alors, d'après TRCC direct,* $I \in \mathcal{C}_{[MK]}$.

4. *Les 4 points appartiennent donc au cercle* $\mathcal{C}_{[MK]}$ *de diamètre [MK].*

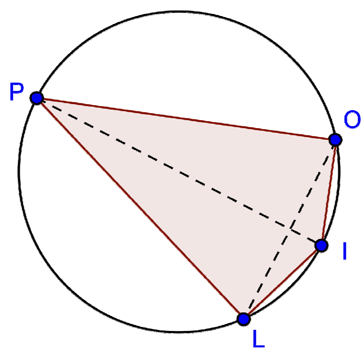
Son centre O est le milieu de [AB].

Son rayon est égal à $\dfrac{AB}{2} = 5$

Pour tracer ce cercle, on place d'abord le milieu du diamètre [MK].

➢ <u>Exercice n° 4 (……………………. / 4,5 pts + Bonus 0,5 pts) : Cerf-volant et cercle circonscrit.</u>

Sur la figure ci-contre, on sait que les points P, O I et L sont sur le cercle de diamètre [PI]. De plus, O et L sont symétriques par rapport à la droite (PI).



1. Que représente la droite (PI) pour le segment [OL] ? Justifier ! (………………… / 1 pt)
2. En déduire la nature du quadrilatère POIL. Justifier. (………………. / 1 pt)
3. Montrer que le triangle POI est rectangle. (…………………. / 1,5 pts)

1. *Puisque les points O et L sont symétriques par rapport à la droite (PI), alors (PI) est la médiatrice du segment [OL].*

   Question rarement réussie correctement, et pourtant, la médiatrice est au programme de $6^{ème}$ *!*

2. *Puisque la diagonale [PI] du quadrilatère POIL est médiatrice de l'autre diagonale [OL], alors le quadrilatère POIL est un cerf-volant.*

   Rappel : un quadrilatère ayant une de ses diagonales médiatrice de l'autre diagonale est un cerf-volant.

   Question rarement réussie correctement.

3. *D'après l'énoncé,* $\left\{\begin{array}{l} O \in \mathcal{C}_{[PI]} \\ O \text{ distinct de P et de I} \end{array}\right\}$, *alors, d'après TRCC réciproque, le triangle POI est rectangle en O.*

4. <u>Application :</u>

Ci-dessous, on a déjà tracé le segment [LO]. Construire un cerf-volant non carré LONG admettant un cercle circonscrit (*N sera placé « vers la droite » de [LO]*). Tracer son cercle circonscrit.

Laisser traits de construction et codages. (……………..….. / 1 pt)

Question très rarement réussie.

<u>Application :</u> cela veut dire concrètement qu'on s'inspire de la figure initiale !

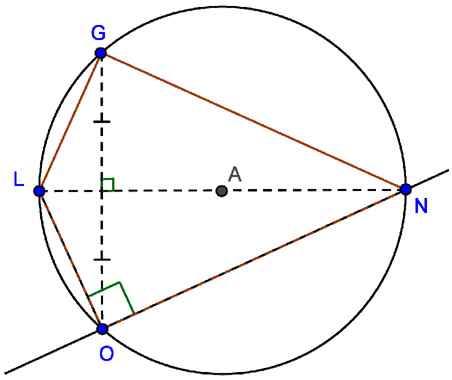
On fait d'abord un croquis ! Cela évite les erreurs de placement des points !

Puisque le triangle LON doit être rectangle en O, on trace la perpendiculaire à (LO) passant par O et on place un point N sur cette perpendiculaire, « vers la droite » de (LO).

Puisque (LN) doit être la médiatrice de [OG], on construit le symétrique G de O par rapport à (LN).

On termine de tracer le quadrilatère LONG.

Puis on trace son cercle circonscrit, le cercle de diamètre [LN].

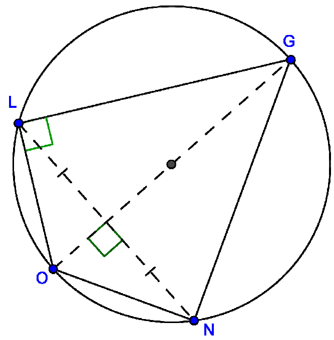


Une autre solution (trouvée par une élève) consistait à tracer un cerf-volant LONG de diagonale [OG] cette fois-ci :

On construit un triangle LOG rectangle en L.

Puis on construit le symétrique de L par rapport à (OG).

Puis on trace le cercle de diamètre [ON].



5. Bonus : A quelle(s) condition(s) un cerf-volant admet-il un cercle circonscrit ? (…………….. / 0,5 pts)

Question très peu réussie.

Lorsqu'un cerf volant admet un cercle circonscrit, ses 4 sommets sont cocycliques, dont 2 formant un diamètre et les 2 autres sommets symétriques par rapport à ce diamètre.

Il faut donc, à cause de TRCC que les demi-cerf-volants (coupé selon son axe de symétrie) soient des triangles rectangles.

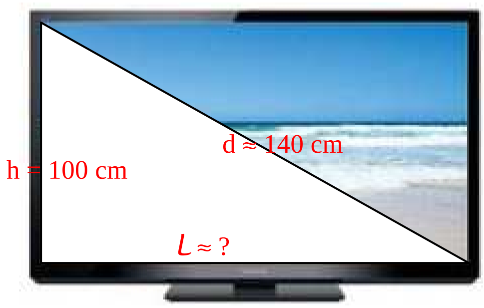
Une condition nécessaire et suffisante pour qu'un cerf-volant possède un cercle circonscrit est la suivante : « avoir un angle droit ».

La propriété s'énonce alors ainsi : « un cerf-volant avec en plus un angle droit possède forcément un cercle circonscrit de diamètre l'une des deux diagonales. ».

- <u>Exercice n° 5 (……………………….. / 2,5 pts)</u> : Les dossiers de l'écran (I).

*La taille d'un écran de TV, de téléphone, ou d'ordinateur etc. correspond toujours à la longueur de la diagonale de l'écran **sans les bords**.*

La longueur de cette diagonale est souvent exprimée dans une unité anglo-saxonne : le pouce. 1 pouce (noté 1″) vaut environ 2,54 cm.



Calculatrice autorisée pour cet exercice seulement.

Claire Lafermeturet n'est pas peu fière de sa nouvelle acquisition : un magnifique écran plasma rectangulaire de 55″.

1. Convertir la taille de cet écran (notée « d ») en cm, arrondie à l'unité. (………………….. / 0,5 pts)

Taille d de l'écran (en m) ≈ 2,54 × taille de l'écran (en pouces)

$\approx 2{,}54 \times 55$

≈ 140 cm

La diagonale de l'écran mesure environ 140 cm.

2. L'écran a une hauteur (notée « h ») de 70 cm.

   Calculer la largeur (notée « ℓ ») de cet écran, arrondie au cm. (…………………. / <u>0,5</u> + 1,5 pts)

Exercice raté dans l'ensemble. ***Pythagore direct est très souvent mal appliqué ou pas du tout.***

On fait ***un croquis*** *en matérialisant un triangle rectangle selon la diagonale et en reportant les données !*

Justifions d'abord la présence d'un triangle rectangle.

• D'après l'énoncé, l'écran est rectangulaire. Donc la diagonale de l'écran partage celui-ci en 2 triangles rectangles symétriques.

Cette justification est quasiment toujours oubliée !

• Puisque le triangle selon la diagonale est rectangle, alors, d'après le célèbre théorème de Pythagore direct, on a :

$$d^2 = h^2 + \ell^2$$

$$140^2 \approx 70^2 + \ell^2$$

Donc $\ell^2 \approx 19\,600 - 4\,900$

$$\ell^2 \approx 14\,700$$

D'où $\ell^2 \approx \sqrt{14\,700}$ cm

$$\ell \approx 121 \text{ cm} \quad \text{v.a. à l'unité.}$$

L'écran de Claire a une largeur hors bords d'environ 121 cm.

<u>Remarque :</u> pour connaître le format de la TV, on calcule le rapport $\frac{\text{largeur}}{\text{hauteur}} \approx \frac{121}{70}$ *et on trouve environ 1,73 c-à-d presque la même chose que 16/9 (qui vaut environ 1,78).*

Cette TV est donc au format 16/9ème.