LES EQUATIONS DU 1ER DEGRE A 1 INCONNUE.

« Les mathématiciens ont autant besoin d'être philosophes que les philosophes, mathématiciens. » Leibniz[1].

➢ *Pré requis pour prendre un bon départ :*

	A refaire	A revoir	Maîtrisé
Calcul littéral : développement – réduction.			
Calcul littéral : factorisation.			
Vérifier une égalité (méthode d'une part …., d'autre part …., puisque …..).			

[1] **Leibniz (1646-1716)** : Leibniz, grand mathématicien allemand, est aussi une des grandes figures de la civilisation européenne.
Il a produit une œuvre philosophique de premier plan, a fait diverses découvertes en Physique, a construit une machine à calculer supérieure à celle de Blaise Pascal, s'est intéressé aussi à la logique, à la numération binaire. Il est l'un des deux fondateurs de l'*Analyse* mathématique avec Newton. Il a aussi fait des études juridiques et remplit de nombreuses missions diplomatiques.

NOM et Prénom : ……………………………………………………. *4ème ………*

➢ **Introduction aux équations :**

« Au bout de combien d'années l'argent placé sur mon Livret A aura-t-il doublé ? » « Pour aller d'un point d'un cercle à un autre point d'un cercle, passer par le centre est-il toujours le chemin le plus court ? » « Une voiture diesel est-elle toujours plus rentable que le même modèle mais essence ? »

Pouvoir répondre à ces questions (et plus généralement à des problèmes rencontrés dans la vie courante ou dans les différents secteurs de l'activité humaine), revient mathématiquement à rechercher une ou plusieurs quantités inconnues. En fait, les relations et conditions de chaque problème peuvent être traduites en une ou plusieurs égalités qui permettront de déterminer ces inconnues.

Ces égalités comportant des quantités inconnues s'appellent des ……………………………...

I. GENERALITES SUR LES EQUATIONS.

A. Définitions, vocabulaire :

1. 1ère rafale :

① Une **variable** est une quantité (représentée commodément par une lettre), dont la valeur n'est *pas fixée* a priori (voir cours sur le calcul littéral p.2).

② Une **équation** est une « **égalité » particulière** qui comporte une ou plusieurs variables **inconnues**.

Le **membre de gauche** (resp. de droite) d'une équation est le côté gauche (resp. droit) de l'égalité.

➢ Deux exemples :

- $3x^2 + 2y - \frac{85}{3} + 22z = 58(x^2 + yz^2)$ Cette « égalité » est une équation dite du 2d degré[2], à *3* variables inconnues de type x, y et z. Rassurez vous, on ne résoudra pas de telles équations avant l'Université !
- Par contre l'exemple qui suit est au programme de 4ème :

$3 + x = 3x - 5$ Cette « égalité » est une équation dite du 1er degré à 1 inconnue de type x.

➢ Attention, ne pas confondre égalité et équation !

- Une **égalité** est une **affirmation mathématique toujours vraie :**

Par exemple, quand j'écris $2x + 3x = 5x$, **j'affirme** en fait que $2x + 3x$ est toujours égal à $5x$ (grâce au calcul littéral), et ce quelque soit la valeur de x. C'est une vérité indépendante de la valeur de x !

- Une **équation** est en fait une **question** et non une affirmation !

Par exemple l'équation $3 + x = 3x - 5$ **ne dit pas** que $3 + x$ est toujours égal à $3x - 5$ **mais pose la question** suivante : « Pour quelle(s) valeur(s) de x, $3 + x$ est-il égal à $3x - 5$? »

En fait, pour distinguer égalité et équation, il faudrait mettre un « ? » au dessus du signe = de l'équation.

[2] Le degré d'une équation correspond à la plus grande puissance d'une variable inconnue rencontrée dans l'égalité.
Ici, le degré est 2 car il y a des x^2 (et des z^2) dans l'égalité. Si il y avait eu des termes en z^{32} (et/ou x^{32}), le degré aurait été 32 !

➢ Exercice : Les expressions suivantes sont elles des équations ou des égalités ?

Seulement dans le cas d'équations, préciser leur degré et la ou les inconnues.

	Equation ou égalité ?	*Degré ?*	*Type des inconnues ?*
Ex : $5y = 2t + 3y - 1$	équation	1^{er}	y et t
$2\pi + 3\pi = 5\pi$			
$3f - 5 = 13z$			
$2cm = 9cm - 7cm$			
$0 = x^2 + 2x + 1$			

2. $2^{ème}$ rafale :

- **Résoudre une équation**, c'est essayer de trouver les valeurs des inconnues qui rendent l'égalité **vraie.**
- Ces valeurs des inconnues pour lesquelles l'égalité est vraie sont appelées **les solutions de l'équation**.

Deux exemples :

- 1 est solution de l'équation $5 = 2t + 3$. En effet, en remplaçant t par 1 dans le membre de droite de l'équation, on obtient $2 \times 1 + 3 = 2 + 3 =$ …….. Il y a donc égalité des 2 membres.
- 2 n'est pas une solution de l'équation $3x + 4 = 7$. En effet, en remplaçant x par 2 dans le membre de gauche de l'équation, on obtient $3 \times 2 + 4 =$ …… $\neq 7$! Il n'y a pas ………………..….. des 2 membres.

B. Comment vérifier que des valeurs sont bien solutions d'une équation :

Méthode : ❶ On calcule chaque membre de l'équation ***séparément*** (formulation : *d'une part à gauche on a…, d'autre part à droite on a…*) en remplaçant la ou les inconnues par les valeurs proposées.

❷ On compare les 2 résultats des 2 calculs :

Quand il y a **égalité** des 2 membres, alors la ou les valeurs proposées sont solutions de l'équation de départ.

Méthode : Vérifions par exemple si la valeur 1 pour x est solution de l'équation $6x = 3x + 2$.

❶ *D'une part à gauche, on a* $6x = 6 \times 1 = 6$.

D'autre part à droite, on a $3x + 2 = 3 \times 1 + 2 = 5$.

❷ *Puisque* $6 \neq 5$, *alors* $x = 1$ *n'est pas solution de l'équation* $6x = 3x + 2$.

➢ Exercice : Vérifier si les valeurs proposées sont ou non solution des équations ci dessous.

$u = -1$ pour $5 - 5u = 8u - 5$

D'une part, on a

D'autre part, on a

Puisque

$t = 2$ et $p = -1$ pour $-t - p = 2 + 3p$

D'une part, on a

D'autre part, on a

Puisque

$y = 6$ pour $9 = \frac{3}{2}y$

$t = -2$ pour $\frac{2}{t} - 3 = -2$

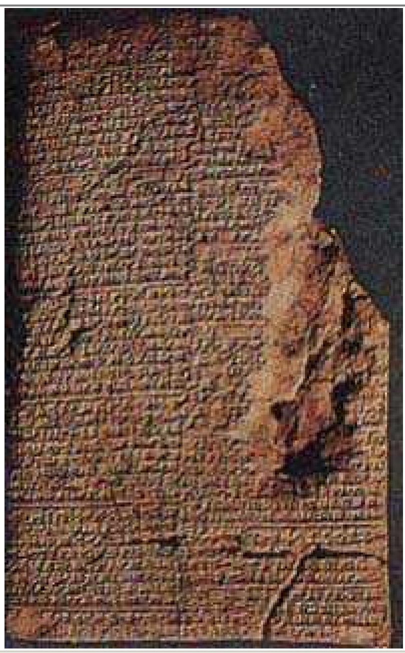
$x = 1$ et $w = -2$ pour $-2x - 1 = -2w$

$x = 2$ et $y = -2$ pour $2x - y = 3(-y)$

II. UN PEU D'HISTOIRE.

- En Mésopotamie, les Sumériens ont inventé la première écriture vers 3 300 av. J.C.

Des fouilles, commencées au 19ème siècle ont permis d'exhumer plusieurs centaines de tablettes d'argile frappées au stylet en écriture cunéiforme et probablement cuites ensuite. Près de 300 d'entre elles concernent les mathématiques et datent, soit de la première dynastie babylonienne 1 800-1 500 av. J.C. (marquée par le règne d'Hammurabi), soit de la période hellénistique, entre 600 et 300 av. J.C.



Cette tablette cunéiforme Babylonienne contient plusieurs problèmes du second degré résolus par la méthode classique.

Les tablettes de cette époque conservent une foule d'informations, en particulier elle nous révèle une algèbre déjà très développée et témoigne de la maîtrise des Babyloniens à résoudre des équations du second degré.

Exemple de résolution de l'équation $11x^2+7x=6,15$ par les Babyloniens (Tablette du British Museum n°13 901).

➢ Si les babyloniens savaient déjà résoudre des équations du 2ème degré, le symbolisme utilisé a beaucoup évolué au cours des siècles comme le montre le tableau ci-dessous :

Voici comment était écrite l'équation du second degré : $\mathbf{2x^2 - 5x = 23}$

Diophante (vers 250)	ΔΥβ ⋔ ςε εστι Μ̊ κγ
Tartalia (1556) Pacioli (1494)	Trouve-moi un nombre dont le double du carré diminué de cinq fois lui-même fait vingt-trois.
Van der Hoek (début du 16ème siècle)	2 S_C – 5 P_N dit is ghelije 23
Cardan(1545)	duo quad. m qumque reb. aequalis 23
Rudolf, Stiffel (1577) Leon d'Anvers (1586)	2 z aequatus 5x + 23
Gosselin (1577)	2Q M 5L aequalia 23 *Q :carré ("quarré") L : ligne au 16ème*
Bombelli (1572)	$\overset{\underset{\smile}{2}}{2}$ m $\overset{\underset{\smile}{1}}{5}$ equale a 23
Viète (1580)	2Q – 5N aequatur 23
Ramus (1586) et Clavius (1608)	2q – 5l aequatus sit 23
Butéo (1559)	2◊ M 5p = 23
Girard (1629) *Théorie des équations, il énonce le théorème de d'Alembert*	2(2) – 5(1) = 23(0)
Viète (1600)	2a_q 5a aeq. 23
Harriot (1631)	2aa 5a = 23
Descartes (vers 1635) et dans « La Géométrie » (1637)	2Aq - 5A égal à 23 2zz – 5z ∝ 23
Herrigone (1634)	2a_2 ~ 5a $^z/_z$ 23
Et durant tout le 18ème siècle	2xx – 5x = 23

Deux excellents sites : « www.math93.com/equation.htm »

« www.col-camus-soufflenheim.ac-strasbourg.fr » rubrique Maths puis Histoire.

➢ D'où vient le mot « équation » ?

III. RESOLUTION DES EQUATIONS DU 1ER DEGRE.

➢ Pour résoudre une équation (3x – 25 = -14 – 3x par exemple), on pourrait comme précédemment (B] p.3) « essayer » des valeurs au hasard pour x et vérifier si elles sont solutions.

Cette méthode est mauvaise ! En effet, il faudrait essayer un nombre infini de valeurs !

De plus, quand on a trouvé une valeur qui marche, comment être sûr que c'est l'unique solution ? Hein ?

➢ **On a donc besoin d'une vraie méthode !**

A. Deux règles fondamentales de transformation des égalités :

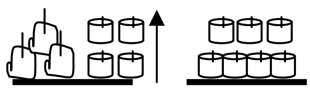
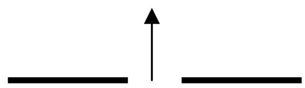
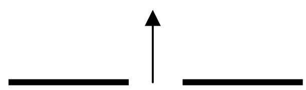
➢ Exemple :

On veut résoudre l'équation 3x + 4 = 7.

Intuitivement, la seule solution de cette équation est x = ...

On va retrouver ce résultat simple par des transformations sur les égalités en nous aidant du modèle de la balance à 2 plateaux (le but étant surtout de bien comprendre comment fonctionnent ces 2 transformations).

Illustrons l'équation sur le modèle de la balance en prenant pour x une pomme, et des poids de 100g.

Egalités.	*Explications mathématiques.*	*Illustration sur le modèle de la balance à l'équilibre.*	*Explications pour le modèle de la balance à l'équilibre.*
3x + 4 = 7	Equation de départ.		Balance au départ.
❶ 3x + 4 **– 4** = 7 **– 4**	On soustrait 4 aux deux membres pour se débarrasser du +4 qui est au membre de gauche.	ne rien écrire.	On retire 400g à chaque plateau.
3x = 3	On a isolé 3x à gauche.		On a isolé 3 pommes sur le plateau de gauche.
❷ $\frac{3x}{\mathbf{3}} = \frac{3}{\mathbf{3}}$	On divise chaque membre par 3 pour se débarrasser de la multiplication par 3 à gauche.	ne rien écrire.	On divise par 3 chaque plateau de la balance.
x = 1	On a réussi à isoler l'inconnue x : l'unique solution de l'équation de départ est 1.		La balance indique le poids de la pomme : 1 poids de 100g.

Cet exemple très simple de résolution permet, grâce aux lignes ❶ et ❷ du tableau précédent, d'énoncer à la page suivante les **2 règles fondamentales** de transformation des égalités permettant petit à petit **d'isoler l'inconnue**.

Règle ❶

On a le droit d'ajouter ou de soustraire un même nombre aux 2 membres d'une égalité.

Comment utilise-t-on cette règle ?

- **Pour se « débarrasser » d'une addition par un certain nombre dans un membre, inversement, on soustrait ce même nombre aux 2 membres de l'équation :**

Méthode : $3 + x = -2$ Pour isoler l'inconnue x, il faut se débarrasser de l'addition + 3 à gauche.

$3 - 3 + x = -2 - 3$ Pour cela, on soustrait ***3*** aux 2 membres de l'équation.

$x = -5$ On a réussi à isoler x : l'unique solution de l'équation de départ est –5.

- **Pour se « débarrasser » d'une soustraction par un certain nombre dans un membre, inversement, on additionne ce même nombre aux 2 membres de l'équation :**

Méthode : $-2 = y - 3$ Pour isoler l'inconnue y, il faut se débarrasser de la soustraction – 3 à droite.

$-2 + 3 = y - 3 + 3$ Pour cela, on additionne ***3*** aux 2 membres de l'équation.

$1 = y$ On a réussi à isoler y : l'unique solution de l'équation de départ est 1.

- Exercices : Résoudre en colonnes (placez bien vos signes « = » les uns en dessous des autres) :

$x + 5 = -3$	$6 + t = -6$	$-1 = 9 + p$
$y - 8 = -2$	$p - \pi = 3$	$-9 = u - 5$

Règle ❷

On a le droit de multiplier ou diviser par un même nombre $\neq 0$, les 2 membres d'une égalité.

Comment utilise-t-on cette règle ?

- **Pour se « débarrasser » d'une multiplication par un certain nombre non nul dans un membre, inversement, on divise les 2 membres de l'équation par ce même nombre :**

Méthode :	$18 = 3x$	Pour isoler x, il faut se débarrasser de la multiplication par 3 à droite.
	$\frac{18}{\mathbf{3}} = \frac{3x}{\mathbf{3}}$	Pour cela, on divise par ***3*** les 2 membres de l'équation.
	$6 = x$	(Quand on peut, on simplifie) L'unique solution de l'équation de départ est 6.

- **Pour se « débarrasser » d'une division par un certain nombre non nul dans un membre, inversement, on multiplie les 2 membres de l'équation par ce même nombre :**

Méthode :	$\frac{y}{3} = 18$	Pour isoler l'inconnue y, il faut se débarrasser de la division par 3 à gauche.
	$\frac{y}{3} \times \mathbf{3} = 18 \times \mathbf{3}$	Pour cela, on multiplie par ***3*** les 2 membres de l'équation.
	$y = 54$	On a réussi à isoler y : l'unique solution de l'équation de départ est 54.

- Exercice : Résoudre en colonnes (placez bien vos signes = les uns en dessous des autres) :

$5j = 55$	$63 = p \times 7$	$7y = 2$	$\pi = k \times 9$
$\frac{h}{8} = 6$	$r \div 3 = 3$	$3 = \frac{x}{0{,}1}$	$\pi = \frac{d}{8}$

➢ Remarque importante : **Vous devrez, quand vous serez à l'aise avec les transformations d'égalités, *« passer » une opération directement dans l'autre membre* en respectant bien les 4 règles :**

Une addition se transforme en ……………………	Une soustraction se transforme en ………………
Une multiplication se transforme en …………………	Une division se transforme en …………………..

Ex :

$x + 5 = -3$	$-9 = u - 5$	$7 \times x = 21$	$5 = \frac{x}{6}$
$x = -3 - 5$	$-9 + 5 = u$	$x = \frac{21}{7}$	$5 \times 6 = x$
$x = -8$	$-4 = u$	$x = 3$	$30 = x$

DORENAVANT, UTILISEZ SYSTEMATIQUEMENT CETTE METHODE SIMPLIFIEE.

➢ Exercices : Résoudre en colonnes (placez bien vos signes = les uns en dessous des autres) :

$6 = -12x$	$-6 = x - 9$	$-\frac{5}{3} = 5 + x$	$\frac{8}{x} = 4$
$-3 = -6 - x$	$7 - x = -2$	$\frac{10}{3} = \frac{5}{x}$	$\frac{x}{1,7} = \pi$

B. Tableau récapitulatif des solutions des 6 équations de base :

In fine, grâce à ces 2 règles fondamentales de transformation des égalités, on peut donc donner les solutions des **4 équations de base et des 2 équations annexes** (x est l'inconnue, a et b sont 2 nombres fixés).

Les 6 équations de base	*Solutions x = ?*
$\mathbf{x + a = b}$	$\mathbf{x = b - a}$
$\mathbf{a - x = b}$ **équivaut à** $\mathbf{a = b}$ …………	
$\mathbf{x - a = b}$	
$\mathbf{a x = b}$	
$\mathbf{\frac{a}{x} = b}$ **équivaut, par produits en croix, à** $\mathbf{a = bx}$	
$\mathbf{\frac{x}{a} = b}$	

C. Résolutions d'équations complexes du 1er degré :

- Définition : **Une équation est dite complexe quand elle n'est pas une des 6 équations de base.**

1. Méthode en 4 étapes sur deux exemples :

Le but est de transformer l'équation complexe pour se ramener à l'une des 6 équations de base.

$\frac{x}{2} - 8 = 3$	$-7 - 10x + 2x = -4 - 2x + 5$	Méthode en ……. étapes :
(ici, rien à réduire)	$-7 - 8x = 1 - 2x$	❶ **On a réduit (si possible) chaque membre.**
$\frac{x}{2} = 3 + 8$	$-7 - 1 = + 8x - 2x$	❷ **On a « rassemblé » les inconnues** du côté où il y en a **le plus algébriquement**[3]. Et on « passe » les constantes dans l'autre membre.
$\frac{x}{2} = 11$	$-8 = 6x$	❸ **On a reréduit chaque membre.** On obtient l'une des 6 équations de base.
$x = 11 \times 2$ $x = 22$	$-\frac{8}{6} = x$ $-\frac{4}{3}$ F.I $= x$	❹ **On a résolu cette équation de base** en écrivant la solution sous la forme la plus simple (entier ou fraction irréductible).

- **En résumé, …….. étapes : on réduit, on rassemble, on reréduit puis on résout l'équation de base.**

2. Exercices :

- Résoudre en colonnes les équations complexes suivantes en 5 étapes maximum !

$4 + 2y - 3 = -5$	$-6 = 2 + \frac{y}{5}$	$-7 - 2k = 2 + k - 16$	$5x - 8 - 7x = 2x - 12$

[3] **Pas forcément à gauche !** Dans le 2ème exemple, il y en a plus à droite car on a $-2x$ à droite alors qu'à gauche on a $-10x + 2x$!

- Résoudre en colonnes les équations complexes suivantes en 5 étapes maximum :

La méthode est en 5 étapes : Développement – Réduction – Rassemblement – Reréduction – Solution.

$$2x - \frac{5}{2} = \frac{18}{4}$$

$x = \frac{7}{2}$

$$\frac{10}{9} = \frac{5}{3}x$$

$x = \frac{2}{3}$

$$-t + 2 = \frac{-1}{2} + \frac{t}{2}$$

$t = \frac{5}{3}$

$$3p - \frac{5}{3} = -3p + \frac{11}{33}$$

$p = \frac{1}{3}$

$$2y + 5 - 6y - 15 = -2y - 5 + 3y$$

$y = -1$

$$2(x - 2) = 6 - x - 5$$

On développe d'abord la parenthèse.

$x = \frac{5}{3}$

$$x - 3(x - 2) = 2x + \frac{1}{2}$$

On développe d'abord la parenthèse.

$x = \frac{11}{8}$

$$\frac{x}{3} + 2 + x = 2x - \frac{1}{3}$$

$x = \frac{7}{2}$

$$\frac{1}{2}(4n - 8) = 9\left(\frac{n}{3} + \frac{2}{9}\right)$$

$n = -6$

IV. RESOLUTION DE SITUATIONS-PROBLEMES.

Le véritable intérêt de ce contrat n'est pas de devenir un virtuose dans la résolution technique des équations.

Il s'agit plutôt d'être capable de résoudre des situations-problèmes après les avoir traduites en équations.

Grâce au contrat précédent, nous savons déjà traduire des situations sous forme d'expressions littérales.

❶ Parmi les situations suivantes, indiquer celles qui se traduisent par l'équation « $3x + 0,5 = 5$ ».

Indiquer à chaque fois ce que représente l'inconnue « x » et donner les restrictions sur cette inconnue.

Situation 1 : Trois paquets de pop-corn et une sucette coûtent ensemble 5 €. La sucette coûte 0,5 €. Combien coûte un paquet de pop-corn ?
Situation 2 : Un kilo de pêches et trois artichauts coûtent 5 €. Un artichaut coûte 0,5 €. Quel est le prix d'un kilo de pêches ?
Situation 3 : Avec trois rouleaux de fil électrique de même longueur, il me manque 0,5 m pour poser 5 m de fil. Calculer la longueur de fil d'un rouleau.

❷ Quelles sont la ou les équations qui conviennent aux problèmes proposés ? Que représente l'inconnue ?

Avec un billet de 20 €, j'achète trois stylos de même prix, et on me rend 4,70 €. Quel est le prix d'un stylo ?			
Equations :	$3p = 20 - 4,70$	$3p - 4,70 = 20$	$3p + 4,70 = 20$
Pendant les vacances ma plante verte a grandi de 5 cm. Elle mesure à présent 82 cm. Combien mesurait-elle avant mon départ ?			
Equations :	$t + 5 = 82$	$t - 5 = 82$	$82 - t = 5$
Eric et Aurélie ont 51 ans à eux deux. Aurélie a le double de l'âge d'Eric. Quel âge a Aurélie ?			
Equations :	$51 = a + 2x$	$a - \frac{a}{2} = 51$	$51 = \frac{a}{2} + a$

❸ Ecrire en fonction de la quantité entre parenthèse, une équation traduisant la situation :

Je suis un nombre dont le carré de l'inverse vaut la moitié de 5. (« y » ce nombre)

J'ai passé un tiers de ma vie à dormir et 10 ans à faire la sieste soit 25 ans en tout. (« d » la durée de ma vie)

Un carré a son aire 2 fois plus grande que son périmètre. (« c » la longueur du carré)

Lors des soldes, le prix d'une TV a baissé de 30%. Elle vaut maintenant 200€. (« p » l'ancien prix de la TV)

Je suis 2 fois plus âgé que toi et dans 5 ans nous aurons 46 ans à nous deux. (« a » mon âge actuel)

A. Généralités sur les situations-problèmes :

Un problème est une situation posée en français, issue de domaines très variés, et où l'on désire connaître la valeur d'une ou plusieurs quantités inconnues.

➢ **Exemple simple : Combien coûte 1 DVD, sachant que j'ai acheté 3 DVD et 1 CD à 15€, que j'ai donné un billet de 100€ et qu'on m'a rendu 25€ ?**

Structure d'un problème : Un énoncé de problème est toujours composé de *2 parties* :
❶ Une partie **« à trouver »**. ❷ Une partie **données ou hypothèses** (**tout le reste sauf** ce que l'on cherche).

B. Méthode de résolution des situations-problèmes en 5 étapes :

Application sur notre exemple simple du haut.	*Méthode en …… étapes.*
❶ Structure : Dans l'énoncé, **surlignez en rouge ce que l'on cherche.**	• **Structure du problème.** *Etape qui facilite énormément les étapes ❷ et ❸.*
❷ Définition de l'inconnue + Restrictions : • p = le prix d'un DVD (en €). • $0 < p < 100$ *p est un prix donc forcément positif, et, d'après les données, forcément inférieur à 100€ !*	• **Définitions *précises* de la (ou les) inconnue(s)** à partir de la (ou les) question(s). • **Restrictions éventuelles** sur la (ou les) inconnue(s). *Cette étape facile est souvent mal faite par les élèves qui ne définissent pas **précisément** l'inconnue et **oublient** de donner les **restrictions** sur l'inconnue.*
❸ Equation : Prix des 3 DVDs + prix d'1 CD = prix total d'où $3p + 15 = 100 - 25$	• **Mise en équation de la situation :** *On traduit les égalités cachées dans les données en une (ou plusieurs) équation(s) faisant intervenir le(s) inconnues définie(s) en ❷.* *C'est l'étape la plus difficile !* *Il faut rechercher dans les données les mots qui signifient des égalités (est de, coûte au total, etc).* *Il ne faut pas hésiter à écrire des formules en semi-français.*
❹ Résolution : *Résolvez l'équation ci-dessus.*	• **Résolution mathématique de l'équation.** *C'est la phase technique assez facile.* *Attention aux fautes de signe et de calcul !*
❺ Vérification + Réponse : • D'une part, on a $3 \times 20 + 15 = 60 + 15 = 75$. D'autre part, on a $100 - 25 = 75$. • Un DVD coûte 20€. *20€ est bien un prix entre 0 et 100€ et ça a l'air plausible.*	• **Vérification** de la solution en remplaçant la ou les valeur(s) trouvée(s) dans l'équation de départ. • **Phrase-réponse en français** à la (ou les) question(s) en s'assurant de la compatibilité des réponses avec les restrictions du ❷. *Cette étape ❺ est constamment oubliée par les élèves.*

C. Situations à résoudre :

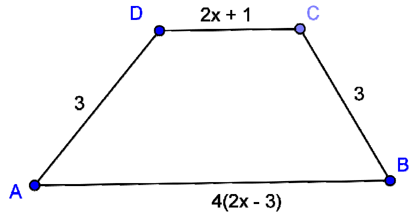
Résoudre sur votre cahier d'exercices les situations suivantes

EN APPLIQUANT EXACTEMENT LA METHODE EN 5 ETAPES VUE P.13.

❶ D'après le n°78 p.82 livre Diabolo Maths 4ème Hachette 2006.

Soit le trapèze ABCD ci-contre.

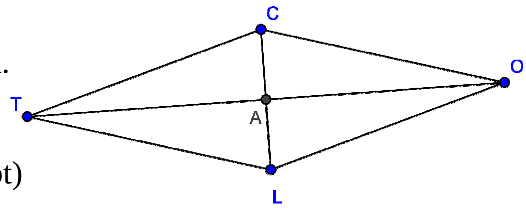
Pour quelle valeur de x ce trapèze ABCD devient-il un parallélogramme ?



❷ Contrôle 2006 (3 pts) : Brad a acheté un échafaudage à Angélina pour la Saint Valentin, ce qui lui a coûté les cinq septièmes de ce qu'il avait mis de côté. Ainsi, il ne lui reste plus que 20$!

Combien avait-il économisé (en dollars) avant de réaliser cette petite folie coûteuse pour Angélina ?

❸ Soit le losange COLT ci-contre. On sait que AC = k et AO = 3 cm.



1. Calculer la longueur TL. (……………….. / 1 + 1 pts)
2. En déduire le périmètre du losange COLT. (……………….. / 1 pt)

   Calculer le périmètre du losange COLT pour k = 4.
3. Pour quelle valeur de « k » l'aire du losange est-elle de 24 cm² ? (……………… / 2 pts)

❹ Un élève dit en moyenne 5 fois « C'est infaisable ! » pour un exercice de Maths facile et le quadruple lorsque l'exercice est difficile. Aude Aibussavabien a 15 exercices à faire pour lundi dont « n » faciles. Sachant qu'elle a proféré 210 fois « C'est infaisable ! », combien d'exos faciles avait-elle à faire ?

❺ Pour un abonné, la place de cinéma coûte 5 €, alors qu'une place à plein tarif coûte 8 €.

La recette totale pour 80 personnes a été de 565€. Combien y avait-il d'abonnés parmi les 80 spectateurs ?

❻ Un rectangle a sa longueur qui mesure 3 cm de plus que la largeur.

Sachant que le périmètre du rectangle est de 42 cm, combien mesure la largeur du rectangle ?

❼ Squinkel est un écureuil opportuniste qui collectionne les pièces de 1 et 2 centimes tombées par terre. Il a réussi à amasser 1,4 € au total ce qui représente un porte monnaie de 110 pièces à trimballer quand il change de terrier ! Il range ses trophées par piles de 10. Combien de piles de chaque sorte cela lui fait-il ?

❽ Lors du tournage de la scène finale du film gore « En manque d'assaisonnement »,

130 litres de condiments furent aspergés (ketchup + harissa) soit 700 tubes au total.

Sachant que le tube de 200 ml de ketchup coûte 2 € et que le tube de 150 ml de harissa coûte lui 1,5 €, combien ont dépensé les producteurs en condiments pour cette scène au parfum atroce, « digne de figurer au panthéon des plus grands nanars du cinéma ».

V. CALCUL LITTERAL ET EQUATIONS : REVISIONS.

- Exercice ①: Développer puis réduire en colonnes.

$A = 1 - 3p (-5a + p) - 2 - (p^2 - 3ap - 2)$

$A = 18ap - 4p^2 + 1$

$B = -(3b - 3a + 2) - 21 - 15b - 2a (3 - a)$

$B = 2a^2 - 3a - 18b - 19$

$C = 4a \times 2c - 5c - 4 + 8c - 3c \times 5a$

$C = -7ac + 3c - 4$

$D = 3k^3 (k^2 + 2) - 2k^3 - 6k (3 - 2k^2)$

$D = 3k^5 + 16 k^3 - 18k$

$E = (3x - 4) (5x + 2)$

$E = 15x^2 - 14x - 8$

$F = (2a + b) (7b - 3a)$

$F = 11ab - 6a^2 + 7b^2$

➢ <u>Exercice ② : Factorisation.</u>

$2t + 4p - 6 =$

$3x - 5xy + xz =$

$6x^3 - 24x^5 + 36x^2 =$

$3(x+1)(7-2x) + (7-2x)(2+x)$
$=$

➢ <u>Exercice ③ :</u> Résolvez les 6 équations (placez bien vos signes « = » les uns en dessous des autres) :

$t + 5 - 2t = -20 + 4t$

$t = 5$

$6 + 2(8 + 6x) - [3(3x + 4)] = 0$

$x = -\frac{10}{3}$

$5x - 19 = 24x - (3x + 13)$

$x = -\frac{3}{8}$

$\frac{x}{2} + 6 = \frac{x}{3} - 9$

$x = -90$

$\frac{3}{y} = \frac{-6}{7}$

$y = \frac{-7}{2}$

$\frac{-10}{3} = \frac{5}{-6y}$

$y = \frac{1}{4}$

VI. POUR PREPARER LE TEST ET LE CONTROLE.

A. Je dois savoir :

- Remplissez ce tableau :

	A refaire	A revoir	Maîtrisé
Vérifier que des valeurs sont solutions ou non d'une équation.			
Les 6 équations de base.			
Equations complexes : méthode en 5 étapes.			
Associer la bonne équation à un problème.			
Problème : méthode en 5 étapes.			
Problème : définition de l'inconnue ; restrictions.			
Problème : traduction de l'énoncé sous forme d'équation(s).			
Aimer les équations.			

- **Pour préparer le test et le contrôle : Livre (Diabolo Maths 4$^{\text{ème}}$ Hachette 2006) p.80 et 86.**

B. Conseils :

- <u>Equations</u> : Placez bien vos signes = les uns en dessous des autres.

  Appliquez bien la méthode en 5 étapes :

  Développement – Réduction – Rassemblement – Reréduction – Solution.

  Rassembler les inconnues là où il y en a **le plus** : pas nécessairement à gauche ! Cela évite l'apparition de quantités négatives.

  Equation de type $\frac{a}{x} = b$, pensez à inverser les 2 membres.

  Pensez à vérifier vos solutions trouvées en remplaçant dans l'équation de départ.

- <u>Situations</u> : Méthode en 5 étapes : numérotez et écrivez les !

  N'oubliez pas les restrictions sur l'inconnue à l'étape n°2.

  Pour l'étape n°3 « traduction », cherchez une situation d'égalité dans l'énoncé puis traduisez en français.

C. Erreurs à ne pas faire :

- Nombreuses erreurs de signe. Ex : $-2x = 5$ devient $x = \frac{5}{2}$ Faux, corrigez !
- Erreurs de méthode : Rassembler avant de réduire dans les équations complexes : Non !
- Plus généralement, comme pour le calcul littéral, ce sont les fractions et les relatifs qui posent des problèmes et le manque de pratique des méthodes : entraîner-vous ! Analysez chaque erreur !

D. Fiche de révision à faire :

Quel est l'intitulé du prochain contrat ? ……………………………………………………..