NOM et Prénom …………………………………………. *Classe de Quatrième ……* *Contrat 2 Année 2009 2010*

Contrôle C2 : TRCC-THEOREME DE PYTHAGORE (1 h)

Compte rendu :

- *Calculs : Quelques fautes de signe et de priorité.*

  Calculez directement les mini-produits de type « 2ab », dit 1 000 fois et répété ! Ceux qui ne veulent pas le faire ont toujours faux.

  Distributivité : Assez Bien.
- *Equidistance-Régionnement : Assez bien.*
- *Le gros morceau : les 4 théorèmes + la propriété angulaire de la tangente :*
  - *Quand on vous donne 3 longueurs dans un triangle ⇒ Pythagore réciproque !*
  - *Quand on cherche une longueur dans un triangle rectangle ⇒ Pythagore direct.*
  - *Beaucoup de confusion entre Pythagore direct et sa réciproque.*
  - *L'hypothèse « triangle rectangle » est souvent oubliée pour Pythagore direct.*
  - *TRCC direct n'est pas su en général.*
  - *Propriété angulaire de la tangente non sue ou mal appliquée.*
- *Plus généralement sur les théorèmes ou propriétés :*
  - *Les théorèmes ne sont pas sus ou mal appliqués : hypothèses manquantes ou non prouvées auparavant.*
  - *Ecrivez les hypothèses en colonnes avec une accolade pour tout de suite voir le nombre d'hypothèses.*
  - *Appliquez RIGOUREUSEMENT, au mot prés, les théorèmes en appliquant les méthodes vues dans le cours.*

    Je n'arrive toujours pas à comprendre pourquoi certains veulent faire à leur sauce : « compliquée, incompréhensible et fausse » plutôt qu'appliquer les méthodes vues en classe : « simples, claires et justes » !
  - *Les preuves en « car » sont interdites : on ne répond jamais en premier à une question, on justifie d'abord !*

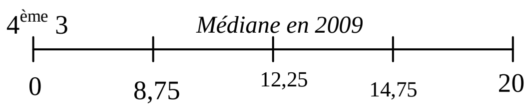
Les notations (droite, segment, longueurs) !

Soyez précis : rectangle où ? Donnez les noms des objets dont vous parlez.

Avoir son matériel ! Vous n'aurez pas le droit d'emprunter le matériel au contrôle.

Relisez votre copie.

Médiane en 2008 = 12,13.



➢ Exercice n° 1 (…………………….. / 4 points) : Un peu de calcul ne peut faire que du bien.

M = -5 – 5 (-5 + 5 ÷ (-5) + 5) (…………..…. / 1 pt)

= -5 – 5 (-5 + (-1) + 5)

= -5 – 5 × (-1)

= -5 + 5

= 0

Développer : (……………… / 1 pt)

H = -4 (-3k – 5gh + 7)

Calculez directement les carrés et les mini-produits !!!!!!!!!!!

= 12k + 20gh – 28

A = a² – 2ab + b² avec a = 3 et b = -1 (……... / 1 pt)

Calculez directement les carrés et les mini-produits !!!!!!!!!!!

= 9 + 6 + 1

= 16

Factoriser : (…………….. / 1 pt)

E = 12fg – 36g – 42gh

*= **6g** × 2f – **6g** × 6 – **6g** × 7h*

*= **6g** (2f – 6 – 7h)*

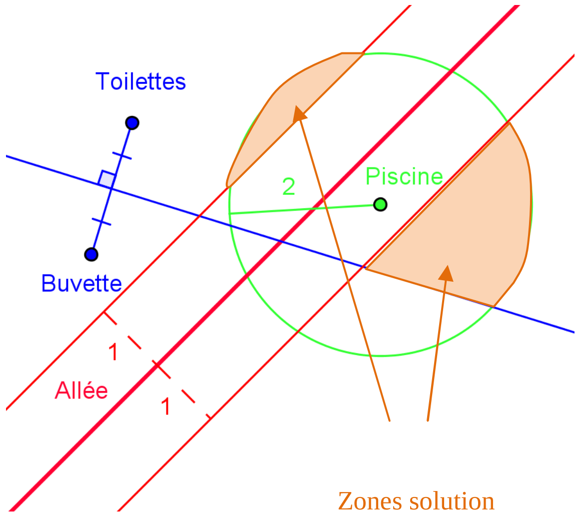
➢ <u>Exercice n° 2 (………………….. / 3 points) </u>: Gardez vos distances.

1. Yves Aitrocho veut camper sa tente mais pas n'importe où ! Celle-ci doit être :

- plus prêt des Toilettes que de la Buvette trop chère,
  C'est le demi plan de frontière la médiatrice de [Buvette Toilettes] et qui contient les Toilettes.
- à moins de 40 m de la Piscine à bulles,
  C'est l'intérieur du cercle de centre Piscine et de rayon 2 cm
- à plus de 20 m de l'Allée trop boueuse.
  C'est l'extérieur de la bande formée par les deux parallèles située à 1 cm de l'Allée.

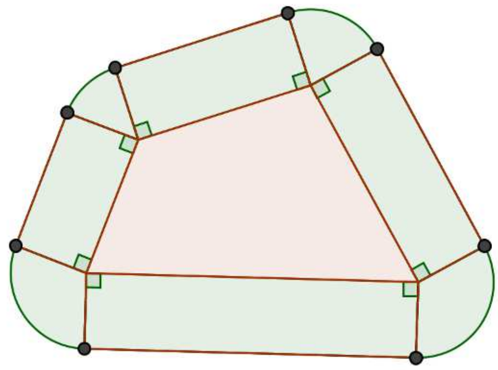
Dans quelle (s) zone(s) va-t-il planter sa tente ?

Echelle : 1 cm pour 20 m.   (…………………… / 2 pts)



2. Hachurer la zone des points qui sont à moins de 1 cm des bords de ce quadrilatère.
   (……………… / 1 pt)

Faites apparaître les angles droits !



<u>*Rappel :*</u>

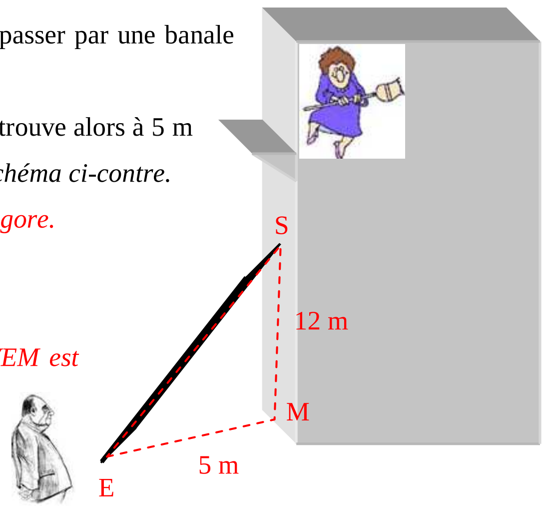
- *distance par rapport à 1 seul point fixe ⇔ ………….....*
- *distance par rapport à 2 pts fixes ⇔ …………………..*
- *distance par rapport à une droite ⇔ …………………..*

➢ <u>Exercice n° 3 (……………………. / 3 points) :</u> La courte échelle.

Calculette autorisée pour cet exercice.

Sacha Hutofon désire rejoindre sa bien-aimée Lydie Oduvilage. Mais pas question de passer par une banale porte d'entrée ! L'échelle, c'est bien plus romantique !

Il pose alors son échelle contre le mur (supposé bien vertical). Le pied E de l'échelle se trouve alors à 5 m du pied du mur M. Le sommet S de l'échelle est alors à 12 m de hauteur. *Compléter le schéma ci-contre.*



Exercice bizarrement très mal traité. Il ne s'agissait pourtantjuste du théorème de Pythagore.

1. Calculer la longueur exacte de l'échelle. (………………… / 1,5 pts)

On matérialise sur la figure le triangle rectangle formé par l'échelle, le mur et le sol.

Puisque le sol est supposé bien horizontal et le mur bien vertical, alors le triangle VEM est rectangle en M.

On connaît 2 longueurs dans le triangle rectangle SEM, on peut donc appliquer le célèbre théorème de Pythagore, version directe :

Puisque SEM est rectangle en M, alors, d'après le célèbre théorème de Pythagore, version directe, on a :

$ES^2 = ME^2 + MS^2$

$ES^2 = 25 + 144$

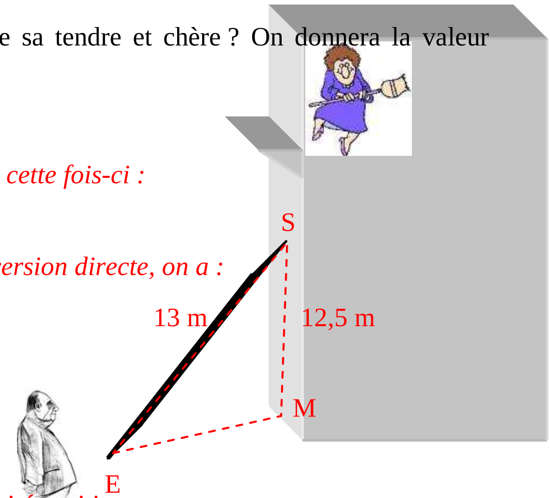
$ES^2 = 169$

Donc $ES = \sqrt{169} = 13$ *car ES est une longueur donc une quantité positive.*

Sacha utilise une échelle de 13 m pour pouvoir rejoindre sa bien-aimée.

2. Sacha a en fait mal placé l'échelle ! Le sommet S de celle-ci se trouve encore 0,5 m sous le balcon de Lydie qui lui crie « Mais déplace l'échelle grand fou ! ». **Refaites un schéma.**

   A quelle distance maximum du mur devra-t-il poser l'échelle pour rejoindre sa tendre et chère ? On donnera la valeur approchée au dixième de mètre. (…………………………… / 1,5 pts)



Question jamais traitée correctement

On applique encore une fois le Théorème de Pythagore avec les longueurs suivantes cette fois-ci :

SM = 12,5 m ; SE = 13 et ME est la longueur inconnue cette fois-ci.

Puisque SEM est rectangle en M, alors, d'après le célèbre théorème de Pythagore, version directe, on a :

$$ES^2 = ME^2 + MS^2$$

$$12{,}5^2 = ME^2 + 13^2$$

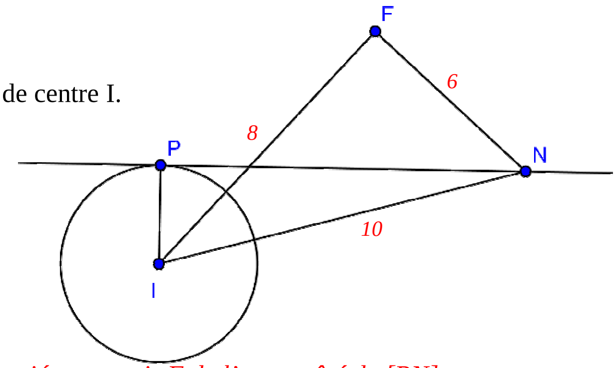
$$156{,}25 = ME^2 + 169$$

Donc $ME^2 = 169 - 156{,}25 = 12{,}75$

Donc $ME = \sqrt{12{,}75}$ *m* *car ME est une longueur donc une quantité positive.*

Sacha doit placer son échelle à $\sqrt{12{,}75}$ *m maximum du mur soit à peu près 3,6 m*

➢ Exercice n° 4 (………………... / 5 points) : Points Cocycliques.



Sur la figure réduite ci-contre, on sait que la droite (PN) est tangente au cercle $\mathcal{C}_I$ de centre I.

De plus, on sait que NI = 10, FI = 8 et NF = 6.

1. Quelle est la nature du triangle PIN ? Justifiez (……………….… / 1 pt).
2. Quelle est la nature du triangle FIN ? Justifiez (…………….. / 1,5 pts).
3. Montrer que les points P, I, N et F sont sur un même cercle (…..……. / 2 pts).
4. Tracer ce cercle (………………..…. / 0,5 pts).

Il s'agit de l'exercice 4 du contrôle 2008-2009 ou du n°3 du test 2009 un peu remanié : on a mis F de l'autre côté de [PN].

On reporte d'abord les mesures sur la figure.

1. • *Puisque la droite (PN) est tangente au cercle* $\mathcal{C}$ *en P, alors (PI)* $\perp$ *(PN).*

   • *Donc le triangle PIN est rectangle en P.*

2. *On connaît les 3 longueurs de FIN et on veut montrer que FIN est rectangle* $\Rightarrow$ *Réciproque de Pythagore.*

   - *D'une part on a* $NI^2 = 5^2$

     $= 25$

   - *D'autre part* $FN^2 + FI^2 = 3^2 + 4^2$

     $= 9 + 16$

     $= 25$

   - *Puisque* $NI^2 = FN^2 + FI^2$*, alors, d'après la réciproque de Pythagore, FIN est rectangle en F.*

3. • *Puisque PIN rectangle en P alors, d'après TRCC direct, P sur le cercle* $\mathcal{C}_{[NI]}$ *de diamètre [NI].*

   • *Puisque FIN rectangle en F alors, d'après TRCC direct, F* $\in \mathcal{C}_{[NI]}$ *.*

   • *Les 4 points appartiennent donc au cercle* $\mathcal{C}_{[NI]}$ *de diamètre [NI].*

Son centre O est le milieu du diamètre [NI]. Son rayon est égal à NI/2.

4. *Pour tracer ce cercle, on place d'abord le milieu O du diamètre [NI]. Puis on trace le cercle de diamètre [NI].*

➢ <u>Exercice n° 5 (……………..… / 5 points)</u> :Tangente à un cercle.

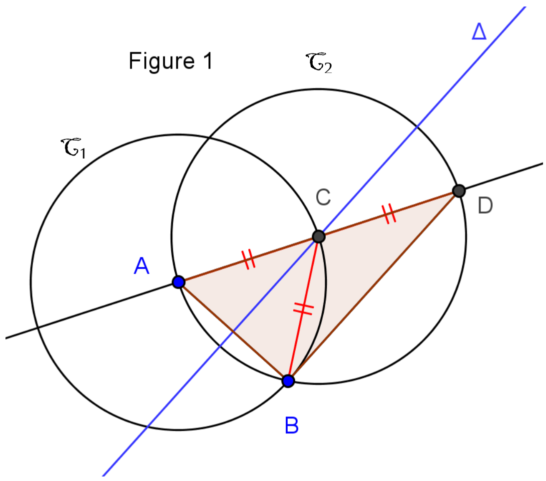
(Vous avez le droit d'utiliser le résultat d'une question pour la question suivante)

Le but de cet exercice est de tracer à la règle et au compas (*sans équerre*) la tangente à un cercle en un point donné de ce cercle.

Donc soit un cercle $\mathcal{C}_1$ de centre A et soit B un point de ce cercle.

On a tracé Δ la médiatrice du segment [AB].

Cette médiatrice coupe le cercle en deux points dont l'un est C.



1. Tracer le cercle $\mathcal{C}_2$ de centre C passant par A.

   Tracer la droite (CA). (CA) recoupe le cercle $\mathcal{C}_2$ en un point D.

   Montrer que B est sur le cercle $\mathcal{C}_{[AD]}$ de diamètre [AD]. (……….. / 1,5 pts)

• *Puisque (CA) recoupe le cercle $\mathcal{C}_2$ en un point D, alors [AD] est un diamètre du cercle $\mathcal{C}_2$.*

• *Puisque C est sur la médiatrice du segment [AB], alors CA = CB donc le point B est sur le cercle $\mathcal{C}_2$ qui est le cercle de diamètre [AD]. CQFD.*

2. En déduire que le triangle ABD est rectangle. (……………………. / 1,5 pts)

Puisque $\left\{\begin{array}{l} B \in \mathcal{C}_{[AD]} \\ \text{B distinct de A et de D} \end{array}\right\}$, *alors, d'après TRCC réciproque, le triangle ABD est rectangle en B.*

Donc (AB) ⊥ (BD).

3. En déduire que la droite (BD) est tangente en B au cercle $\mathcal{C}_1$. (………………..…… / 1 pt)

Puisque $\left\{\begin{array}{l} (AB) \perp (BD) \\ \text{B est sur le cercle de centre A} \end{array}\right\}$, *alors la droite (BD) est tangente en B au cercle $\mathcal{C}_1$ de centre A.*

4. <u>Application :</u> Sur la figure ② ci-dessous, construire à la règle et au compas (**pas d'équerre !**), la tangente au cercle passant par le point G. Laisser tous les traits de construction nécessaires. (………….……. / 1 pt)

Il faut évidemment s'inspirer de la construction au début de l'exercice.

a. *On construit en bleu la médiatrice du segment [EG. Celle-ci coupe le cercle $\mathcal{C}_1$ en un point H.*
b. *On trace le cercle $\mathcal{C}_2$ de centre H passant par G.*
c. *On trace la droite (EH). Elle recoupe le cercle $\mathcal{C}_2$ en un point M.*
d. *On trace la droite (MG). D'après les questions précédentes, on est sûr que (MG) ⊥ (EG) et donc que la droite (MG) est tangente en G au cercle de centre E.*

Figure 2