

Corrigé TEST T4 : PUISSANCES (50')

Compte rendu : Test raté en général !

➤ Formules de base sur les puissances :

Tout nombre à la puissance 0 donne !

Puissances de 1 ou (-1) non sues : $1^{785} = \dots\dots\dots$ $(-1)^{2\,541} = \dots\dots\dots$

Puissance négative d'un nombre quelconque : $3^{-1} = \frac{1}{\dots\dots\dots}$ et non 0,3 (confusion avec les puissance de 10) ou -3

(confusion avec l'opposé). $3^{-5} = \frac{1}{\dots\dots\dots}$ $2^{-8} = \frac{1}{\dots\dots\dots}$

$10 = 10^{\dots\dots\dots}$: quand la puissance n'est pas écrite, l'exposant est ! $8,2 = 8,2^{\dots\dots\dots}$

Que de formules inventées ! Ex : $5 \times 3^2 = 15^2$??? Non : grosse faute de priorité ! Ou bien $9 \times 3^{-12} = 27^{-12}$?!!

Calcul élémentaire : $400 \times 10^{-3} = \dots\dots\dots$ $\frac{10^{-2}}{10^{-3}} = \dots\dots\dots$

Formules $a^n \times b^n = \dots\dots\dots$ et $\frac{a^n}{b^n} = \dots\dots\dots$ non sues !

Nombreuses confusion multiplication et puissances : $3^3 = 27$ et non 9 !

Nombreuses confusions entre puissances de 10 et puissances quelconques. Ex : $30^2 \neq 3 \times 10^2$

Confusion entre a^2 et $a \times 2$. Ex : 30^2 n'est pas égal à 60 ! Mais à

➤ Pythagore : Réciproque à revoir. $(\frac{1}{2})^2 = \frac{\dots\dots\dots}{4}$ et non $\frac{2}{4}$!

➤ Calculs complexes : Trop d'erreurs de priorité dues à la présence d'additions ou de soustractions ($n^{\circ 2}$ et $n^{\circ 5}$ soustraction).
On reste le plus longtemps possible en écriture puissance. On repasse en écriture décimale que si des additions ou soustractions nous y obligent !

➤ Problème : Conversions à revoir ! Précisez les unités dans les formules.

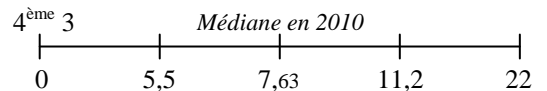
Plus généralement : Enormément de fautes de calcul élémentaire (addition-soustraction de nombres relatifs, de simplification des fractions, de tables de multiplication...); de fautes de signe ($3 - 80 = -77$ et non 77 !); de fautes ahurissantes : $-1 + 3 - 1 = 3-2$! Si vous tombez sur des calculs compliqués, c'est qu'il y a sûrement une erreur !

Arrêtez d'inventer des formules ($n^{\circ 2}$; 3 et 5), je préfère encore qu'il n'y ait rien !

Arrêtez de rendre tout compliqué et appliquez plutôt correctement les priorités et formules !

RELISEZ VOS CALCULS TOUT DE SUITE SANS ATTENDRE LA FIN DU TEST !

Médiane = 7 sur 20 en 2008 ; 9,55 sur 20 en 2007.



➤ Exercice n° 1 (..... / 4 points) : Compléter les égalités suivantes :

$10^{-2} \times 10^7 = 10^5$ $7^5 \times 7^6 \times 7^{-3} = 7^8$ $10^4 \times 0,0015 = 15$ $(4^4)^{-5} = 4^{-20}$

$\frac{10^{-5}}{10^5} = 10^{-10}$ $8^{-7} \times 3^{-7} = 24^{-7}$ $1 \text{ kg} = 10^3 \text{ g}$ $\frac{h^8 \times h^{-3}}{h \times h^{-2}} = h^6$

➤ Exercice n° 2 (..... / 4 pts) : Ecrire ces 4 expressions sous la forme d'une seule puissance.

$\begin{aligned} A &= 25^{15} \times 5 \\ &= (5^2)^{15} \times 5 \\ &= 5^{30} \times 5 \\ &= 5^{31} \end{aligned}$	$\begin{aligned} F &= \frac{4^{-2}}{4 \times (4^{-2})^{-3}} \\ &= \frac{4^{-2}}{4 \times 4^6} \\ &= \frac{4^{-2}}{4^7} \\ &= 4^{-9} \end{aligned}$	$\begin{aligned} R &= \frac{9^4}{3^7} \\ &= \frac{(3^2)^4}{3^7} \\ &= \frac{3^8}{3^7} \\ &= 3 \end{aligned}$	$\begin{aligned} O &= 2^{-8} \times 5^{-3} \times 2^{14} \times 5^9 \\ &= 2^{-8} \times 2^{14} \times 5^{-3} \times 5^9 \\ &= 2^6 \times 5^6 \\ &= 10^6 \end{aligned}$
--	--	--	--

➤ Exercice n° 3 (..... / 4 pts) : Calculer en colonnes, **en respectant les priorités** :

$$Y = -1^2 - 3 \times 2^3$$

Attention, le carré n'agit que sur

1 et non sur -1.

$$= -1 - 3 \times 8$$

$$= -1 - 24$$

$$= -25$$

$$E = (-0,5)^{-274} \times 2^{-274}$$

$$= (-0,5 \times 2)^{-274}$$

$$= (-1)^{-274}$$

-274 est un exposant paire !

$$= 1$$

$$A = 6^0 - (-1)^{-27} + 3^{-2}$$

Résultat sous forme irréductible.

$$= 1 - (-1) + \frac{1}{3^2}$$

$$= 1 + 1 + \frac{1}{9}$$

$$= 2 + \frac{1}{9}$$

$$= \frac{18}{9} + \frac{1}{9}$$

$$= \frac{19}{9} \text{ F.I.}$$

$$H = (3 \times 10^{11})^3$$

Résultat en écriture scientifique.

$$= 3^3 \times (10^{11})^3$$

$$= 27 \times 10^{33}$$

$$= 2,7 \times 10^{34}$$

➤ Exercice n° 4 (..... / 3 pts) : Pythagore, fractions et puissances.

Soit WOK un triangle tel que :

$$WO = 3^{-1}$$

$$WK = 1^{-247}$$

$$OK = 2^{-1}$$

1. Quel est le plus grand côté du triangle WOK ? Justifier. (..... / 1 pt)

$$WO = 3^{-1} = \frac{1}{3} \quad WK = 1^{-247} = 1 ! \quad OK = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

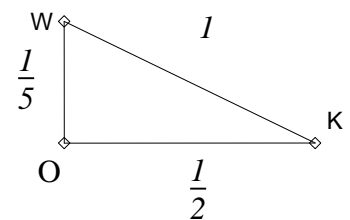
Beaucoup d'élèves ne savent qu'une puissance négative donne un inverse !

On n'a même pas besoin de mettre au même dénominateur ! Ces quantités sont faciles à comparer.

Puisque $1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3}$, alors WK est la plus grande longueur.

2. Le triangle WOK est-il rectangle ? Justifier. (..... / 0,5 + 1 + 0,5 pts)

On fait d'abord un croquis pour matérialiser la situation :



D'une part, on a : $WK^2 = 1^2 = 1$

D'autre part, on a : $OW^2 + OK^2 = (\frac{1}{5})^2 + (\frac{1}{2})^2$

$$= \frac{1}{9} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{4}{36} + \frac{9}{36}$$

$$= \frac{13}{36} \text{ F.I.}$$

Puisque $WK^2 \neq OW^2 + OK^2$, alors, d'après la conséquence de Pythagore direct, le triangle WOK n'est pas rectangle.

➤ Exercice n° 5 (..... / 3 pts) : Calculez en colonnes (**résultat en écriture scientifique**) :

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{6 \times 10^5 \times (10^3)^{-2} \times 15 \times 10^{-2}}{5 \times (10^{-3})^{-3} \times 2} \\
 &= \frac{6 \times 15}{2 \times 5} \times \frac{10^5 \times (10^3)^{-2} \times 10^{-2}}{(10^{-3})^{-3}} \\
 &= \frac{3 \times 2 \times 3 \times 5}{2 \times 5} \times \frac{10^5 \times 10^{-6} \times 10^{-2}}{10^9} \\
 &= 9 \times \frac{10^{-3}}{10^9} \\
 &= 9 \times 10^{-12} \text{ e.s.}
 \end{aligned}$$

$$B = \frac{1\,400 \times 10^{-22} \times 10^{18}}{0,205 \times 10^2 - 500 \times 10^{-3}}$$

La présence d'une soustraction oblige à repasser en décimale au dénominateur.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1\,400 \times 10^{-22} \times 10^{18}}{20,5 - 0,5} \\
 &= \frac{1\,400 \times 10^{-4}}{20} \\
 &= 70 \times 10^{-4} \\
 &= 7 \times 10^{-3} \text{ e.s.}
 \end{aligned}$$

➤ Exercice n° 6 (..... / 4 pts) : Et si c'était vrai ?

Rêvons un peu ! Supposons que chaque jour durant une année entière, toutes les personnes vivant en France métropolitaine (soit environ 64 303 000 personnes en janvier 2009) réduisent leurs déchets de 10 grammes seulement¹.



La calculatrice est autorisée pour cet exercice.

Les questions 2 et 3 peuvent être résolues même sans avoir répondu à la question 1.

1. • Mettre en écriture scientifique le nombre de personnes vivant en France métropolitaine.

$$64\,303\,000 \text{ personnes} = 6,430\,3 \times 10^7 \text{ personnes} \quad (\dots\dots\dots / 0,5 \text{ pts})$$

• Convertir 10 grammes en tonnes puis mettre en écriture scientifique. (..... / 0,5 pts)

$$10 \text{ grammes} = 0,000\,01 \text{ tonnes} = 10^{-5} \text{ tonnes}$$

On a parfois ici des réponses hallucinantes : 10 grammes = 100 000 tonnes !!

2. Au bout d'une année, quelle quantité de déchets (**en tonnes**) serait ainsi évitée au total en France ?

Résultat en écriture scientifique puis en écriture décimale. (..... / 2 pts)

$$\begin{aligned}
 \text{Masse évitée de déchets (en tonnes)} &= \text{Masse évitée par personne par jour} \times \text{Nb de personnes en France} \times \text{Nb de jours par an} \\
 &= 10^{-5} \times 6,430\,3 \times 10^7 \times 365 \\
 &= 2\,347,059\,5 \times 10^2 \text{ tonnes} \\
 &= 2,347\,059\,5 \times 10^5 \text{ tonnes} \quad \text{écriture scientifique} \\
 &= 234\,705,95 \text{ tonnes} \quad \text{écriture décimale}
 \end{aligned}$$

A raison de 10 grammes en moins par jour et par personne, on éviterait 234 705,95 tonnes de déchets ! Impressionnant.

3. Combien de Tour Eiffel cela représente-t-il à peu près ? La Tour Eiffel pèse 10 100 tonnes. Justifier.

(..... / 1 pt)

$$\begin{aligned}
 \text{Nombre équivalent de Tours Eiffel} &= \frac{\text{Masse de déchets évitée (en tonnes)}}{\text{Masse de la Tour Eiffel (en tonnes)}} \\
 &= \frac{234\,705,95}{10\,100} \\
 &\approx 23,24
 \end{aligned}$$

Cette énorme masse de déchets qui pourrait être évitée correspond à environ 23 Tours Eiffel un quart !!

¹ Soit à peu près l'équivalent d'une pièce de 20 centimes et d'une pièce de 10 centimes d'euros !