

CORRIGE LES NOMBRES DECIMAUX RELATIFS

« Réfléchir avant d'agir ! »

« Correction en rouge et italique. »

I. Les nombres décimaux relatifs. _____ **2**

II. Somme algébrique (5^{ème}). _____ **3**

III. Multiplication de nombres décimaux relatifs. _____ **7**

IV. Division par un nombre décimal relatif non nul. _____ **8**

V. Règles de priorité. _____ **9**

VI. Révisions et problème. _____ **11**





VII. Pour préparer le test et le contrôle. _____ **12**

Voici le premier chapitre d'une **longue série à succès**.

Avant tout, inscrire au stylo ou au feutre votre NOM en majuscules, votre Prénom puis votre classe au bas de cette page.

Puis remplir au crayon à papier (ou stylo effaçable) le tableau « Pré-requis pour prendre un bon départ ».

➤ Pré-requis pour prendre un bon départ :

				
Nombres entiers et décimaux : définitions.				
Nombres entiers et décimaux : les 4 opérations et propriétés.				
Nombres relatifs : définitions, nombres opposés.				
Nombres relatifs : addition, soustraction, sommes algébriques				
Nombres relatifs : priorités des opérations.				
Distributivité : développement et factorisation.				

Lisez **attentivement et complètement** ce livret ! **Ecrivez proprement et pas trop gros.**

Remplissez tous les trous, **au crayon à papier ou au stylo effaçable (pas de bic).**

Les réponses se trouvent facilement en réfléchissant (un peu) et en lisant quelques mots plus loin.

Appelez-moi quand vous ne comprenez *vraiment pas*.

Une fois chez vous, apprenez ce cours. **Tout ce qui est encadré ou en gras doit être su par cœur !**

Utilisez de la **couleur (stabilo)** pour faire ressortir les choses que vous jugez importantes.

Enfin, si possible, comparer ce livret de cours avec un autre cours.

I. LES NOMBRES DECIMAUX RELATIFS.

A. Des chiffres aux nombres (rappels de 6^{ème}) :

➤ De nos jours, nous écrivons presque tous les nombres avec les *chiffres* indoarabes.

Combien y a-t-il de chiffres indoarabes ? *10 !* Les écrire tous ds l'ordre : *0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 mais pas 10 !*

Existe-t-il d'autres chiffres que les chiffres indoarabes ? Oui. Lesquels ? *Chiffres romains, chinois...*

Ecrire le nombre « dix » sans utiliser les chiffres indoarabes : *X en chiffres romains.*

Ainsi donc, il ne faut **pas confondre nombres et chiffres** :

« Les lettres sont aux mots ce que les *chiffres* sont aux *nombres*. »

୧ ୨ ୩ ୪ ୫ ୬ ୭ ୮ ୯ ୦	chiffres indiens (vers le X ^{ème} siècle)
١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ٠	chiffres arabes (vers le XIII ^{ème} siècle)
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0	chiffres gothiques (XIV ^{ème} siècle)
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0	chiffres modernes (après le XV ^{ème} siècle)
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0	chiffres modernes dactylographiés

➤ Pour pouvoir écrire une infinité de nombres avec un nombre fini de signes (les 10 chiffres), l'Homme a construit petit à petit un système d'écriture qui repose sur ces 10 chiffres et en particulier le chiffre 0. Cela s'est fait en Inde du 3^{ème} siècle avant Jésus Christ au 9^{ème} siècle après Jésus Christ.

Ce système d'écriture des nombres est passé par Bagdad puis dans le monde Arabe au 9^{ème} siècle.

Grâce aux Croisades et aux traductions par les universités naissantes d'œuvres arabes¹ elles-mêmes issues d'œuvres grecques ou indiennes, ce système s'est répandu en Occident entre les 10^{ème} et 13^{ème} siècles.

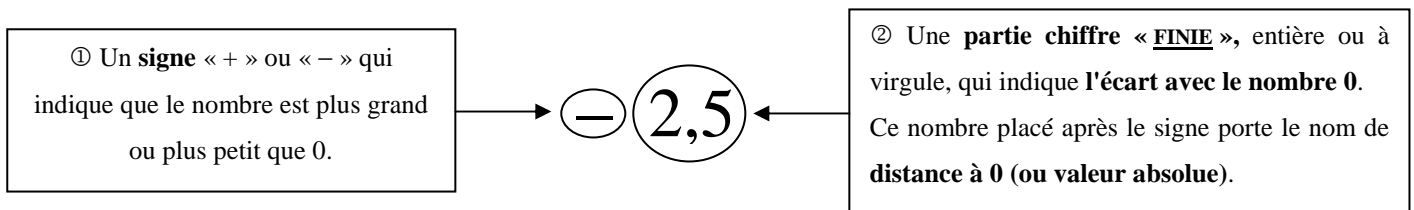
➤ Ce système d'écriture des nombres s'appelle : **La Numération Décimale (ou écriture décimale).**

C'est un **système de position** (un chiffre n'a pas la même valeur suivant sa place dans l'écriture du nombre), **à base 10** (chaque chiffre représente des unités ou *des dizaines ou des centaines* etc.).

Le chiffre « 0 » peut représenter le nombre zéro, mais peut aussi indiquer l'absence d'unités ou de dizaines ou de dixièmes etc. dans l'écriture décimale d'un nombre.

B. Définition des nombres décimaux relatifs (rappels de 5^{ème}) :

Un nombre décimal (sous entendu relatif) est un nombre composé de deux parties :



Exercice : Parmi ces nombres, barrez ceux qui ne sont pas des décimaux relatifs puis *expliquez* :

-5 ~~π~~ ~~$-\frac{1}{9}$~~ $\frac{1}{4}$ ~~+0,2424etc~~ 0,242400000000etc

Car $\pi = 3,1415...$ $-\frac{1}{9} = -0,111111.....$ et $0,242424etc$ ont des écritures décimales infinies $\neq 0$.

Définition : Deux nombres de même distance à 0 mais de signe contraire (ex : 5 et -5) sont dits *opposés*.

Autres exemples ? *5 et -5 ou bien -2/9 et 2/9.*

¹ Citons l'un des chefs d'œuvre de l'Humanité : « Al-jabr wa'l muqābala » écrit par le mathématicien arabe Al Khwarizmi. Ce livre pose le socle de l'Algèbre (qui vient de Al-jabr) et donc des maths modernes, telles que nous les connaissons.

II. SOMME ALGEBRIQUE (5^{EME}).

A. Définition d'une somme algébrique :

➤ On se rappelle qu'une soustraction peut être remplacée par l'addition de l'opposé (et inversement).

Exemples : $(+7) - (-3) = (+7) + (+3)$ $(+15) + (-12) = (+15) - (+12)$

Il est donc inutile de faire de différence entre une addition et une soustraction ! C'est pourquoi on parle de **somme algébrique**.

Définition : Une **somme algébrique** est une suite d'additions et/ou de soustractions.

➤ Une même somme algébrique peut donc se présenter sous 4 formes :

sous forme d'une suite d'additions.

sous forme d'une suite de soustractions.

sous forme d'une suite d'additions et de soustractions.

sous forme d'une suite de nombres relatifs où signes d'addition et parenthèses sont sous-entendus.

Voici le même exemple écrit sous ces 4 formes différentes :

Suite d'additions :	$(+24) + (-12) + (-9) + (+34) + (-25) + (+42) + (-1)$
Suite de soustractions :	$(+24) - (+12) - (+9) - (-34) - (+25) - (-42) - (+1)$
Suite d'additions et soustractions :	$(+24) + (-12) - (+9) - (-34) + (-25) - (-42) + (-1)$
Suite de nombres relatifs :	+24 -12 -9 +34 -25 +42 -1

Quelle forme vous paraît la plus simple ? *La dernière évidemment !*

Il semble évident que la dernière forme est la plus simple d'écriture : on l'appelle la **forme simplifiée de la somme algébrique**. Essayez d'expliquer pourquoi. *Il n'y a plus de parenthèses et moins de signes.*

B. Six règles de simplification d'écriture des sommes algébriques :

➤ Deux conventions d'écriture :

① On peut toujours enlever les parenthèses () du **1^{er} terme d'une expression**.

② On peut toujours enlever le signe « + » et les parenthèses () des nombres **positifs**.

Application : $(-2) + (+3)$ s'écrit plus simplement $-2 + 3$ $(+3) - (+6)$ s'écrit plus simplement $3 - 6$

➤ Finalement, d'après les règles de calculs pour l'addition et la soustraction et les conventions ci-dessus, on utilisera systématiquement les 4 règles de simplification suivantes rappelées par Simon Stevin dans son *Arithmétique* (1625) :



③ L'écriture $+(+x)$ est remplacée par l'écriture $+x$.	ex : $+(+3) = +3$	$+(+2,3) = \dots\dots\dots$
④ L'écriture $-(-x)$ est remplacée par l'écriture $+x$.	ex : $-(-7) = +7$	$-(-5) = \dots\dots\dots$
⑤ L'écriture $+(-x)$ est remplacée par l'écriture $-x$.	ex : $+(-5) = -5$	$+(-3) = \dots\dots\dots$
⑥ L'écriture $- (+x)$ est remplacée par l'écriture $-x$.	ex : $- (+8) = -8$	$- (+1) = \dots\dots\dots$

Exemples : $X = (+24) + (-12) - (+9) - (-34) + (-25) - (-42) + (-1)$ Somme algébrique non simplifiée.
 $X = 24 - 12 - 9 + 34 - 25 + 42 - 1$ On a simplifié les écritures.

Application : Simplifier d’abord l’écriture de ces sommes algébriques puis calculer en colonnes :

$A = (-3) + (-6) + (+2)$ $= -3 - 6 + 2$ $= -7$	$B = (+5) - (-6) - (+3)$ $= 5 + 6 - 3$ $= 8$
------------------------------------------------	----------------------------------------------

C. Quatre autres conventions d’écriture :

J’en profite pour rappeler 4 conventions qui permettent de rendre clairs les calculs :

- ① Un calcul ne commence jamais par le signe « = ».
- ② Il doit toujours y avoir quelque chose écrit **à droite d’un signe égal**.
- ③ Deux signes opératoires ne peuvent jamais être écrits l’un à côté de l’autre sans parenthèses.
- ④ Les calculs doivent être écrits **en colonnes** !

Application : Corriger en rouge les fautes d’écriture, simplifier puis calculer en colonnes :

$\cancel{=} + (-3) + (+2) - (-3) + (-5) \cancel{\neq}$ $= -3 + 2 + 3 - 5$ $= -3$	$\cancel{\neq} + (-2) \times (+3) \cancel{\neq}$ $= -2 \times 3$ $= -6$
----------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------

Pas de signe « = » en début de ligne !

D. Une méthode de calcul meilleure que les autres :

Pour calculer une somme algébrique de plus de deux nombres, toutes les méthodes qui donnent le bon résultat sont correctes mais ne se valent pas !

La méthode reposant sur la simplification d’écriture est la plus évoluée, la plus puissante et la plus simple. Elle nécessite juste de connaître les 6 règles de simplification d’écriture p.3 et de savoir calculer des additions (gains) et soustractions (pertes).

C’est la meilleure méthode et celle qu’on utilisera systématiquement.

Somme algébrique à calculer.	Méthode par Simplification d’écriture.
$A = (+12) - (+5) + (-8) + (+15) + (-9) - (-24)$	On part d’une somme algébrique non simplifiée.
$= 12 - 5 - 8 + 15 - 9 + 24$	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Etape ① : Simplification.</u> On simplifie d’abord les écritures en appliquant les règles de simplification.
$=$ (calculs) $=$ (calculs etc.) $= 29$	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Etape ② : Calculs.</u> On effectue les calculs : <ol style="list-style-type: none"> 1) soit directement d’un coup lorsqu’ils sont simples. 2) soit par regroupements astucieux en faisant bien attention aux signes. 3) soit, en désespoir de cause, de la gauche vers la droite.

Comment dans la partie calculs faire apparaître des **regroupements judicieux** (nombres opposés, regroupements donnant de petits résultats ou des nombres simples : dizaines, centaines etc.) ?

En changeant l’ordre des termes tout simplement !

E. Changement de l'ordre des termes dans une somme algébrique :

Ouh là ! Je vous vois déjà changer l'ordre des termes pour effectuer des regroupements judicieux.

On a le droit, mais pas n'importe comment évidemment ! (Et comme vous aimez trop le NPQ !)

Soit une somme algébrique :

Règle ① : On pourra changer l'ordre de ses termes que lorsque la somme est **sous forme simplifiée** !

Règle ② : Dans ce cas, lorsqu'on change un terme de place, on n'oublie surtout pas de **prendre son signe avec lui ! Il faut toujours tenir compte du signe devant un nombre.**

Exemple : $-12 - 24 + 13$ peut se transformer en $-24 - 12 + 13$ et non pas en $24 - 12 - + 13$ (faux) !

Application : Simplifier les écritures puis calculer judicieusement en changeant l'ordre des termes :

$$\begin{aligned} C &= -13 + (+20) + (+13) - (+20) \\ &= -13 + 20 + 13 - 20 \\ &= -20 + 20 + 13 - 13 \\ &= 0! \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= + (-3) + (-10,5) - (+17) - (-0,5) \\ &= -3 - 10,5 - 17 + 0,5 \\ &= -3 - 17 - 10,5 + 0,5 \\ &= -20 - 10 \\ &= -30 \end{aligned}$$

F. Exercices sur les sommes algébriques :

➤ Exercice 1 : Simplifier les écritures puis calculer en colonnes :

$$\begin{aligned} O &= (+7) + (-3) - (-4) - (+5) - (+9) + (+1) \\ &= 7 - 3 + 4 - 5 - 9 + 1 \quad \text{On a simplifié les écritures.} \\ &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= (-48) + (-18) - 11 - (-48) - (-18) - (-11) \\ &= -48 - 18 - 11 + 48 + 18 + 11 \quad \text{On a simplifié les écritures.} \\ &= 48 - 48 + 18 - 18 + 11 - 11 \quad \text{On a regroupé les opposés.} \\ &= 0! \end{aligned}$$

➤ Exercice 2 : Simplifier les écritures puis calculer en colonnes en regroupant **judicieusement** :

$$\begin{aligned} E &= (-43) + (-19,5) - (-49) - (+33) - (+0,5) \\ &= -43 - 19,5 + 49 - 33 - 0,5 \quad \text{On a simplifié.} \\ &= 49 - 43 - 19,5 - 0,5 - 33 \\ &\text{On a regroupé de telle sorte que les calculs donnent de petits nombres.} \\ &= 6 - 20 - 33 \\ &= -47 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R &= (-36,6) - (-53) - (-16,6) - (+14) \\ &= -36,6 + 53 + 16,6 - 14 \\ &\quad \text{On a simplifié les écritures.} \\ &= 16,6 - 36,6 + 53 - 14 \\ &= -20 + 39 \\ &= -19 \end{aligned}$$

➤ Exercice 3 : Voici un exercice (rédigé par un élève normal) bourré de fautes.

Êtes-vous capable de les expliquer puis de les corriger ?

$E = -(-23) - 13 - 1 \neq$ Meuhh. Tro easy c'que donne le prof ! Y nous prends pour des gogol ou koi ?

$= -23 - 12$ j'ai simplifier le premier terme et j'ait calculés le dexième et le 3^{ème} termes.

Faute de simplification

faute classique : l'élève n'a pas tenu compte du signe devant 13.

$= -11$ g kalqlé les terme together. Twou fingers in the baba !

faute classique : l'élève n'a pas tenu compte du signe devant 23 et a calculé 23 - 12 au lieu de -23 - 12.

$$E = -(-23) - 13 - 1$$

$$= 23 - 13 - 1$$

$$= 9$$

➤ Exercice 4 :

Méthode : On donne $x = -3$ et $y = -2$. Et on veut calculer $x + y$:

$x + y = (-3) + (-2)$ on a juste remplacé les lettres.

$= -3 - 2$ on a simplifié les écritures.

$= -5$ on a calculé.

En appliquant rigoureusement la même méthode, calculer pour $x = +5$ et $y = -2,5$:

$$x - y = 5 - (-2,5)$$

$$= 5 + 2,5$$

$$= 7,5$$

$$-x + y = -(+5) + (-2,5)$$

$$= -5 - 2,5$$

$$= -7,5$$

$$-x - y = -(+5) - (-2,5)$$

$$= -5 + 2,5$$

$$= -2,5$$

On remarque que $x + y$ et $-x - y$ sont opposés.

De même, $x - y$ et $-x + y$.

On donne $x = +7$, $y = -5$ et $z = -2$.

$$(x - y) - z = (7 - (-5)) - (-2)$$

$$= (7 + 5) + 2$$

$$= 12 + 2$$

$$= 14$$

$$x - (y - z) = 7 - (-5 - (-2))$$

$$= 7 - (-5 + 2)$$

$$= 7 - (-3)$$

$$= 7 + 3$$

$$= 10$$

$$(-x + y) + z = (-7 + (-5)) + (-2)$$

$$= -12 - 2$$

$$= -14$$

$$-x + (y - z) = -7 + (-5 - (-2))$$

$$= -7 + (-5 + 2)$$

$$= -7 + (-3)$$

$$= -7 - 3$$

$$= -10$$

On remarque que le fait de rajouter des parenthèses peut complètement changer le résultat d'un calcul.

III. MULTIPLICATION DE NOMBRES DECIMAUX RELATIFS.

A. Produit de deux nombres décimaux relatifs :

Règle : Le produit de deux nombres décimaux relatifs a :

① pour signe :

- soit « + » lorsque les deux facteurs sont **de même signe**.
- soit « - » lorsque les deux facteurs sont **de signe contraire**.

② pour « distance à 0 » :

- le produit des deux distances à zéro des deux facteurs.

Exemples :

- $(-7) \times (-8) = 56$
- $(+5) \times (+0,4) = 2$
- $125 \times (-8) = -1\ 000$
- $-3 \times 0,4 = -1,2$

- Application : $(+2) \times (+8) = 16$ $-5 \times (-8) = 40$ $-1 \times (+1) = -1$ $(-5) \times (+0,2) = -1$
 $(-2,5) \times (+4) = -10$ $7 \times (-9) = -69$ $-8 \times 6 = -48$ $(-0,5) \times (-100) = 50$

B. Propriété de la multiplication :

Propriété : Dans une multiplication, l'ordre des facteurs ne compte pas.

Utilité : cette propriété permet de faire des regroupements **judicieux** dans une suite de multiplications.

➤ Calculer en colonnes astucieusement :

$$\begin{aligned} A &= -5 \times 3,55 \times 20 \\ &= -100 \times 3,55 \\ &= -3,55 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (-1,5) \times 0,25 \times (-4) \times 10 \\ &= +15 \times 1 \\ &= 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= -2,297 \times (-4) \times (-25) \\ &= -2,297 \times 100 \\ &= -229,7 \end{aligned}$$

C. Produit de plusieurs décimaux relatifs :

Règle : Le produit de plusieurs décimaux relatifs a :

① pour signe :

- soit « + » lorsqu'il y a un nombre **pair** de **facteurs négatifs**.
- soit « - » lorsqu'il y a un nombre **impair** de **facteurs négatifs**.

Attention : Les facteurs positifs n'interviennent pas dans le signe final du produit !

② pour distance à 0 :

- le produit des « **distances à 0** » de tous les facteurs (calcul par regroupements **judicieux** si possible)

Exemples :

- $-1 \times (-3) \times 2 \times (-4) = -24$
- $1 \times 3 \times (-2) \times (-4) = 24$

➤ Exercice inspiré du contrôle 2004 : Quel est le signe final de ces 4 produits ? Justifier !

• $5 \times (-24,21) \times 1,2 \times (-3) \times (-5)$

nb impair de facteurs négatifs (3) donc produit négatif.

• $-a \times b \times c$ avec a, b et c trois nombres négatifs quelconques.

a négatif donc -a positif.

Donc, dans $a \times b \times c$ il y a un nb pair (2) de nbs négatifs.

Donc produit positif.

• $1 \times (-2) \times 3 \times (-4) \times 5 \times (-6) \times 7 \times (-8) \times 9 \times (-10) \times 11 \times (-12)$

nb impair de facteurs négatifs (6) donc produit positif.

• $(-7)^2 \times (-k) \times (-t) \times \pi$ avec $k < 0$ et $t > 0$.

$(-7)^2$ est positif (un carré est toujours positif!)

$-k$ est positif! $-t$ est négatif! π positif!

1 seul facteur négatif donc produit négatif.

➤ Calculer astucieusement en colonnes :

$$\begin{aligned}
 F &= (+2) \times 7,9 \times (-0,5) \times (-10) \\
 &= + (2 \times 7,9 \times 0,5 \times 10) \\
 &= + (1 \times 79) \\
 &= 79
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 O &= (-123,2) \times (-4) \times (-0,5) \\
 &= - (123,2 \times 4 \times 0,5) \\
 &= - (123,2 \times 2) \\
 &= -246,4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U &= -0,25 \times 0,7 \times (-10) \times (-4) \\
 &= -0,25 \times 4 \times 0,7 \times (-10) \\
 &= -1 \times (-7) \\
 &= 7
 \end{aligned}$$

D. Simplifications et conventions d'écriture pour la multiplication :

- ❶ On peut enlever les parenthèses () du 1^{er} terme d'une expression.
- ❷ On peut toujours supprimer les signes « + » et les parenthèses () des nombres de signe *positifs*.
- ❸ On peut toujours enlever le signe « × » *sauf entre 2 nombres*.
- ❹ 2 signes ne peuvent toujours pas être écrits directement l'un à côté de l'autre sans parenthèses.
- ❺ Les calculs doivent être écrits *en colonnes* !

Exemple : Corriger et simplifier l'écriture puis calculer en colonnes :

$$\begin{aligned}
 &\cancel{+} (+0,2) \times \cancel{-} (-2,5) \times (+6) \times \cancel{-} (-4) \quad \text{On ne commence pas un calcul avec un signe = !} \\
 &= 0,2 \times (-2,5) \times 6 \times (-4) \\
 &= + (0,2 \times 2,5 \times 6 \times 4) \\
 &= + (1,2 \times 10) \\
 &= 12
 \end{aligned}$$

IV. DIVISION PAR UN NOMBRE DECIMAL RELATIF NON NUL.

Règle : Le quotient d'un décimal relatif par un décimal relatif *non nul* admet :

❶ pour signe :

- Soit « + » lorsque les deux facteurs sont **de même signe**.
- Soit « - » lorsque les deux facteurs sont **de signe différent**.

❷ pour distance à 0 :

- Le quotient des deux « *distances à 0* » des deux facteurs.

Exemples :

- $-20 \div (-5) = 4$
- $\frac{-15}{3} = -5$
- $\frac{6}{-2} = -3$

Application : $6 \div (-3) = -2$ $(-1,2) \div (-4) = 0,3$ $\frac{-8}{4} = -2$ $\frac{-33}{-11} = 3$

Remarque : Pourquoi la règle des signes de la multiplication s'applique-t-elle aussi à la division ?

Parce qu'en fait, on verra plus tard lors du contrat sur les fractions que la division est une multiplication « déguisée » !

Simplification d'écriture : On remplacera toujours le signe « ÷ » par une *barre de fraction* !

V. REGLES DE PRIORITE.

A. Calculs sans grandes parenthèses : priorités.

La multiplication (et donc la division) est toujours *prioritaire* sur l'addition (et donc aussi sur la soustraction).

Application : Simplifier les écritures puis calculer en colonnes :

$$\begin{array}{llll}
 A = (-6) - (-6) \times (+3) & B = (+2) - (+6) \div (-2) & C = (-2) \times 6 + (-9) \div (-3) & D = 3 - 3 \times (-3) + (+3) \\
 A = -6 + 6 \times 3 & B = 2 - 6 \div (-2) & C = -2 \times 6 + \frac{-9}{-3} & D = 3 + 9 + 3 \\
 A = -6 + 18 & B = 2 + 3 & C = -12 + (-3) & D = 15 \\
 A = 12 & B = 5 & C = -15 &
 \end{array}$$

B. Calculs avec grandes parenthèses ou crochets : priorités.

Lorsqu'on modélise une situation par un enchaînement d'opérations, on a parfois besoin qu'une addition (ou une soustraction) soit effectuée avant les multiplications ou divisions. Comment faire ?

On utilise pour cela des *parenthèses* ou des *crochets*, ce qui a pour effet de changer l'ordre des priorités.

Attention, dans un calcul complexe, **les calculs se font ultra rarement de la gauche vers la droite !**

Résumé de la méthode de calcul ; Ordre de priorité des calculs :

❶ On *simplifie* au maximum les écritures.

Puis on calcule dans l'ordre (en colonnes !) :

❷ les *parenthèses* ou les *crochets* en commençant par les plus intérieurs.

❸ les *multiplications* et/ou les divisions.

❹ les *additions* et/ou les *soustractions*.

➤ Simplifications d'écriture : Le signe « × » peut être sous entendu devant une parenthèse ou un crochet.

Exemple : $2 \times [(-3) + 5 \times (-2 + (+3))]$ peut s'écrire plus simplement $2 [-3 + 5 (-2 + 3)]$.

➤ Exercices :

❶ Simplifier puis calculer en colonnes puis comparer avec les résultats de l'exemple du V.A p.9.

$$\begin{array}{lll}
 A' = [(-6) - (-6)] \times (+3) & B' = [(+2) - (+6)] \div (-2) & C' = (-2) \times (6 + (-9)) \div (-3) \\
 = [-6 + 6] \times 3 & = [2 - 6] \div (-2) & = -2 \times \frac{6 - 9}{-3} \\
 = 0 \times 3 & = -4 \div (-2) & = -2 \times \frac{-3}{-3} \\
 = 0! & = 2 & = -2 \times 1 = -2!
 \end{array}$$

On remarque que l'ajout de parenthèses ou de crochets change complètement le résultat.

② Calculer en colonnes : $-2 + 3 [2 - (5 + (-3))]$

$$= -2 + 3 [2 - (5 - 3)]$$

$$= -2 + 3 [2 - 2]$$

$$= -2 + 3 \times 0$$

$$= -2 + 0$$

$$= -2 !$$

$$5 - 5 (2 - 2 (2 - (-2)))$$

$$= 5 - 5 (2 - 2 (2 + 2))$$

$$= 5 - 5 (2 - 2 \times 4)$$

$$= 5 - 5 (2 - 8)$$

$$= 5 - 5 \times (-6)$$

$$= 5 + 30$$

$$= 35$$

③ Pour $a = -2$ et $b = -3$ et $c = +4$, écrire **directement** les résultats des mini-produits suivants :

$3a = -6$ $5b = -15$ $-4a = 16$ $-7c = -28$ $-(-3b) = -9$ $ac = -8$ $-bc = 12$
 $b^2 = 9$ $(-b)^2 = 3^2 = 9$ $-b^2 = -3^2 = -9$ $-7ba = -42$ $-b(-c) = -12$ $c \div (-a) = 2$ $-2ac = 16$

④ Soient $a = -2$; $b = -1$; $c = -a = 2$ Remplacer *intelligemment*, simplifier puis calculer en colonnes :

$E = 2a - b - a + 2b + c - ab$

On va remplacer intelligemment en calculant directement les miniproduits style $2a$ ou ab et en simplifiant les écritures style $-b$ ou $-a$.

$$= -4 + 1 + 2 - 2 + 2 - 2$$

$$= -3$$

$F = a^2 + 3c (b - a \div c - b)$

On va remplacer intelligemment en calculant directement les miniproduits style $3c$ et en simplifiant les écritures style $-b$.

$$= 4 + 6 (-1 + 2 \div 2 + 1)$$

$$= 4 + 6 (-1 + 1 + 1)$$

$$= 4 + 6 \times 1$$

$$= 4 + 6$$

$$= 10$$

⑤ Comment vérifier que des valeurs vérifient bien une égalité ?

On veut par exemple savoir si la valeur 1 pour y, vérifie l'égalité $6y = 3y + 2$

Méthode : ① En remplaçant la ou les lettres par les valeurs proposées, on calcule **séparément** chaque côté de l'égalité (d'une part le membre de gauche, puis d'autre part le membre de droite).

② On compare les résultats des 2 calculs :

Quand il y a **égalité** des 2 membres, alors la ou les valeurs proposées vérifient bien l'égalité de départ.

Exemple : Vérifions par exemple si $y = 1$ vérifie $6y = 3y + 2$

① D'une part à gauche, on a : $6y = 6 \times 1 = 6$ *On a remplacé y par 1 puis calculé.*

D'autre part à droite, on a : $3y + 2 = 3 \times 1 + 2 = 5$ *On a remplacé y par 1 puis calculé.*

② Puisque $6 \neq 5$, alors la valeur $y = 1$ ne vérifie pas l'égalité de départ $6y = 3y + 2$.

Exercice : Vérifier si les valeurs proposées vérifient ou non les égalités ci-dessous.

• $u = -1$ pour $5 - 5u = 8u - 5$

D'une part, on a $5 - 5u = 5 + 5$

$$= 10$$

D'autre part, on a $8u - 5 = -8 - 5$

$$= -13$$

Puisque $10 \neq -13$ alors la valeur $u = 1$ ne vérifie pas l'égalité de départ $5 - 5u = 8u - 5$.

- $x = 1$ et $w = -2$ pour $-2x - 1 = -2w$

D'une part, on a $-2x - 1 = -2 - 1$
 $= -3$

D'autre part, on a $-2w = 4$

Puisque $-3 \neq 4$ alors le couple de valeurs ($x = 1$ et $w = -2$) ne vérifie pas l'égalité de départ $-2x - 1 = -2w$.

- $y = -6$ pour $y^2 - 5^2 = \frac{3}{-2}y$

D'une part, on a $y^2 - 5^2 = (-6)^2 - 5^2$
 $= 36 - 25$
 $= 9$

D'autre part, on a $\frac{3}{-2}y = \frac{3}{-2} \times (-6)$
 $= 3 \times 3$
 $= 9$

Puisque $9 = 9$, alors $y = -6$ vérifie bien l'égalité de départ $y^2 - 5^2 = \frac{3}{-2}y$.

$t = -2$ pour $\frac{2}{t} - 3 = -2$

D'une part, on a $\frac{2}{t} + 3 = -1 + 3$
 $= 2$

D'autre part, on a $-2!$

Puisque $2 \neq -2$ alors la valeur $t = -2$ ne vérifie pas l'égalité de départ $\frac{2}{t} + 3 = -2$

- $t = 2$ et $p = -1$ pour $-t - p = 2 + 3p$

D'une part, on a $-t - p = -2 + 1$
 $= -1$

D'autre part, on a $2 + 3p = 2 - 3$
 $= -1$

Puisque $-1 = -1$ alors le couple de valeurs ($t = 2$ et $p = -1$) vérifie l'égalité de départ $-t - p = 2 + 3p$.

- $x = 2$ et $y = -2$ pour $4x - 2y = 3(-4y - 5x)^2$

D'une part, on a $4x - 2y = 8 + 4$
 $= 12$

D'autre part, on a $3(-4y - 5x)^2 = 3 \times (8 - 10)^2$
 $= 3 \times (-2)^2$
 $= 3 \times 4$
 $= 12$

Puisque $12 = 12$ alors le couple de valeurs ($x = 2$; $y = -2$) vérifie l'égalité de départ $3(-4y - 5x)^2 = 3 \times (8 - 10)^2$.

VI. REVISIONS (D'APRES CONTROLE 2008).

Voir le corrigé du contrôle 2008 sur mon site yalamaths.free.fr, rubrique 4^{ème}.

VII. POUR PREPARER LE TEST ET LE CONTROLE.

Pour préparer le contrôle : Livre Diabolo Maths 4^{ème} (Hachette 2007) p.20 et 26.

A. Conseils :

Ne pas confondre négatif et opposé : par exemple l'opposé de -5 est 5 qui est un nombre *positif* !

Calculs en colonnes : c'est plus clair, mieux structuré et les erreurs sont plus faciles à voir et à corriger.

Simplifier les expressions avant de les calculer.

Pour un calcul, toujours s'occuper du signe du signe en premier.

- Développement : Dessiner les flèches de développement.

Bien tenir compte *du signe devant* chaque facteur.

Calculer *de tête* les produits issus du développement.

- Factorisation : Connaître ses tables pour trouver le ou les facteurs communs.

B. Erreurs à ne pas faire :

- Signe d'un produit : C'est le nombre pair ou impair *de facteurs négatifs* qui permet de décider du signe final, et NON le nombre de signes « $-$ ». Ex : lorsque $k < 0$, l'expression « $-2k$ » est positive bien qu'il y ait écrit un nombre impair (1) de signe $-$!

- Calculs : Beaucoup d'erreurs de priorité. Ex : $2 - 2 \times 2 = 0 \times 2$! FAUX ! Corrigez ! $2 - 2 \times 2 = 2 - 4$

Fautes de priorité dues au signe \div mal digéré. Ex : $3 + 2 \div 5 = \frac{3+2}{5}$! $3 + 2 \div 5 = 3 + \frac{2}{5} = \frac{15}{5} + \frac{2}{5} = \frac{17}{5}$.

Fautes de signe. Ex : $12 - 2 \times (-3) = 12 - 6$! Faux ! Corrigez ! $12 - 2 \times (-3) = 12 + 6$

Faire les calculs en priorité ne veut pas dire les écrire en premier !

Fautes d'écriture : Calculs mal écrits ou en partie d'où de nombreuses fautes.

Parenthèses ou crochets qui disparaissent ce qui a pour effet de changer les priorités.

- Plus généralement fautes de signe, de calcul élémentaire ($\frac{2}{2} = 0$! Archi faux), d'écriture etc.

C. Remplir le tableau de compétences sur la fiche de contrat :

Quel est l'intitulé du prochain contrat ? *Triangle Rectangle et son Cercle Circonscrit (TRCC) et Théorème de Pythagore.*

Perle du Bac 2013 : « L'ensemble de ce paragraphe peut sembler incompréhensible, mais en cherchant bien, il y a des choses qui méritent une bonne note. »

Perle du Bac 2013 : « Ce texte est très intéressant, mais il ne m'intéresse pas. »