Corrigé Contrôle C2 TRCC ; PYTHAGORE (55')

Compte rendu :

Médiane = 15 sur 20 en 2007.

- Exercice n° 1 (…………..……… / 4 points) : Calculs.

$A = -3 + 2\,[-1 + (-3) \div 1 - (+1)]$

$= -3 + 2 \times [-1 - 3 - 1]$

$= -3 + 2 \times (-5)$

$= -3 + (-10)$

$= -13$

$B = 2a + (-b) \times ca$ avec $a = 3$ $b = -1$ $c = -a = -3$

$= 6 + 1 \times (-9)$

$= 6 + (-9)$

$= -3$

Factorisez : $D = 56 - 14y$

$= 7 \times 8 - 7 \times 2y$

$= 7\,(8 - 2y)$

Développez : $C = -2\,(3h - a + 5)$

$= -6h + 2a - 10$

- Exercice n° 2 (……………….…… / 2,5 points) : Un carré VELU a pour périmètre 20 cm.

1. Quelle est la longueur de ses côtés ? (…………….… / 0,5 pts)
2. Quelle est la longueur de sa diagonale [VL] ? Vous donnerez la valeur exacte de VL. (……………..….. / 0,5 + 1,5 pts)

Première chose à faire : un croquis complet de la situation !

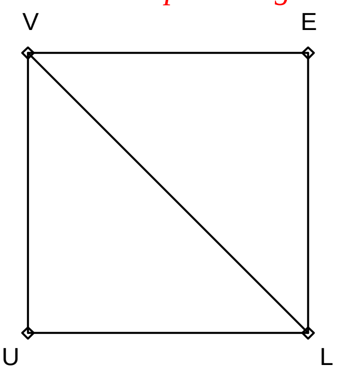
1.

Longueur d'un côté (en cm) $= \dfrac{\text{Périmètre (en cm)}}{\text{nb de côtés}}$

$= \dfrac{20}{4}$

$= 5$ cm

Chaque côté du carré a pour longueur 5 cm.



2.

- *Puisque VELU est un carré, alors VUL est rectangle en U.*

Beaucoup oublie de le justifier !

- *Puisque VUL rectangle en U, alors d'après Pythagore direct, on a :*

$VL^2 = EV^2 + EL^2$

$VL^2 = 5^2 + 5^2$

$VL^2 = 25 + 25$

$VL^2 = 50$

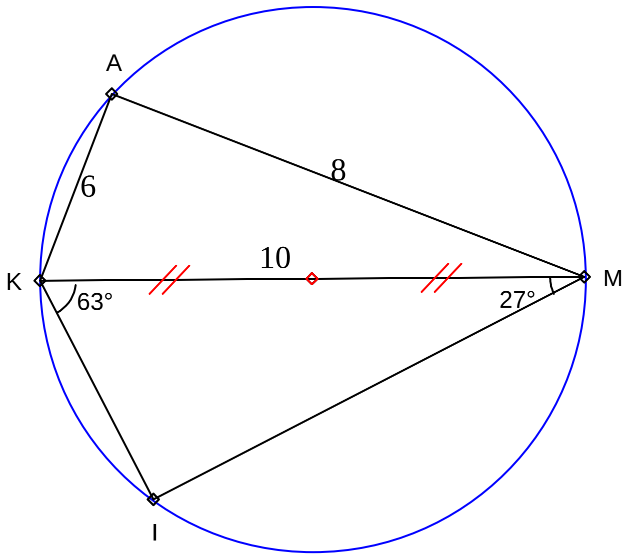
Donc $VL = \sqrt{50}$ $(= 5\sqrt{2})$ *valeur exacte.*

$\approx 7{,}07$ cm *arrondi au centième près*

- Exercice n° 3 (…………………..…… / 5 points) : Points cocycliques.

Vous avez le droit d'utiliser le résultat d'une question pour la question suivante

1. Quelle est la nature du triangle MKA ? Justifiez (…………….…… / 1,5 pts).
2. Quelle est la nature du triangle MIK ? Justifiez (………………. / 1 pt).
3. Montrer que les points M, I, K et A sont sur un même cercle (…………….... / 2 pts).
4. Tracer ce cercle (………………..….. / 0,5 pts).



1. On connaît les 3 longueurs de AKM et on veut montrer qu'il est rectangle $\Longrightarrow$ Réciproque de Pythagore.

- *D'une part* $KM^2 = 10^2$
  $= 100$
- *D'autre part* $AK^2 + AM^2 = 6^2 + 8^2$
  $= 36 + 64$
  $= 100$
- *Puisque $KM^2 = AK^2 + AM^2$, alors, d'après la réciproque de Pythagore, AKM est rectangle en A.*

2. Pour MIK :

Puisque MIK est un triangle alors $\widehat{M} + \widehat{K} + \widehat{I} = 180°$

Donc $\widehat{I} = 180° - 63° - 27°$

$\widehat{I} = 90°$ *!*

Donc MIK est rectangle en I.

3. • *Puisque AKM rectangle en A, alors, d'après TRCC direct, $A \in \mathcal{C}_{[MK]}$.*

• *Puisque MIK rectangle en I, alors, d'après TRCC direct, $I \in \mathcal{C}_{[MK]}$.*

• *Les 4 points appartiennent donc au cercle $\mathcal{C}_{[MK]}$ de diamètre [MK].*

Son centre O est le milieu de [AB].

Son rayon est égal à $\frac{AB}{2} = 5$

4. Pour tracer ce cercle, on place d'abord le milieu du diamètre [MK].

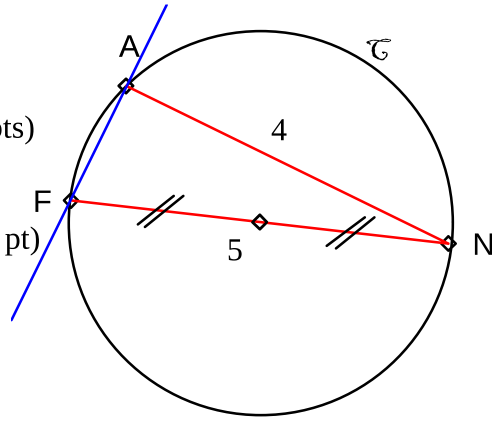
➢ <u>Exercice n° 4 (…………………..…..… / 4 points)</u> :

Sur la figure (inexacte) ci contre, on sait que [NF] est un diamètre du cercle $\mathcal{C}$ et que A est sur ce cercle $\mathcal{C}$.

De plus, NF = 5 et AN = 4.

(Vous avez le droit d'utiliser le résultat d'une question pour la question suivante)

1. Quelle est la nature du triangle FAN ? Justifiez ! (…………..… / 1,5 pts)
2. Calculer la longueur exacte FA. (……..………. / 1,5 pts)
3. La droite (FA) est-elle tangente au cercle $\mathcal{C}$? Justifiez ! (……… / 1 pt)



1. *Puisque* $\left\{\begin{array}{l} \text{① A} \in \mathcal{C}_{[NF]} \\ \text{② A distinct de F et de N} \end{array}\right\}$*, alors, d'après la Réciproque de TRCC, FAN est rectangle en A.*

Donc (FA) ⊥ (AN).

2. *Puisque FAN rectangle en A, alors d'après Pythagore direct, on a :*

$NF^2 = AN^2 + AF^2$

$5^2 = 4^2 + AF^2$

$25 = 16 + AF^2$

Donc $AF^2 = 25 - 16$

$AF^2 = 9$

Donc $AF = \sqrt{9} = 3$ *valeur exacte.*

3. *Puisque la droite (AF) passe par A et F qui sont 2 points distincts du cercle, alors la droite (AF) ne peut être tangente à ce cercle !*

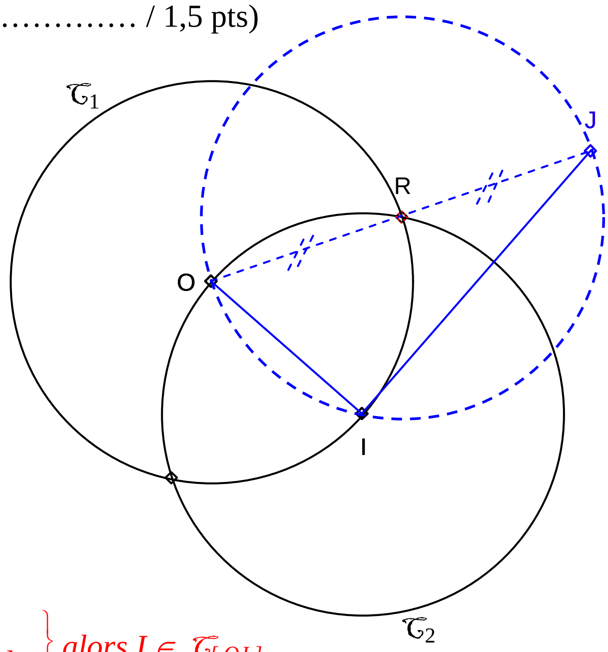
- <u>Exercice n° 5 (……………..… / 4,5 points)</u> : D'après le n°30 p.197 (Diabolo-Hachette 2006) du devoir.

Sur la figure ci contre, on a déjà tracé le cercle $\mathscr{C}_1$ de centre O et I un point sur ce cercle $\mathscr{C}_1$.

Le cercle $\mathscr{C}_2$ de centre I passe par O et coupe le cercle $\mathscr{C}_1$ en 2 points dont R.

1. Construire en bleu le point J, symétrique de O par rapport à R.

   Tracer en bleu le cercle de diamètre [OJ]. (figure ………… / 0,5 pts)
2. Montrer que I appartient au cercle de diamètre [OJ]. (……….. / 1 pt)
3. Quelle est la nature du triangle OIJ ? Justifiez ! (………… / 1,5 pts)
4. Montrer que la droite (IJ) est tangente au cercle $\mathscr{C}_1$. (…………… / 1,5 pts)



2.

• Puisque J et O sont symétriques par rapport à R, alors R milieu de [OJ] et RJ = RO.

• Puisque R et I appartiennent au cercle $\mathscr{C}$, alors RO = OI.

Puisque R et O appartiennent au cercle de centre I passant par O, alors OI = RI.

Ainsi, puisque $\left\{\begin{array}{l}\text{RO = OI}\\ \text{OI = RI}\end{array}\right\}$ *alors RO = RI.*

• Donc RJ = RO = RI.

• Finalement, puisque $\left\{\begin{array}{l}\text{R milieu de [OJ]}\\ \text{les 3 longueurs RJ, RO et RI sont égales}\end{array}\right\}$ *alors I ∈ $\mathscr{C}_{[OJ]}$.*

3. *Puisque* $\left\{\begin{array}{l}① \text{ I} \in \mathscr{C}_{[\text{OJ}]}\\ ② \text{ I distinct de O et de J}\end{array}\right\}$*, alors, d'après la Réciproque de TRCC, OIJ est rectangle en I.*

Donc (OI) ⊥ (IJ).

4. *Puisque* $\left\{\begin{array}{l}\text{I appartient à } \mathscr{C}\\ \text{(IJ) est perpendiculaire au rayon [OI]}\end{array}\right\}$ *alors (IJ) est la tangente au cercle $\mathscr{C}$ au point I.*