NOM et Prénom ………………………………………….. *Classe de Quatrième ……* *Contrat 2 Année 2008 2009*

Corrigé Contrôle C2 :
TRCC-THEOREME DE PYTHAGORE (1 h)

Compte rendu :

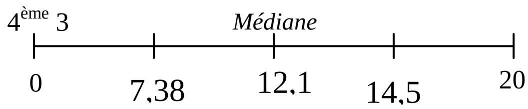
- *Calculs : Enormément de fautes de priorités, de signe et de calcul élémentaire (3×2 etc.) !*
- *Tangente : Propriété angulaire de la tangente non sue ou mal appliquée.*
- *Distance : Médiatrice à revoir (double codage).*
- *Le gros morceau : les 4 théorèmes + la propriété angulaire de la tangente :*
  - *Quand on vous donne 3 longueurs dans un triangle $\Rightarrow$ Pythagore réciproque !*
  - *Quand on cherche une longueur dans un triangle rectangle $\Rightarrow$ Pythagore direct.*
  - *Beaucoup de confusion entre Pythagore direct et sa réciproque.*
  - *L'hypothèse « triangle rectangle » est souvent oubliée pour Pythagore direct.*
  - *TRCC direct n'est pas su en général.*
- *Plus généralement sur les théorèmes ou propriétés :*
  - *Les théorèmes ne sont pas sus ou mal appliqués : hypothèses manquantes ou non prouvées auparavant.*
  - *Ecrivez les hypothèses en colonnes avec une accolade pour tout de suite voir le nombre d'hypothèses.*
  - *Appliquez RIGOUREUSEMENT, au mot prés, les théorèmes en appliquant les méthodes vues dans le cours. Je n'arrive toujours pas à comprendre pourquoi certains veulent faire à leur sauce : « compliquée, incompréhensible et fausse » plutôt qu'appliquer les méthodes vues en classe : « simples, claires et justes » !*
  - *Les preuves en « car » sont interdites : on ne répond jamais en premier à une question, on justifie d'abord !*

Les notations (droite, segment, longueurs) !

Soyez précis : rectangle où ? Donnez les noms des objets dont vous parlez.

Avoir son matériel ! Vous n'aurez pas le droit d'emprunter le matériel au contrô

Relisez votre copie.



➢ Exercice n° 1 (…………..……….. / 4 points) : Calculs.

A = -3 + 3 (-5 + 6 ÷ (-3) + 5) (…………… / 1 pt)

$= -3 + 3\,(-5 \quad - 2 \quad + 5\,)$

$= -3 + 3 \times \quad (-2)$

$= -3 \quad - 6$

$= \quad -9$

Développer : (…………… / 1 pt)

C = -7 (-3a + 5gh − 7)

$= \quad 21a \quad - 35gh + 49$

Relisez vos calculs !!

$B = \dfrac{3a - b}{-3a - (-b)}$ avec a = -2 et b = -1 (……... / 1 pt)

On calcule directement les mini-produits !

$= \dfrac{-6 \; + \; 1}{6 \; - \; 1}$

$= \dfrac{-5}{5}$

$= \quad -1$

Factoriser : (………….. / 1 pt)

D = 56az + 35zb − 21pz

$= \mathbf{7} \times 8a\mathbf{z} + \mathbf{7} \times 5\mathbf{z}b - \mathbf{7} \times 3\,p\mathbf{z}$

$= \mathbf{7z}\,(8a \; + \; 5b \; - \; 3p\,)$

- <u>Exercice n° 2 (……………..….. / 1,5 points)</u> : Y a-t-il un pilote dans l'avion ?

« Allo tour de contrôle de Meudon, ici Mike-Alpha-Tango-Hotel-Sierra. Nous survolons actuellement la ville d'Orsay et nous ne sommes plus qu'à 5 km de l'objectif Ω. A vous.»

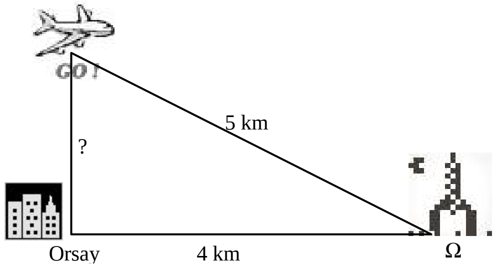
« Allo, ici tour de contrôle de Meudon, indiquez votre altitude Mike-Alpha-Tango-Hotel-Sierra. A vous. »

Sachant que l'objectif Ω et la ville d'Orsay sont distantes de 4 km, calculez l'altitude (en m) que le pilote va annoncer.

Faites un petit schéma pour visualiser la situation !

Le plus difficile dans cet exercice est de faire un schéma <u>géométrique</u> (et non une BD !) qui matérialise bien la situation !

Puisque l'avion se trouve à la verticale de la ville d'Orsay, alors, le triangle formé par la ville d'Orsay (O), l'avion (A) et l'objectif (Ω) est rectangle en O.



Puisque AΩO est rectangle en O, alors, d'après le célèbre Théorème de Pythagore direct, on a :

$A\Omega^2 = OA^2 + O\Omega^2$

$25 = 16 + O\Omega^2$

$25 - 16 = O\Omega^2$

$9 = O\Omega^2$

Donc $O\Omega = \sqrt{9} = 3$ *car OΩ est une longueur donc une quantité positive.*

L'avion vole à 3 000 m d'altitude au top passage au dessus de la belle ville d'Orsay.

- <u>Exercice n° 3 (………...………. / 1,5 points) : L'île au trésor.</u>

Où se cache le trésor sachant :

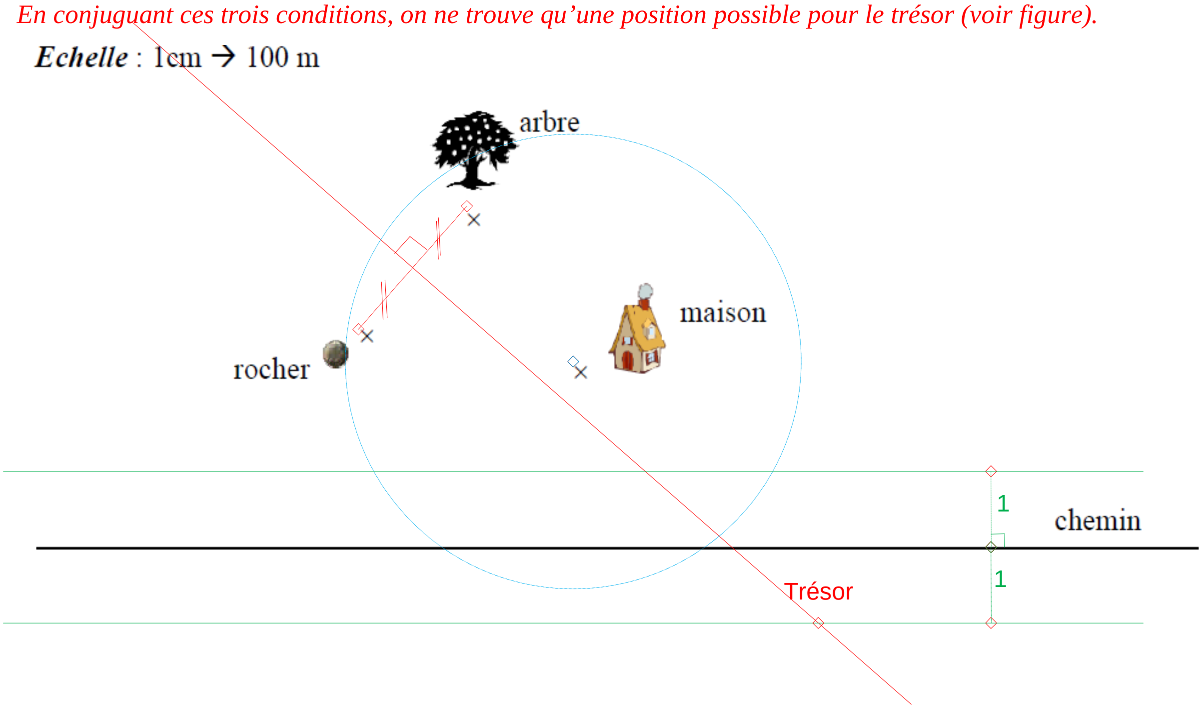
- qu'il est à égale distance de l'arbre et du rocher,
- qu'il se trouve à plus de 300 m de la maison,
- et qu'il est exactement à 100 m du chemin.

Vous laisserez visibles toutes les zones et traits de construction nécessaires à votre solution.

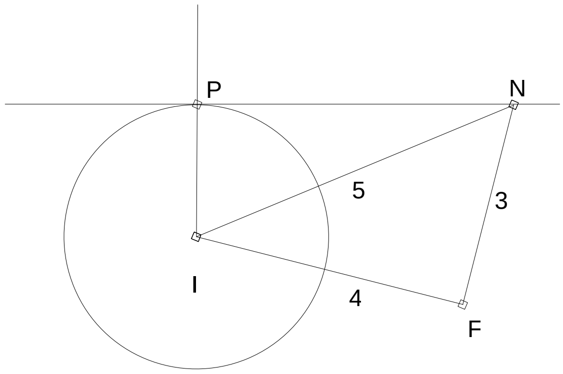
- *Le trésor est à égale distance de l'arbre et du rocher donc il est sur la médiatrice du segment [Arbre-Rocher].*
- *Le trésor est à plus de 300 m de la maison donc il est à l'extérieur du cercle de centre la maison et de rayon 300 m.*
- *Le trésor est exactement à 100 du chemin, donc il est sur l'une des droites parallèles au chemin située à 100 du chemin.*

En conjuguant ces trois conditions, on ne trouve qu'une position possible pour le trésor (voir figure).

Echelle : 1cm → 100 m



➢ <u>Exercice n° 4 (……………. / 5 points)</u> : Points Cocycliques.



Sur la figure ci-contre, on sait que la droite (PN) est tangente au cercle $\mathcal{C}_I$ de centre I. De plus NI = 5, FI = 4 et NF = 3.

1. Quelle est la nature du triangle PIN ? Justifiez (…………….. / 1 pt).
2. Quelle est la nature du triangle FIN ? Justifiez (…………... / 1,5 pts).
3. Montrer que les points P, I, N et F sont sur un même cercle (……..……. / 2 pts).
4. Tracer ce cercle (……………….…… / 0,5 pts).

1. • Puisque la droite (PN) est tangente au cercle $\mathcal{C}$ en P, alors (PI) $\perp$ (PN).

• Donc le triangle PIN est rectangle en P.

2. On connaît les 3 longueurs de FIN et on veut montrer qu'il est rectangle $\Rightarrow$ Réciproque de Pythagore.

- *D'une part on a $NI^2 = 5^2$*
  $= 25$
- *D'autre part $FN^2 + FI^2 = 3^2 + 4^2$*
  $= 9 + 16$
  $= 25$
- *Puisque $NI^2 = FN^2 + FI^2$, alors, d'après la réciproque de Pythagore, FIN est rectangle en F.*

3. • Puisque PIN rectangle en P alors, d'après TRCC direct, P sur le cercle $\mathcal{C}_{[NI]}$ de diamètre [NI].

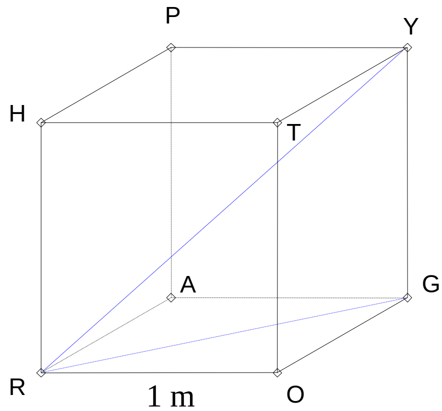
• Puisque FIN rectangle en F alors, d'après TRCC direct, F $\in \mathcal{C}_{[NI]}$.

• Les 4 points appartiennent donc au cercle $\mathcal{C}_{[NI]}$ de diamètre [NI].

Son centre O est le milieu du diamètre [NI]. Son rayon est égal à NI/2.

4. Pour tracer ce cercle, on place d'abord le milieu O du diamètre [NI].

➢ <u>Exercice n° 5 (…………………..……… / 5 points)</u> : Dans l'espace.



Le but de cet exercice est de calculer la longueur de la diagonale d'un cube de 1 m de côté.

Soit donc un cube PYTHAGOR de 1 m d'arête. Dans ce cube, on sait que (GY) $\perp$ (GR).

1. Comment sont les droites (OR) et (OG) ? Justifiez ! (…………. / 1 pt)
2. Calculer la quantité RG^2. (………………….. / 1,5 pts)
3. En déduire la valeur exacte de la longueur RY de la diagonale du cube. (………..…………. / 1,5 pts)

Cet exercice est quasiment le même que le numéro 4 du test 2008 !

1. Puisque PYTHAGOR est un cube, alors toutes ses faces sont des carrés.

Donc ROGA est un carré.

Donc (OR) $\perp$ (OG).

Donc le triangle GRO est rectangle en O.

2. Puisque GRO est rectangle en O alors, d'après Pythagore direct, on a :

$RG^2 = OR^2 + OG^2$ *(Puisque PYTHAGOR est un cube, OR = OG = 1 m)*

$RG^2 = 1^2 + 1^2$

$RG^2 = 1 + 1$

$RG^2 = 2$

3. Puisque le triangle GYR est rectangle en G alors, d'après Pythagore direct, on a :

$RY^2 = GR^2 + GY^2$

$RY^2 = 2 + 1^2$

$RY^2 = 2 + 1$

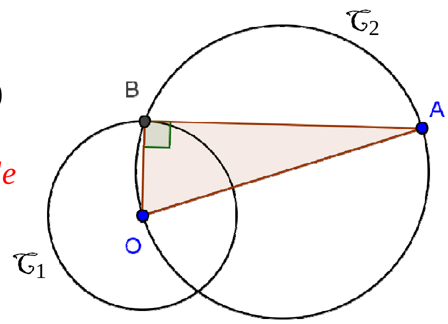
$RY^2 = 3$

Donc $RY = \sqrt{3}$ *m valeur exacte.*

La diagonale [RY] d'un cube de 1 m de côté mesure exactement $\sqrt{3}$ *m soit à peu près 1,7 m.*

➢ <u>Exercice n° 6 (…………….…… / 4 points)</u> : Tangente à un cercle passant par un point hors du cercle.

Sur la figure ① ci-contre, on sait que [OA] est un diamètre du cercle $\mathcal{C}_2$ et que B est l'un des deux points d'intersection des deux cercles $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$.



<u>Figure ①</u>

1. Quelle est la nature du triangle ABO ? Justifiez ! (…………..… / 1,5 pts)

Puisque $\left\{\begin{array}{l} B \in \mathcal{C}_{[\,OA\,]} \\ \text{B distinct de O et de A} \end{array}\right\}$, *alors, d'après TRCC réciproque, le triangle OAB est rectangle en B.*

Donc (AB) ⊥ (OA).

2. En déduire que la droite (AB) est tangente en B au cercle $\mathcal{C}_1$. (…………….. / 1,5 pts)

Puisque $\left\{\begin{array}{l} (AB) \perp (OA) \\ \text{B est sur le cercle de centre O} \end{array}\right\}$, *alors la droite (AB) est tangente en B au cercle* $\mathcal{C}_1$ *de centre O.*

3. <u>Application :</u> Sur la figure ② ci dessous, construire *à la règle et au compas (sans équerre)* une droite qui est tangente au cercle et qui passe par le point M.

   Laissez tous les traits de construction et codages nécessaires. (…………………….. / 1 pt)

Comme il s'agit d'une application, il suffit de s'inspirer de la figure au dessus !

① Tracer le cercle de diamètre [MO].

Ce second cercle coupe le premier cercle en deux points N et P.

② Tracer le triangle MNO ou le triangle MPO. Ils sont forcément rectangle d'après 1) et les droites (MN) et (MP) sont forcément tangentes respectivement en N et O au cercle de centre O d'après 2).