NOM et Prénom ………………………………………….   Classe de Quatrième ……   Contrat 6   Année 2007 2008

Corrigé TEST T6 PROPORTIONNALITE ; THALES (1 h)

Compte rendu :

- *Equations : Simplifiez les fractions ! Réduisez avant de rassembler.*
- *Pourcentages (n°2) : FRCP : catastrophique. Il suffit de lire l'énoncé pour avoir la formule. Une formule est une égalité !*
  Une proportion est un rapport de comparaison donc une fraction !
  Tableau : méthode non sue ou non appliquée, oubli de la formule, des calculs et de la phrase réponse.
- *Lecture graphique : Mauvaise lecture des distances ou des horaires !*
- *Vitesses : Appliquez **rigoureusement** la formule* $v_{moy}\ (\ldots) = \dfrac{d(\ldots)}{t(\ldots)}$ *en inscrivant bien les unités demandées (FRCP !)*
  Conversions horaires : énormément de fautes !
- *Théorèmes géométrie : **Appliquez-les rigoureusement**, à la virgule prés ! Thalès mieux réussi que « Milieu et Parallèles » et « Droite des 2 Milieux ».*
  Hypothèses manquantes ou inutiles.
  N'oubliez pas de bien vérifier que chaque hypothèse soit justifiée. Sinon c'est à faire auparavant.
  Attention aux théorèmes inventés ! (exo 4)
  Formulation « Puisque ……… alors, d'après le théorème ………, ….. »
- *Plus généralement, Ceux qui connaissaient leur cours OK. Les autres …… Le cours, absolue nécessité pour réussir !*
  Phrases réponses ; Arrondis.
  Relisez !

Médiane = 8,75 sur 20 en 2008.

Médiane en 2009

0   5,75   8,50   13,0   20

- Exercice n° 1 (……………………….…. / 3 points) : Résolvez les deux équations suivantes :

$$\frac{-6}{4n} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{-3}{2n} = \frac{3}{5}$$ *On a simplifié.*

$$-15 = 6n$$ *Produits en croix !*

$$\frac{-15}{6} = n$$

$$\frac{-5}{2} = n$$

$$3 - 5\,(2k - 2) - k = 2 - (7k - 3)$$

$$3 - 10k + 10 - k = 2 - 7k + 3$$ *On a développé.*

$$13 - 11k = 5 - 7k$$ *On a réduit.*

$$13 - 5 = -7k + 11k$$ *On a rassemblé.*

$$8 = 4k$$ *On a reréduit.*

$$\frac{8}{4} = k$$

$$2 = k$$

- Exercice n° 2 (…………….……… / 5 points) : Pourcentage sur la réunion de deux ensembles.

Chaque année, l'Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques (www.insee.fr) dresse l'état de la population collégienne en France. Ainsi, selon les derniers chiffres de la rentrée 2006-2007, il y avait 399 541 filles et 407 540 garçons en classe de Troisième. Parmi les filles, 33% avaient un an ou plus de retard. Quant aux garçons, 168 456 d'entre eux avaient déjà redoublé au moins une fois !

1. Calculer le nombre de filles (arrondi à l'unité) qui ont déjà redoublé au moins une fois. **(FRCP)** (…………….……….. / 1,5 pts) *Question niveau 6ème !*

Inutile d'écrire les titres d'étapes pour FRCP. Lisez bien l'énoncé pour trouver la formule qui est une égalité.

Nombre de filles qui ont déjà redoublé au moins une fois = 33% du Nombre total de filles en 3ème

$$= \frac{33}{100} \times 399\,541$$

$$\approx 131\,849 \text{ filles}$$

A l'entrée de la classe de Troisième, 131 849 filles à peu près ont déjà redoublé au moins une fois.

2. Calculer le pourcentage de garçons (arrondi au dixième) qui ont un an ou plus de retard. **(Tableau)** (……………….……….. / 1,5 pts)

Etape ❶ : Tableau (précis au niveau des intitulés + unités) + Coefficient :

Chercher le pourcentage de garçons qui ont déjà redoublé revient à savoir : sur 100 garçons, combien ont déjà redoublé.

$\times 1/c$

Nb total de Garçons en 3ème	*407 540*	*100*
Nb de Garçons en 3ème ayant un an de retard ou plus	*168 459*	*n*

$\times c$

• *Coefficient :* $c = \dfrac{168\,459}{407\,540}$ *F.I ?*

Etape ❷ : Calcul de la 4ème proportionnelle + Phrase Réponse :

$$\frac{n}{100} = \frac{168\,459}{407\,540}$$

$$n = \frac{168\,459}{407\,540} \times 100$$

$$n \approx 41{,}3\ \%$$

La proportion de garçons ayant déjà redoublé est d'à peu près 41,3 % !!

3. Calculer le pourcentage total d'élèves qui ont un an ou plus de retard. **(FRCP)** (……………… / 1,5 pts)

$$\text{Pourcentage d'élèves qui ont déjà redoublé} = \frac{\text{Nb d'élèves ayant déjà redoublé}}{\text{Nb total d'élèves}} \times 100$$

$$= \frac{\text{Nb de Filles ayant déjà redoublé} + \text{Nb de Garçons ayant déjà redoublé}}{\text{Nb total de filles} + \text{Nb total de garçons}} \times 100$$

$$= \frac{131\,849 + 168\,459}{399\,541 + 168\,456} \times 100$$

$$= \frac{300\,308}{807\,081} \times 100$$

$$\approx 37{,}2\ \%$$

A peu près 37,2% des élèves ont déjà redoublé au moins une fois à l'entrée de la classe de Troisième !

4. On rappelle qu'en général, le pourcentage sur la réunion de deux ensembles n'est pas égal à la moyenne des pourcentages de chaque ensemble. Or bizarrement, le résultat trouvé à la question 3 est très proche de la moyenne des deux pourcentages 33% et 41,3% ! Comment l'expliquez-vous ? (…….. / 0,5 pts)

Calculons la moyenne de 33% et 41,2% : *Moyenne de 33% et 41,2%* $= \dfrac{33 + 41{,}2}{2} = 37{,}1\%$.

Bizarrement, on trouve à 0,1 près le même résultat qu'à la question précédente (37,2%) !

Cela s'explique par le simple fait qu'il y a presque autant de filles que de garçons en Troisième.[1]

[1] Dans le cas ***très rare*** où deux ensembles ont le même nombre d'éléments, alors le pourcentage sur la réunion des deux ensembles est égal à la moyenne des pourcentages de chaque ensemble. Mais attention, ce n'est pas vrai dans le cas général !

➢ Exercice n° 3 (…………….………… / 5,5 points) : Graphique et Mouvement Uniforme.

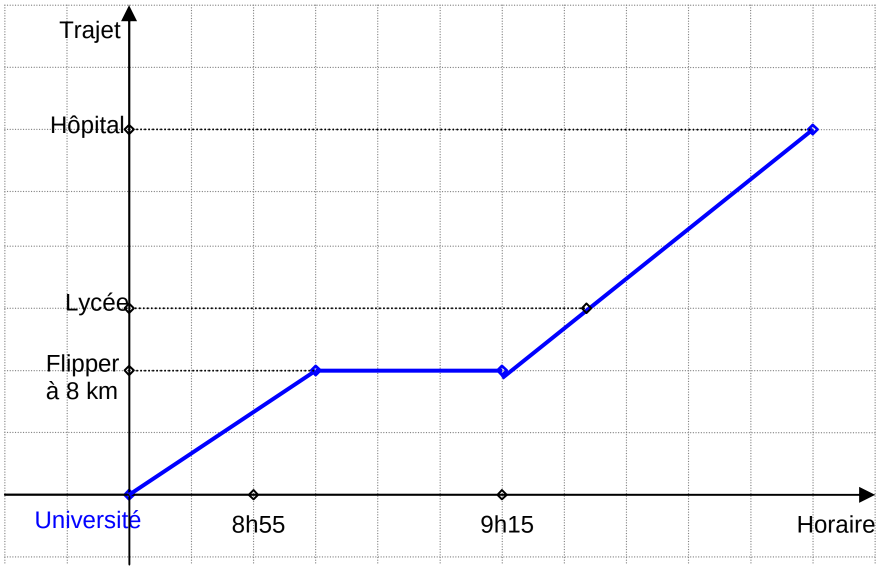
Anne-Lise d'Hurine a rendez-vous à l'hôpital avec Aïcha Fémal *à 9h35 précises*.

Le graphique ci dessous symbolise le trajet de son Université à l'Hôpital.

- *De 8h55 à 9h15, il se passe 20 minutes qui correspondent à 4 graduations.*

Donc une graduation représente $\frac{20}{4} = 5$ *minutes.*

- *Sur l'axe des ordonnées, 8 km sont représentés par 2 graduations donc une graduation représente* $\frac{8}{2} = 4$ *km.*



Ces deux raisonnements sont typiques de l'intuition humaine au niveau de la proportionnalité.

1. Combien de temps a duré sa partie de flipper ? (……………….……. / 0,5pts)

Sa partie de flipper a duré 15 minutes (↔3 carreaux).

2. A quelle heure à peu près passe-t-elle devant son ancien lycée ? (……………..…….. / 0,5 pts)

Elle passe vers 9h22 devant son ancien lycée.

Quelle distance a-t-elle alors parcourue depuis l'Université ? (……………….…….. / 0,5 points)

Elle a alors parcouru 12 km exactement (↔3 carreaux).

3. Arrive-t-elle à l'heure ? Si non, à quelle distance à peu près de l'hôpital se trouve-t-elle à l'heure convenue du rendez vous ? (……………………..…... / 0,5 pts)

Elle arrive à 9h40 donc en retard de 5 minutes.

Lorsqu'il est 9h35, Anne-Lise se trouve à peu près à 3 km (↔3/4 de carreaux) de l'hôpital.

4. Calculer la vitesse moyenne exacte en km/h sur la première partie du trajet (avant le flipper). (……..……….…..…. / 1 point)
Convertissez cette vitesse moyenne en m/s (arrondie au dixième). (…………..… / 1 point)

• *De l'Université au flipper, il s'écoule 15 minutes, soit 1/4 d'heure.*

$$V_{moy}\,(\text{en km/h}) = \frac{D\,(\text{en km})}{T\,(\text{en h})}$$

$$= \frac{8\text{ km}}{\frac{1}{4}\text{ h}}$$

$$= 8 \times \frac{4}{1}$$

$$= 32\text{ km/h}$$

Anne-Lise se déplace à 32 km/h en moyenne, ce qui correspond à la vitesse moyenne d'un véhicule en centre ville. Elle est donc motorisée.

• $D\,(\text{en m}) = 32\text{ km} \times 1\,000 = 32\,000\text{ m}$

$T\,(\text{en s}) = 1\text{ heure} \times 3\,600 = 3\,600\text{ s}$

$$\text{Donc } V_{moy}\,(\text{en m/s}) = \frac{D\,(\text{en m})}{T\,(\text{en s})}$$

$$= \frac{32\,000\text{ m}}{3\,600\text{ s}}$$

$$= \frac{80}{9}\text{ m/s} \quad \text{valeur exacte.}$$

$$\approx 8{,}9\text{ m/s}$$

Jean se déplace à 32 km/h en moyenne, soit à peu près 8,9 m/s.

5. Si Anne-Lise allait constamment à la même vitesse de 32 km/h et *sans s'arrêter*, combien de temps (en heure) aurait-elle mis en tout pour se rendre au rendez vous à l'hôpital ? Serait-elle arrivée à l'heure ? (…………..….. / 1 + 0,5 points)

- *1ère méthode : par FRCP avec la formule :*

$$T(h) = \frac{D\ (km)}{V\ (km/h)} = \frac{24\ km}{32\ km/h} = \frac{3}{4}\ h$$

- *2ème méthode : par tableau de pplté :*

Distance (en km)	*8*	*24*
Durée (en h)	*1/4*	*T*

On passe de 8 à 24 en multipliant par 3 donc on passe de ¼ à T en multipliant aussi par 3.

Donc T = 3/4 d'heure.

Elle mettrait 45 minutes pour rallier l'hôpital en roulant à 32 km/h de moyenne.

Anne-Lise arrivera à 9h30 (= 8h45 + 45 min) donc 5 minutes en avance.

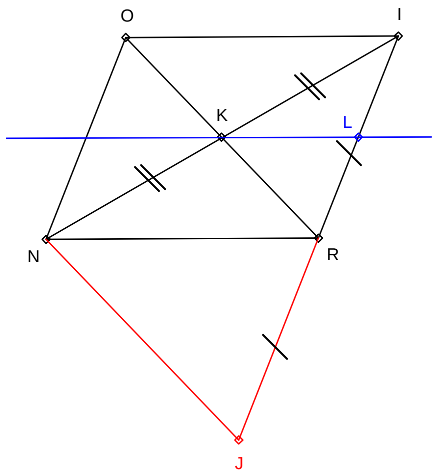
➢ Exercice n° 4 (…………………..…. / 3,5 points) : *Fait en classe !*

Sur la figure ci-contre, NOIR est un parallélogramme de centre K.

La parallèle à la droite (NR) passant par le point K coupe (IR) en L.

Le point J est le symétrique de I par rapport à R.

Réflexe : On reporte les codages induits par l'énoncé !



1. Montrer que L est le *milieu* de [IR]. (………..……… / 0,5 + 1 pts)

• *Puisque K est le centre du parallélogramme, alors K milieu de [IN].*

• *Puisque* $\left\{\begin{array}{l} \text{① INR est un triangle} \\ \text{② K milieu de [IN]} \\ \text{③ L} \in \text{[IR]} \\ \text{④ (KL) // (NR)} \end{array}\right\}$ *alors, d'après le Théorème « Milieu et Parallèles », L est le milieu de [IR] (et accessoirement, KL = NR/2).*

2. Montrer que (KR) ……. (NJ). (……………………….. / 1 + 1 pts)

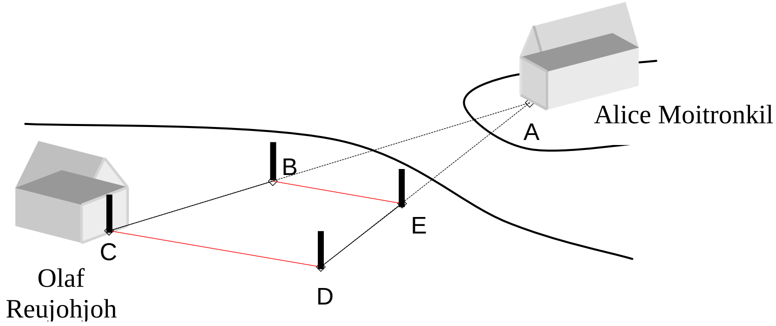
• *Puisque K est le centre du parallélogramme, alors K milieu de [IN].*

Puisque J est le symétrique de I par rapport à R, alors R milieu de [IJ].

• *Puisque* $\left\{\begin{array}{l} \text{① INJ est un triangle} \\ \text{② K milieu de [IN]} \\ \text{③ R milieu de [IJ]} \end{array}\right\}$ *alors, d'après le Théorème « Droite des 2 Milieux », (KR) // (NJ) (et accessoirement, KR = NJ/2).*

➢ Exercice n° 5 (……………………..… / 3 points) : Un théorème bien pratique ! *Fait en classe !*

Une rivière sépare les maisons d'Olaf Reujohjoh et d'Alice Moitronkil. Et pour prouver son amour à Alice, Olaf décide de frapper un grand coup : il va calculer la distance entre leurs maisons sans même avoir besoin de se mouiller le gros orteil !



Pour connaître cette distance CA, il utilise un instrument de visée et plante 4 piquets en B, C, D et E de telle sorte que :

- A, B et C soient alignés.
- A, E et D soient alignés.
- (BE) // (CD)
- BC = 45m   CD = 40m   BE = 39m

1. Compléter le schéma puis l'égalité suivante : AB = *AC – 45* m (…………..…….. / 0,5 pts)
2. Calculer la longueur AC. (………………..……… / 1,5 + 1 pts)

Puisque $\left\{\begin{array}{l} \text{① ACD est un triangle.} \\ \text{② } B \in [AC]. \\ \text{③ } E \in [AD]. \\ \text{④ (BE) // (CD)} \end{array}\right\}$ *alors, d'après le Théorème de Thalès,* $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{BE}{CD} = \dfrac{AE}{AD}$.

Donc $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{39}{40}$

Or B ∈ [AC] donc AB = AC – BC = AC – 45.   *Donc* $\dfrac{AC-45}{AC} = \dfrac{39}{40}$

D'où, par produits en croix, $40\,(AC - 45) = 39\,AC$

$40\,AC - 1\,800 = 39\,AC$

$40\,AC - 39\,AC = 1\,800$

$AC = 1\,800$ m

Olaf annonce fièrement à Alice son résultat, qui, toute émue par de si beaux calculs, ne pense même pas à vérifier !