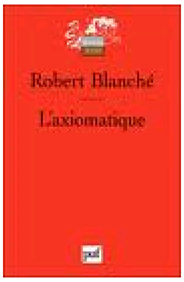
COSINUS D'UN ANGLE AIGU DANS UN TRIANGLE RECTANGLE



« Si on fait étudier les Mathématiques aux enfants, c'est moins pour enseigner des vérités que pour discipliner l'Esprit, sa pratique étant sensée donner et développer l'habitude du raisonnement rigoureux. »

Blanché, « L'axiomatique ».

- *Matériel :* **Appli Calculatrice scientifique (avec Cosinus) *dès la séance 2*.**

- *Pré-requis pour prendre un bon départ :*

	☹	😐	☺	☺☺
Géométrie du triangle rectangle : vocabulaire, angles etc.				
Théorème de Thalès.				
Equations de type $\frac{x}{2}=\frac{7}{5}$ *ou* $\frac{3}{x}=\frac{8}{7}$.				
Théorème de Pythagore : direct et réciproque.				
TRCC : direct et réciproque.				

NOM et prénom : ……………………………………………….. $4^{ème}$ …..

Dans le programme de géométrie de 4ème, une grande partie est réservée à l'étude du triangle rectangle :

- Cercle et triangle rectangle : « Triangle Rectangle et ………………………………………. (TRCC) »
- Relation entre les 3 longueurs d'un triangle rectangle : « Théorème de ……………..…..…………… »

Reste à étudier les relations qu'il peut exister entre les angles et les longueurs d'un triangle rectangle.

I. RAPPELS SUR LE TRIANGLE RECTANGLE.

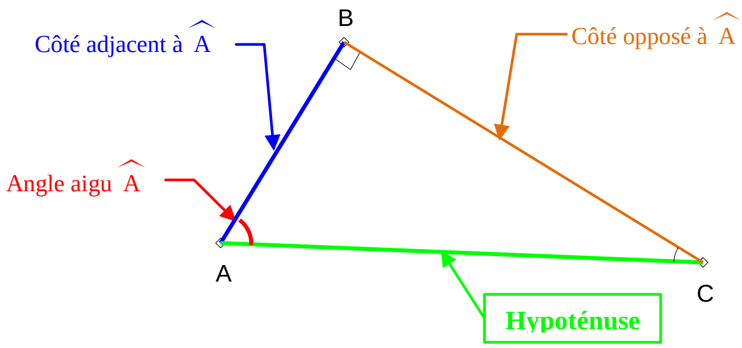
Le *plus grand côté* d'un triangle rectangle s'appelle **l'………………………………….**

C'est le côté qui est en face de l'angle droit.

Le triangle rectangle possède :

- ……. angle droit.
- …… angles aigus complémentaires c-à-d :

« La somme des mesures des 2 angles aigus d'un triangle rectangle est de ……..°. »



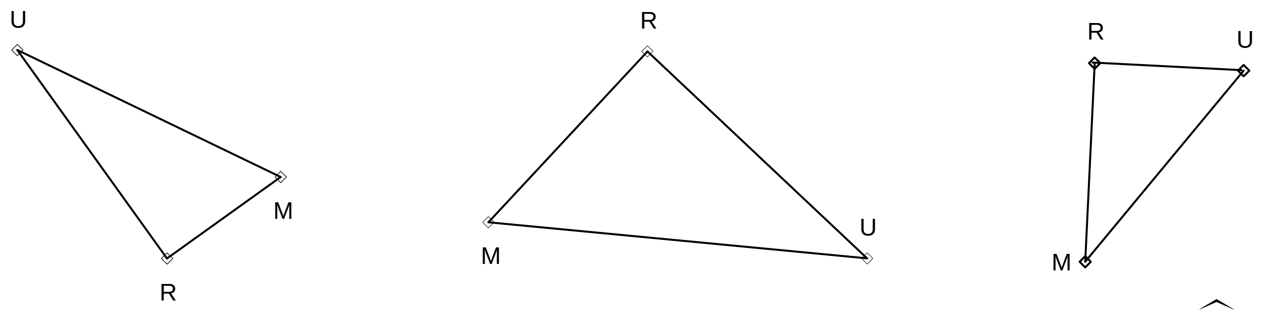
Dans un triangle rectangle :

- On appelle **côté adjacent à un angle AIGU** le côté de l'angle aigu qui n'est pas l'hypoténuse.
- On appelle **côté opposé à un angle AIGU** le 3ème côté du triangle rectangle qui n'est ni l'hypoténuse, ni le côté adjacent à cet angle aigu (c'est en fait **le côté « en face » de cet angle aigu**).

➢ Application : Pour chacun des 3 triangles rectangles ci-dessous :

Rajouter le codage manquant et marquer les angles aigus en rouge.

Puis repasser : *en vert* l'hypoténuse *en bleu* le côté adjacent à $\widehat{M}$ *en marron* le côté adjacent à $\widehat{U}$.



Seulement pour le dernier triangle, repasser d'une quatrième couleur le côté opposé à l'angle aigu $\widehat{M}$.

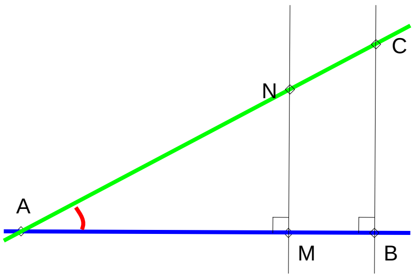
Vous constatez que le côté opposé à l'angle aigu $\widehat{M}$ est en même temps le côté adjacent à l'angle aigu $\widehat{U}$.

➢ Maintenant que le décor est planté, découvrons la suite de l'aventure avec l'entrée en scène d'un rapport de longueur pas comme les autres.

II. DECOUVERTE DU COSINUS.

Soit l'angle aigu $\widehat{A}$ (voir figure ci dessous). L'idée est de comparer la longueur du côté adjacent à cet angle aigu $\widehat{A}$ avec la longueur de l'hypoténuse. On s'intéresse donc au rapport $\dfrac{\text{Longueur du côté adjacent à l'angle aigu } \widehat{A}}{\text{Longueur de l'hypoténuse}}$.

❶ Commençons en douceur :



Quelle configuration reconnaît-on ? ……………………………

Qu'a-t-elle de particulier ici ? ……………………….……………………………

Pourquoi a-t-on (MN) // (BC) ? ………………………………………………..

Comment sont donc les longueurs des triangles ANM et ABC ? ……..…………..…

Compléter :

Puisque
①
②
③
④
alors, d'après le Théorème de ……………..…, $\dfrac{AM}{\ldots\ldots} = \dfrac{\ldots\ldots}{AC} = \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$.

Intéressons nous à la première égalité : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$ et transformons la un peu.

Par produits en croix, on obtient : AM × ..…...... = …..…... × AB

D'où $\dfrac{AM}{AN} = \dfrac{AB}{\ldots\ldots}$

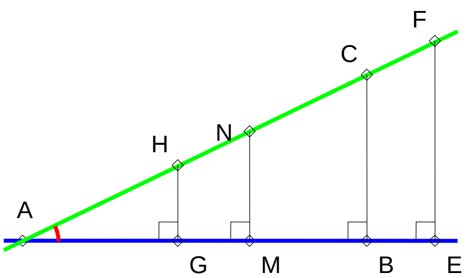
Que représentent AN et AC pour respectivement les triangles rectangles AMN et ABC ? Les longueurs de l'……………………

Que représentent AM et AB dans respectivement AMN et ABC ? Les longueurs du côté ……..…………..….. à l'angle aigu $\widehat{A}$.

Ainsi, la dernière égalité peut s'énoncer de la façon suivante :

Le rapport $\dfrac{\textbf{Longueur du côté adjacent à } \widehat{A}}{\textbf{Longueur de l'hypoténuse}}$ est le même dans les 2 triangles rectangles AMN et ABC.

➢ Peut être que cela ne fonctionne pas avec des triangles rectangles semblables, « plus grands ou plus petits » ? Voyons cela. Complétons la figure de départ avec 2 autres triangles rectangles : un triangle AEF « plus grand » que ABC et un triangle AGH « plus petit » que AMN, et débarrassons nous des morceaux parasites.



L'angle aigu $\widehat{A}$ a-t-il la même mesure dans chacun des 4 triangles rectangles ? …….

Par un raisonnement similaire à celui du dessus (qui s'appuie sur le Théorème de ……………………..), on peut écrire :

$$\frac{AM}{AN} = \frac{AB}{AC} = \frac{AG}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{AF}$$

D'après cette dernière relation, la proportion $\dfrac{\text{Longueur du côté adjacent à } \widehat{A}}{\text{Longueur de l'hypoténuse}}$ changera-t-elle pour un triangle rectangle semblable à ABC (agrandissement ou réduction de ABC et peu importe l'orientation) ? Evidemment que ………. ! En conclusion :

« Pour des triangles rectangles *semblables*, le rapport $\dfrac{\textbf{Longueur du côté adjacent à } \widehat{A}}{\textbf{Longueur de l'hypoténuse}}$ est le ……..….. »

Toujours pas de Cosinus ? Eh ! Patience, ça vient…

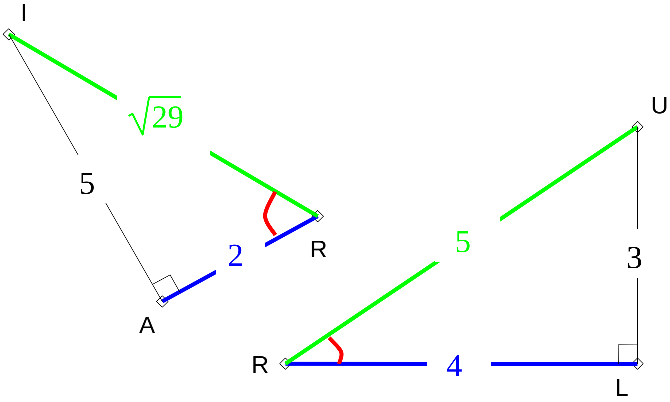
❷ Maintenant, que se passe-t-il pour des triangles rectangles qui ne sont pas semblables (dissemblables) ?

Voici 2 triangles rectangles AIR et URL tels que les mesures de l'angle aigu $\widehat{R}$ ne sont pas les mêmes.

Puisque les mesures de l'angle aigu $\widehat{R}$ ne sont pas égales, les deux triangles ne sont donc pas semblables !

Pour chacun de ces deux triangles, comparons la longueur du côté adjacent à l'angle aigu $\widehat{R}$ avec celle de l'hypoténuse.

On va donc former le rapport $\dfrac{\text{Longueur du côté adjacent à } \widehat{R}}{\text{Longueur de l'hypoténuse}}$:



Dans le triangle AIR rectangle en ……,	Dans le triangle URL rectangle en …...,
$\dfrac{\text{Longueur du côté adjacent à } \widehat{R}}{\text{Longueur de l'hypoténuse}} = \dfrac{RA}{RI}$	$\dfrac{\text{Longueur du côté adjacent à } \widehat{R}}{\text{Longueur de l'hypoténuse}} = \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$
$= \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$	$= \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

Les deux rapports sont-ils égaux ? Evidemment que ………

- En conclusion :

« Lorsque l'angle aigu $\widehat{R}$ change de mesure (autrement dit lorsque les triangles rectangles sont *dissemblables*), le rapport $\dfrac{\text{Longueur du côté adjacent à } \widehat{R}}{\text{Longueur de l'hypoténuse}}$ change. »

❸ Finalement, grâce aux 2 activités précédentes, on peut affirmer :

« Pour l'ensemble des triangles rectangles, le rapport $\dfrac{\text{Longueur du côté adjacent à un angle aigu}}{\text{Longueur de l'hypoténuse}}$

est remarquable et ne dépend que de la mesure de cet angle aigu considéré. »

« Autrement dit, *pour des triangles rectangles semblables*, la longueur du côté adjacent à un angle aigu et la longueur de l'hypoténuse sont proportionnelles.

Cette proportion ne change que si la mesure de cet angle aigu change. »

On a donné un nom de savant fou à ce coefficient de proportionnalité remarquable : **le Cosinus.**

III. COSINUS D'UN ANGLE AIGU.

A. Définition et notation du cosinus :

❶ Définition :

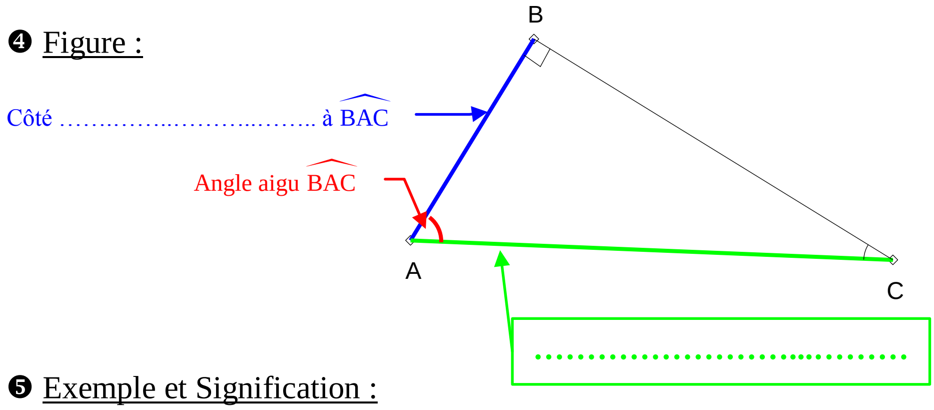
***Dans un triangle rectangle*, on appelle *Cosinus d'un angle aigu* le coefficient de proportionnalité entre la longueur du côté adjacent à cet angle aigu et la longueur de l'hypoténuse.**

D'après cette définition, le cosinus d'un angle aigu se calcule donc par le rapport suivant :

❷ Formule : **Cosinus d'un angle aigu** $= \dfrac{\textbf{Longueur du côté .... à cet angle aigu}}{\textbf{Longueur de l'............................}}$

❸ Notation : *Dans un triangle rectangle*, le cosinus d'un angle aigu $\widehat{ABC}$ se note : $\mathbf{cos(\ \widehat{ABC}\ )}$

❹ Figure :



Ici, on a :

$\cos(\ \widehat{BAC}\ ) = \dfrac{.....}{.....}$

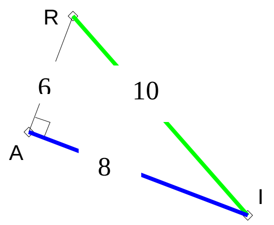
$\cos(\ .... \ ) = \dfrac{CB}{CA}$

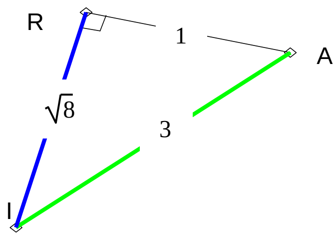
❺ Exemple et Signification :

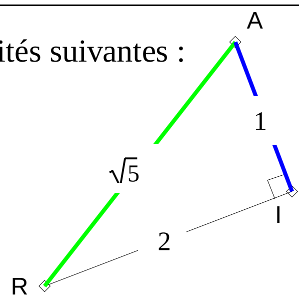
Sur la figure, l'angle aigu $\widehat{C}$ mesure 30°. A la calculette, on trouve cos(30°) ≈ 0,87.

Cela signifie que : « Dans un triangle rectangle, lorsqu'un des deux angles aigus mesure 30°, alors la longueur du côté adjacent à cet angle aigu mesure à peu près 87 % de celle de l'hypoténuse ». Vérifiez-le en mesurant CB et CA, puis en calculant $\dfrac{CB}{CA}$!

➢ Application ① : Dans les **triangles *rectangles*** suivants, compléter les égalités suivantes :







Puisque AIR rectangle en A,

alors $\cos(\ \widehat{RIA}\ ) = \dfrac{.....}{.....}$

donc $\cos(\ \widehat{RIA}\ ) = \dfrac{.....}{.....} = \dfrac{.....}{.....}$

Ce qui signifie que le côté adjacent [IA] mesure les 4/5 de l'hypoténuse [RI].

Puisque AIR rectangle en ....,

alors $\cos(\ ....\ ) = \dfrac{IR}{IA}$

donc $\cos(\ ....\ ) = \dfrac{.....}{.....} \approx 0{,}94$

Cela signifie que le côté adjacent .... mesure .... % de l'hypoténuse ....

Puisque AIR rectangle en ....,

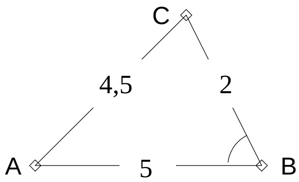
alors $\cos(\ ....\ ) = \dfrac{........}{........}$

donc $\cos(\ ....\ ) = \dfrac{1}{\sqrt{5}} \approx 0{,}45$

Cela signifie que le côté

➢ Application ② : Que penser du calcul correspondant à la figure ci-contre ?

$\mathrm{Cos}(\ \widehat{CBA}\ ) = \dfrac{BC}{BA} = \dfrac{2}{5}$



➢ Application ③ : Construire à gauche un triangle ABC rectangle en A tel que : $\cos(\ \widehat{ABC}\ ) = 0{,}5$.

B. Propriétés du cosinus d'un angle aigu :

Analysons la formule du cosinus :

Cosinus d'un angle ……………....…. = $\dfrac{\text{Longueur du côté …………….……… à cet angle aigu}}{\text{Longueur de l'………………………..}}$

❶ ❷ Puisque le cosinus est un rapport de 2 longueurs (**positives !**), alors le cosinus d'un angle aigu est un **NOMBRE SANS UNITE**, de signe ………………….

❸ Puisque la longueur de l'hypoténuse est plus ……………………..… que la longueur du côté adjacent, alors le cosinus est un nombre toujours plus ………………..… que 1 !

<u>En résumé</u> : Dans un triangle **rectangle**, le cosinus d'un angle aigu est **un nombre** :

❶ **sans unité.**

❷ **positif.**

❸ **$0 < \cos(\widehat{\text{angle aigu}}) < 1$**

C. Six remarques sur le cosinus d'un angle aigu :

1. Pourquoi le triangle doit-il être absolument rectangle ?

Dans les figures p.3, les triangles *rectangles* nous assurent d'avoir des parallèles, donc d'être dans une configuration classique de Thalès, donc en situation de proportionnalité.

Donc le cosinus, en tant que coefficient de proportionnalité, existera bien !

2. Le cosinus n'est pas un angle !

On parle de cosinus d'un angle aigu **mais le cosinus n'est pas un angle ! Ni même une longueur ! Cette confusion est souvent faite par les élèves.**

Le cosinus est un coefficient donc un ……………………….…, sans unité, compris entre 0 et 1, qui indique *la proportion* entre la longueur du côté adjacent et la longueur de l'hypoténuse.

3. Table numérique des cosinus :

➢ Puisque le cosinus d'un angle aigu ne dépend que de la ……..……………… de cet angle aigu, les mathématiciens ont construit petit à petit, au fil de l'histoire, en utilisant parfois des techniques numériques sophistiquées, une table de correspondance entre la mesure d'un angle aigu et la valeur de son cosinus.

Rassurez-vous, vous n'aurez pas à retenir par cœur comme vos grands parents cette table ! Celle-ci a été implantée dans la mémoire de votre calculatrice scientifique ! Voyons cela :

Assurez-vous d'abord que votre calculatrice est bien en **mode « degré »** (touche « DRG » ou « mode »).

Puis remplir ce tableau en utilisant la touche « cos » de votre calculatrice (voir livre Act.3 p.253).

Mesure de l'angle aigu	10°	20°	60°	80°
Valeur du cosinus correspondant (arrondie au millième)	≈ 0,985	≈	=	

➢ Le cosinus d'un angle aigu est-il proportionnel à la mesure de cet angle aigu ? Bien sûr que ……….. !

En effet, on a : $\cos(10°) \approx 0{,}985$ MAIS $\cos(2 \times 10°) \neq 2 \times 0{,}985$! (le cos est plus petit que 1 !)

Erreur classique des élèves de croire que le cosinus est proportionnel à la mesure de l'angle aigu ! Et non !

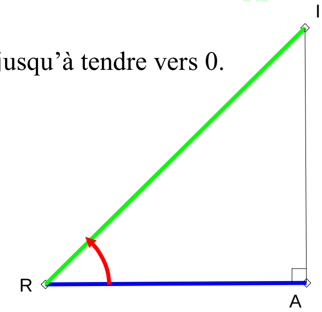
4. Variations du cosinus :

Toujours grâce au tableau précédent, regardons comment évolue le cosinus en fonction de la mesure de l'angle aigu :

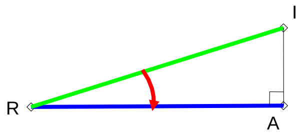
Il semble que : plus la mesure de l'angle ……………………………., plus le cosinus ………………….…. !

Ce qui se comprend assez simplement sur deux schémas :

Quand l'« écartement » (la mesure) de l'angle aigu $\widehat{R}$ grandit, le côté adjacent [RA] devient de plus en plus petit par rapport à l'hypoténuse [RI] et donc le rapport $\frac{RA}{RI}$ qui donne le cosinus de $\widehat{R}$ diminue jusqu'à tendre vers 0.



Quand l'« écartement » (la mesure) de l'angle aigu $\widehat{R}$ diminue, le côté adjacent [RA] devient presque aussi grand que l'hypoténuse [RI] donc le rapport $\frac{RA}{RI}$ qui donne le cosinus de $\widehat{R}$ augmente et se rapproche de 1.



5. Deux valeurs particulières du cosinus :

Et pour les angles obtus ? Pour l'angle nul ? Pour l'angle droit ? Que de questions !

Il n'y a pas d'angle obtus dans un triangle rectangle ! On ne pourra donc pas définir le cosinus d'un angle obtus sous la forme d'un quotient. En classe de 2^{de} , le cosinus sera défini comme l'abscisse d'un point qui se ballade sur un cercle de centre l'Origine du repère orthonormé, et de rayon 1.

> Par définition, et par cohérence avec les variations du cosinus (remarque 4), on attribue les valeurs particulières suivantes au cosinus :
>
> Le cosinus d'un angle nul vaut 1 : **Cos(…....°) = 1**
>
> Le cosinus d'un angle droit vaut 0 : **Cos(..…..°) = ……**

6. La Trigonométrie :

- A quoi peut bien servir le côté opposé donné en rappels p.2 (figure p.2) ?

Et bien, si au lieu de comparer le côté adjacent à l'hypoténuse, on voulait cette fois-ci comparer le côté opposé à l'hypoténuse, qu'obtiendrait-on ?

On trouve alors un autre rapport remarquable : $\frac{\text{Longueur du côté opposé à un angle aigu}}{\text{Longueur de l'hypoténuse}}$. C'est **le Sinus !**

Ce coefficient aussi ne dépend que de la mesure de l'angle aigu considéré. Le sinus sera vu en **classe de 3ème.**

- En fait, Sinus et Cosinus font partie d'une branche des Mathématiques : **la Trigonométrie.**

Le mot «**Trigonométrie**» vient du grec et signifie « mesure des triangles ». C'est donc l'art de mesurer les angles.

L'astronome grec Hipparque qui a vécu au IIe siècle avant J.C, **a fondé la Trigonométrie** et a calculé les premières tables trigonométriques (calculs de sinus, cosinus et tangente d'un angle) dans le but de prédire des phénomènes astronomiques réguliers. Il a mis au point une méthode pour mesurer le rapport des distances entre la Terre, la Lune et le Soleil.


Hipparque

Au Ve siècle, les Indiens calculaient le sinus de corde ou de demi-corde dans un cercle, au lieu de sinus d'angle. Le mot sanscrit « jiva » signifiant « corde d'arc » sera traduit en arabe, puis en latin. Ce nom indien donné à la demi-corde deviendra au XVème siècle en Allemagne le mot « sinus ».

Les sinus et cosinus auront leur notation actuelle (sin et cos) au XVIIème siècle.

- La Trigonométrie est utilisée pour l'arpentage, la navigation, en aéronautique, en électricité (l'intensité du courant alternatif est exprimée à l'aide du sinus), et dans la modélisation de phénomènes ondulatoires et vibratoires.

IV. APPLICATIONS DE LA RELATION DU COSINUS.

Nous allons maintenant voir concrètement comment on peut utiliser le cosinus dans un triangle rectangle.

Dans un **triangle rectangle**, Cos (angle aigu) = $\dfrac{\text{longueur du .... à cet angle aigu}}{\text{longueur de ....}}$.

En regardant bien cette égalité, on voit que c'est une relation liant 2 longueurs d'un triangle rectangle (dont l'hypoténuse) et l'un des deux angles aigus de ce triangle rectangle.

Cette égalité pourra donc permettre de trouver soit :

- une des deux longueurs de l'angle aigu sachant : l'autre longueur et la mesure de l'angle aigu.
- la mesure de l'angle aigu sachant : la longueur de l'hypoténuse et la longueur du côté adjacent.

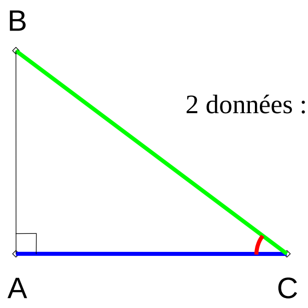
A. Trouver la longueur du côté adjacent : méthode « Cos Adj ».

Soit un triangle ***rectangle*** : on connaît la mesure d'un angle aigu et la longueur de l'hypoténuse.

On veut trouver la longueur du côté adjacent à cet angle aigu.

➢ Exemple :

On cherche la longueur AC du côté adjacent à l'angle aigu $\widehat{ACB}$ (valeur exacte puis valeur arrondie au 1/100ème).



2 données : $\widehat{ACB} = 30°$

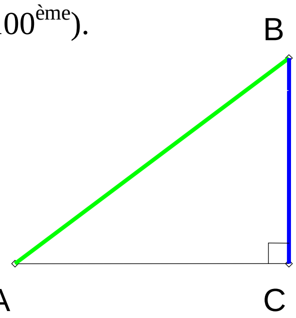
BC = 5 cm

➢ Application : A vous maintenant !

Déterminer la longueur BC (valeur exacte puis valeur arrondie au 1/100ème).

2 données : $\widehat{ABC} = 50°$

BA = 6 cm



Longueur du côté adjacent : méthode « Cos Adj ».

① ***On fait un croquis lisible et complet (données reportées ; « ? » à côté de la longueur inconnue).***

② ***On écrit la relation liant $\widehat{ACB}$, AC et BC :***

Puisque ABC est rectangle en A,

alors $\cos(\widehat{ACB}) = \dfrac{CA}{CB}$

③ ***On remplace les quantités connues par leur valeur :***

$\cos(30°) = \dfrac{CA}{5}$

④ ***On résout l'équation ci-dessus de type « $b = \dfrac{x}{a}$ » :***

$5 \times \cos(30°) = CA$ ⟶ valeur exacte de CA.

d'où, en utilisant la touche « cos » de la calculatrice :

$CA \approx 4{,}33$ cm ⟶ valeur arrondie au 1/100ème

⑤ ***Phrase réponse :*** CA mesure environ 4,33 cm.

(Remarque : on a bien CA < hypoténuse)

Méthode « Cos Adj »

BC ≈ 3,86 cm

➢ Exercice :

Soit ABC rectangle **en B** tel que :

$\widehat{ACB} = 20°$ et $AC = 7$

Déterminer CB (valeur exacte puis valeur arrondie au 1/10ème).

Croquis + données + « ? » !

Méthode « Cos Adj »

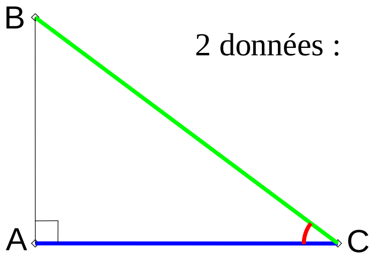
BC ≈ 6,6 cm

B. Trouver la longueur de l'hypoténuse : méthode « Cos Hyp ».

Soit un triangle ***rectangle*** : on connaît la mesure d'un angle aigu et la longueur du côté adjacent à cet angle aigu. On veut déterminer la longueur de l'hypoténuse.

➢ Exemple :

On cherche la longueur BC de l'hypoténuse (valeur exacte puis valeur arrondie au 1/100ème).



2 données : $\widehat{ACB} = 30°$

$AC = 5$ cm

Longueur de l'hypoténuse : méthode « **Cos Hyp** ».

① ***On fait un croquis lisible et complet (données reportées ; « ? » à côté de la longueur inconnue).***

② ***On écrit la relation liant $\widehat{ACB}$, AC et BC :***

Puisque ABC est rectangle en A,

Alors $\cos(\widehat{ACB}) = \dfrac{CA}{CB}$

③ ***On remplace les quantités connues par leur valeur :***

$\cos(30°) = \dfrac{5}{CB}$

④ ***On résout l'équation ci-dessus de type « $b = \dfrac{a}{x}$ » :***

$CB = \dfrac{5}{\cos(30°)}$ ⟶ valeur exacte de BC

d'où, en utilisant la touche « cos » de la calculatrice :

$CB \approx 5{,}75$ cm ⟶ valeur arrondie au 1/100ème

⑤ ***Phrase réponse :*** CB mesure environ 5,75cm.

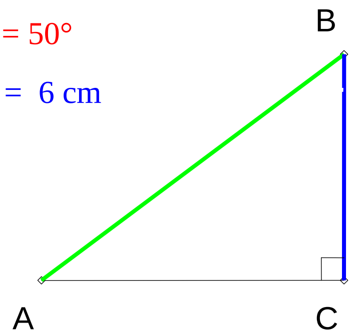
(Remarque : on a bien l'hypoténuse BC > AC)

➢ Application : A vous maintenant !

Déterminer la longueur BA de l'hypoténuse (valeur exacte puis valeur arrondie au 1/100ème).

2 données : $\widehat{ABC} = 50°$

$BC = 6$ cm



Méthode « Cos Hyp »

BA ≈ 9,33 cm

- <u>Exercice :</u>

Soit ABC rectangle **en C**.

2 données : $\widehat{ABC} = 20°$ et BC = 7 cm.

Déterminer BA (valeur exacte puis valeur arrondie au 1/10ème).

Croquis + données + « ? » !

<u>Méthode « Cos Hyp »</u>

BA ≈ 7,4 cm

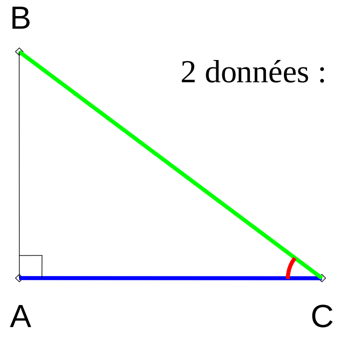
C. Trouver la mesure inconnue d'un angle aigu : méthode « Cos^{-1} ».

Soit un triangle ***rectangle*** : on connaît les longueurs du côté adjacent à un angle aigu et de l'hypoténuse.

On veut connaître la mesure de cet angle aigu.

- <u>Exemple :</u>

On cherche la mesure de $\widehat{ACB}$ (valeur exacte puis valeur arrondie au 1/100ème) en degrés.



2 données : AC = 3 cm

BC = 5 cm

<u>Mesure de l'angle aigu : méthode « **Cos^{-1}** »</u>

① ***On fait un croquis lisible et complet (données reportées ; « ? » à côté de la mesure d'angle inconnue).***

② ***On écrit la relation liant $\widehat{ACB}$, AC et BC :***

Puisque ABC est rectangle en A,

alors $\cos(\widehat{ACB}) = \dfrac{CA}{CB}$

③ ***On remplace les quantités connues par leur valeur :***

$\cos(\widehat{ACB}) = \dfrac{3}{5}$

④ ***On résout l'équation ci-dessus :***

donc $\widehat{ACB} = \cos^{-1}\left(\dfrac{3}{5}\right) \longrightarrow$ valeur exacte de $\widehat{ABC}$.

d'où, avec la touche « cos^{-1} ou arccos ou acs » de la calculette :

$\widehat{ACB} \approx 53{,}13° \longrightarrow$ valeur arrondie au 1/100ème

⑤ ***Phrase réponse :*** $\widehat{ACB}$ mesure environ 53,13°.

(Remarque : on a bien $\widehat{ACB} < 90°$)

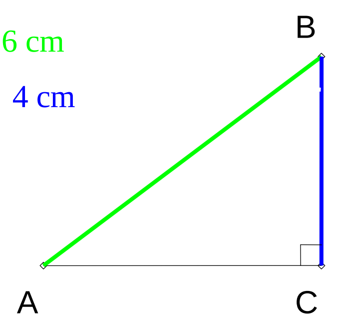
- <u>Application :</u> A vous maintenant !

Déterminer en degré la mesure de $\widehat{CBA}$.

(valeur exacte puis valeur arrondie au 1/100ème).

2 données : BA = 6 cm

BC = 4 cm



<u>Méthode « **Cos^{-1}** »</u>

$\widehat{CBA} \approx 48{,}19°$

- Exercice :

Soit ABC rectangle **en B** tel que :

CB = 3 cm et CA = 7 cm

Déterminer en degré la mesure de $\widehat{ACB}$.

(valeur exacte puis valeur arrondie à l'unité).

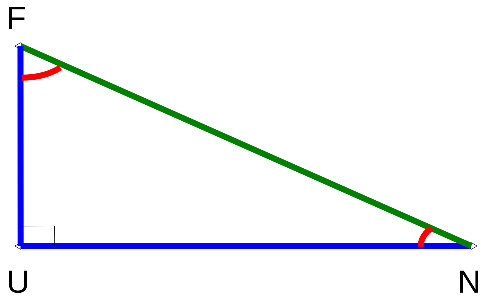
Croquis + données + « ? » !

Méthode « **Cos^{-1}** »

$\widehat{ACB} \approx 65°$

V. EXERCICES SUR LE COSINUS.

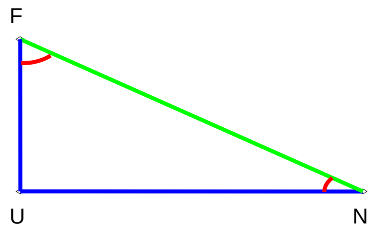
- Exercice ① :



A l'aide de la figure ci-contre, compléter le tableau suivant :

	Lorsqu'on connaît :	on peut trouver :	par la méthode : ***Cos Adj*** ou ***Cos Hyp*** ou ***Cos^{-1}*** ou ***Pythagore*** ou ***Calcul d'angles***.
Exemple	*FU* et *FN*	• $\widehat{UFN}$ • *UN*	• *Cos^{-1}* • *Pythagore*
	FU et NU		
	NU et $\widehat{UNF}$		
		$\widehat{UNF}$	Cos^{-1}
	FN et ……		Pythagore
	Attention ! FN et $\widehat{FUN}$		
	……. et $\widehat{UNF}$	UN	

- Exercice ② : **à faire à gauche.**



Soit FUN un triangle rectangle en U tel que FU = 6 et UN = 8.

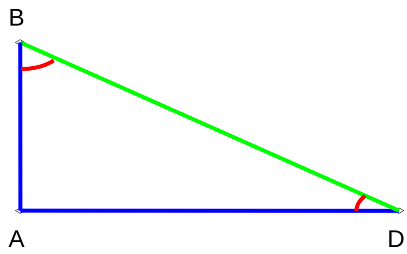
1. On veut trouver $\widehat{FNU}$. Que faut-il d'abord calculer avant ? ………..

Calculer cette quantité.

2. Calculer la valeur approchée au 1/10ème de $\widehat{FNU}$.

$\widehat{FNU} \approx 36{,}9°$

- Exercice ③ : **à faire à gauche.**



Soit BAD un triangle rectangle en A tel que BA = 3 et $\widehat{ABD}$ = 50°.

1. On veut trouver DA. Que faut-il d'abord calculer avant ? ………

Calculer cette quantité arrondie au 1/1 000ème.

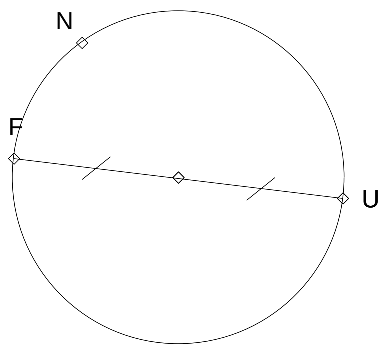
2. Quelles sont les deux méthodes qui permettent maintenant de trouver DA ?

…………………………………………………………………………………………………..

Calculer un arrondi au 1/1 000ème de DA par ces 2 méthodes puis comparer les 2 résultats.

3. Pourquoi ces deux résultats ne sont-ils pas exactement identiques ?

- Exercice ④ : Dans cet exercice valeurs approchées au 1/10ème si besoin.



Sur la figure (inexacte) ci-contre, le cercle est de rayon 2 et $\widehat{FUN}$ = 20°.

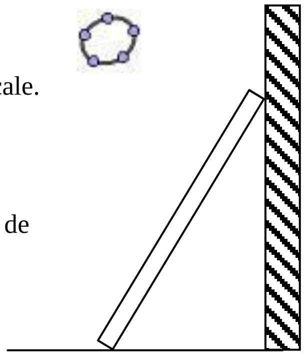
On veut trouver les longueurs UN puis FN.

1. Peut-on se lancer tout de suite dans les cosinus ? ………

Que faut-il d'abord montrer ? ……………………………………………..

2. Calculer maintenant UN à l'aide de la trigonométrie ; puis calculer FN *sans utiliser la trigo*.

➢ <u>Exercice ⑤ </u>: Dans cet exercice, valeurs approchées au $1/10^{\text{ème}}$ si besoin.

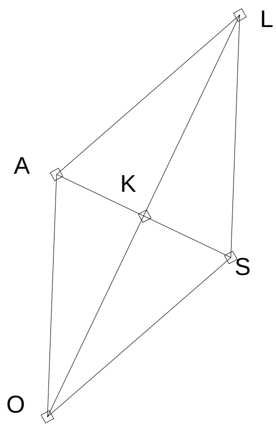


Une échelle est utilisable en toute sécurité si elle fait un angle compris entre 10° et 30° avec la verticale. Paul Amploy pose une échelle de 5 m contre un mur. Placer toutes les données sur la figure.

1. L’échelle est-elle utilisable si son pied est à 1,5 m du mur ?
2. Quelles doivent être les distances maximale et minimale entre le pied du mur et le pied de l’échelle pour pouvoir l’utiliser en toute sécurité ?

1.

➢ <u>Exercice ⑥ : Cosinus et losange, Test 2008. (……………………. / 4 pts)</u>



Sur la figure réduite ci-contre, LAOS est un losange de centre K tel que : $\widehat{LSK} = 66°$ et AS = 4.

1. Calculer au dixième près le périmètre $\mathscr{P}$ du losange LAOS. (………..…… / 2,5 pts)
2. Calculer au dixième près la longueur de la grande diagonale. (………..…. / 1,5 pts)

VI. POUR PREPARER LE TEST ET LE CONTROLE.

- **Faire *en temps limité* les évaluations des années précédentes sur mon site (//yalamaths.free.fr, espace 4ème, Trigonométrie).**
- **Comparer avec les corrigés. Refaire si besoin.**

A. Conseils :

- **Utiliser de la couleur dans vos figures.**
- Reporter les données sur la figure et placer un « ? » sur les mesures à trouver.
- Repérer tout de suite quels sont les triangles rectangles, s'il faut ou non justifier auparavant ce caractère rectangle (par la réciproque de Pythagore ou la réciproque de TRCC ou Calcul d'angles dans un triangle etc.).
- Un cosinus est plus petit que 1 donc le plus grand côté, l'hypoténuse, est au dénominateur.
- De la méthode ! Adjacent ↔ Cos Adj Hypoténuse ↔ Cos Hyp Angle aigu ↔ Cos^{-1}
- Réviser Pythagore, TRCC, Thalès, et Calcul d'angles dans un triangle.

B. Erreurs fréquentes :

- Oublier d'affirmer que le triangle est rectangle avant d'appliquer la Trigo.
- Oublier de justifier par un raisonnement préalable l'hypothèse essentielle du triangle rectangle quand elle n'est pas donnée dans l'énoncé ou par le codage.
- Inverser côté adjacent et hypoténuse et donc se tromper dans l'écriture du quotient donnant le cosinus.
- Dans l'écriture cos (30°) par exemple, croire qu'il y a une multiplication entre cos et 30° !
- Beaucoup de fautes dans la méthode Cos Hyp quand il faut résoudre une équation de type $\cos(30°) = \frac{5}{x}$.
- Test et contrôle jamais réussis pour ceux qui connaissent ni cours ni méthodes.

C. Remplir le tableau de compétences sur la fiche de contrat :

Quelle est l'intitulé de la deuxième partie de ce contrat double ? ……………………………………………..

Perle du Bac 2011 : « Triangle rectangle : c'est un triangle qui a 3 côtés parallèles. »

Perle du Bac 2011 : « La solidarité sociale a poussé l'Etat Français à construire des H&M. »

« L'essentiel est d'être suffisamment riche pour avoir le choix de son type de pauvreté. » Burnouf, forum La Tribune du 7/2/2013.