Corrigé TEST T8 COSINUS ; BISSECTRICES (1h)

Compte rendu :

Bizarrement, c'est votre meilleur test depuis le début d'année, malgré le voyage. Mais ne nous reposons pas sur nos lauriers, il y a encore un sacré boulot à abattre !

- *Equations :* *Trop de fautes de signe ! Relisez !*

  Simplifiez vos fractions ! Que de points perdus !
- *Equidistances et constructions :* *Que de points perdus à cause du codage manquant !*
- *Cosinus :*
  - *Il faut écrire **l'hypothèse essentielle du triangle rectangle.***
  - *Beaucoup trop inversent côté adjacent et hypoténuse dans la relation du cosinus !*
  - *Beaucoup de fautes dans la méthode cos ❷ (équation de type cos (30°) = $\frac{5}{x}$)*
- *Bissectrices :*
  - ***C'est l'un des points noirs du contrôle.***
  - ***Un point n'est pas une droite, attention aux notations !***
  - *Centre du cercle inscrit à revoir (définition, construction, utilisation etc.).*
  - *Centre ou milieu d'un triangle ne veut strictement rien dire !*
  - *Revoyez l'exercice fondamental sur les bissectrices dans le cours : deux bissectrices sont données plus ou moins directement, puis on exploite la 3ème.*
- *Pythagore :* *A réviser absolument ; **Ne pas oublier l'hypothèse essentielle du triangle rectangle**.*

Plus généralement : *Ce ne sont pas les cosinus qui posent des problèmes mais les autres parties du programme (quadrilatères, TRCC, Pythagore, somme des angles dans un triangle, justifier qu'un triangle est rectangle etc.)*

Marquez les étapes de vos raisonnements ; faites des phrases réponses.

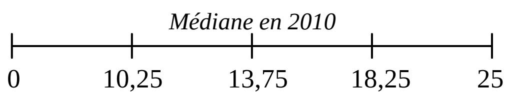
Manque général de rigueur dans l'application des propriétés et méthodes.

Soyez concis dans vos preuves : inutile de masquer son ignorance sous une tonne d'idioties, autant ne rien mettre !

Manque général de précision : isocèle où ? rectangle où ?

Lorsque les exercices 1 et 2 sont ratés, la note est décevante.

Médianes = 3,25 sur 14 en 2009 ; 5,75 sur 14 en 2008.



- Exercice n° 1 (……………………… / 4 points) : Résoudre les 3 équations suivantes.

$2y + 6 - 3y = 7 - 7y - 5$

$6 - y = 2 - 7y$

$7y - y = 2 - 6$

$6y = -4$

$y = \frac{-4}{6}$

$y = \frac{-2}{3}$ F.I.

$-2(3k - 5) = 3 + 2k - 7$

$-6k + 10 = 2k - 4$

$4 + 10 = 2k + 6k$

$14 = 8k$

$\frac{14}{8} = k$

$\frac{7}{4}$ F.I. $= k$

$\frac{4}{h+5} = \frac{2}{3h}$

*Par produits en croix, on obtient, **en n'oubliant pas les parenthèses !***

$4 \times 3h = 2(h + 5)$

$12h = 2h + 10$

$12h - 2h = 10$

$10h = 10$

$h = \frac{10}{10}$

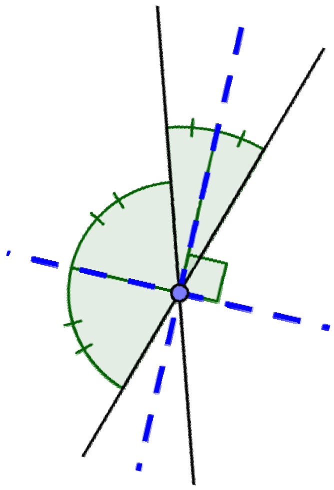
$h = 1$

➢ Exercice n° 2 (……..……………… / 4,5 points) : Equidistance.

Pour chaque figure, effacer les traits de construction **mais laisser les codages petits et visibles.**

① Tracer en pointillés bleus tous les points équidistants de ces deux droites.

On trace en pointillés bleus les 2 bissectrices (perpendiculaires) des deux droites.



② Placer en noir l'université U :

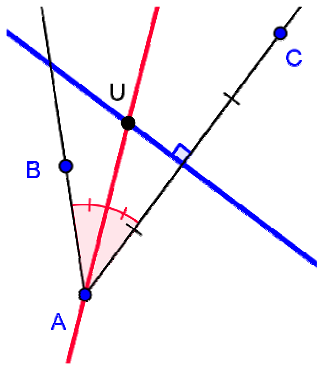
- équidistante des deux routes [AB) et [AC).

  On trace la bissectrice de $\widehat{BAC}$.

- équidistante des deux villes A et C.

  On trace la médiatrice de [AC].

Le point solution U est à l'intersection de cette bissectrice et de cette médiatrice.



③ Un bateau lance un signal de détresse.

- Il est à moins de 2 km du port P.

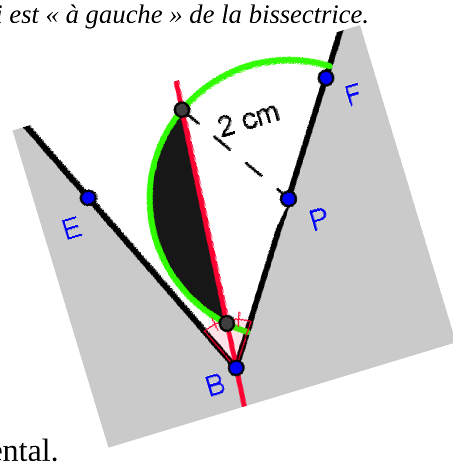
  C'est l'intérieur du cercle de centre P et de rayon 2 cm.

- Il est plus près de la côte [BE) que de la côte [BF).

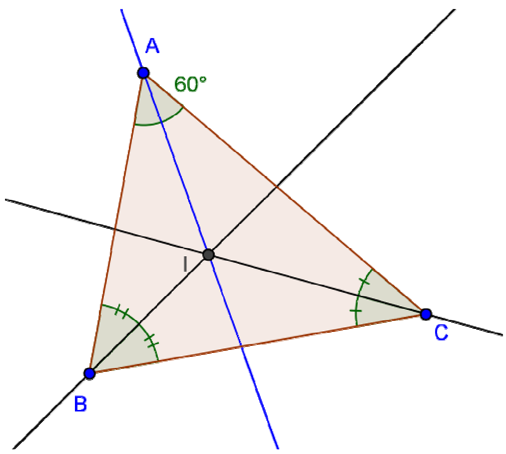
  C'est le demi plan « à gauche » de la bissectrice de $\widehat{EBF}$.

Hachurer en noir la zone où se trouve ce bateau. (échelle 1 cm pour 1 km)

La zone cherchée est l'intérieur du cercle qui est « à gauche » de la bissectrice.



➢ Exercice n° 3 (…………..…………… / 4,5 points) : Exercice fondamental.



1. Que représente le point I pour le triangle ABC ? Justifier. (…………………… / 1,5 pts)

- *D'après le codage, les droites (BI) et (CI) sont deux bissectrices du triangle ABC.*
- *Puisque I est le point d'intersection de 2 bissectrices du triangle ABC, alors I est le centre du cercle inscrit au triangle ABC.*

2. Tracer en bleu la droite (AI). Que représente la droite (AI) pour le triangle ABC ? Justifier. (…………..……….. / 1 pt)

Puisque la droite (AI) passe par le sommet A du triangle et par le centre I du cercle inscrit, alors la droite (AI) est la bissectrice issue du sommet A.

3. On sait que $\widehat{BAC} = 60°$. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAI}$. (…………………… / 1 pt)

Puisque (AI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$, alors $\widehat{BAI} = \frac{\widehat{BAC}}{2} = \frac{60°}{2} = 30°$.

➢ Exercice n° 4 (…………………..……… / 5 points) : Calcul de distances par triangulation.

Un Airbus A330 relie Paris à Tananarive, la capitale de la grande île de Madagascar. L'avion se trouve actuellement au dessus de l'Océan Indien, près de l'archipel des Comores. Sur les écrans des passagers, la distante restante entre l'avion et l'aéroport de Tananarive s'affiche.

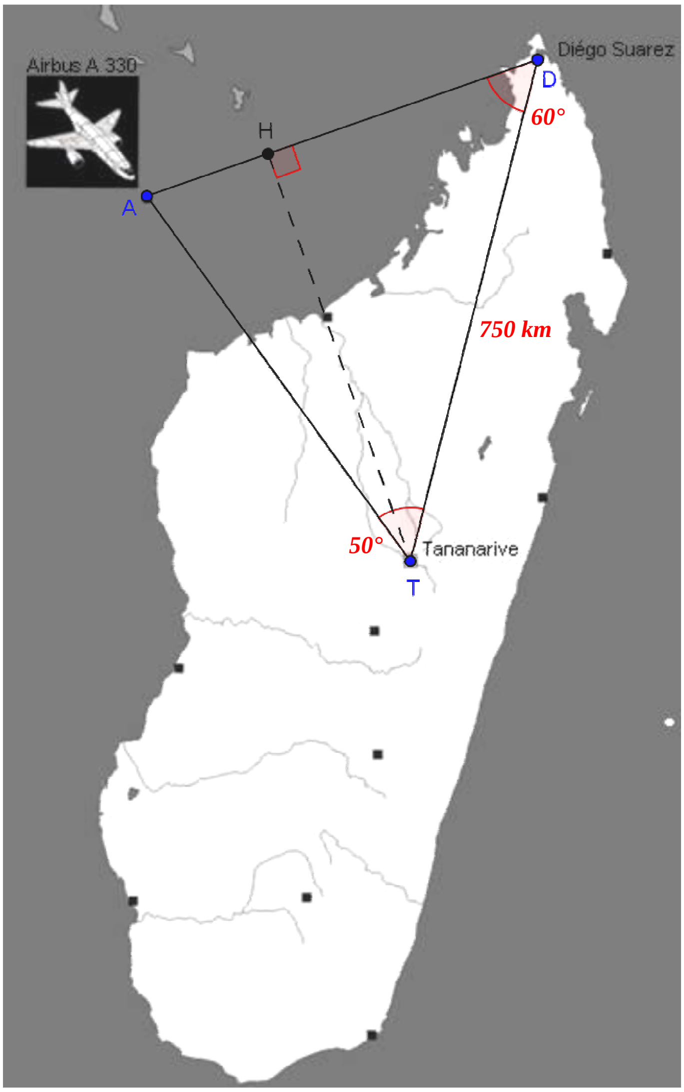
Le but de l'exercice est de calculer cette distance en km.

L'avion (A) émet un signal capté par l'antenne de Tananarive (T) et par l'antenne de Diégo Suarez (D) qui sont distantes de 750 km.

L'ordinateur de navigation de l'avion en déduit deux mesures d'angles :

$$\widehat{ATD} = 50° \text{ et } \widehat{ADT} = 60°.$$

Sur la figure ci-contre qui matérialise la situation, on a tracé le triangle ADT et la hauteur issue de T.



1. Placer toutes les informations données.
2. Dans le triangle DHT, calculer la mesure de l'angle $\widehat{HTD}$.
   (………………..… / 1 pt)

Puisque DHT est un triangle rectangle en H,

Alors $\widehat{D} + \widehat{H} + \widehat{T} = 180°$

Donc $\widehat{HTD} = 180 - \widehat{DHT} - \widehat{HTD}$

$\widehat{HTD} = 180° - 90° - 60°$

$\widehat{HTD} = 30°$

3. En déduire la longueur TH (en km arrondie à l'unité).
   (…………………………. / 1,5 pts)

Puisque DHT est un triangle rectangle en H,

alors $\cos(\widehat{HTD}) = \dfrac{TH}{TD}$

d'où $\cos(30°) = \dfrac{TH}{750}$

donc $750 \times \cos(30°) = TH$ *valeur exacte*

d'où 650 *km* $\approx TH$ *v.a. arrondie à l'unité*

4. Calculer (simplement !) la mesure de l'angle $\widehat{ATH}$.
   (………………… / 1 pt)

Par soustraction, on obtient tout simplement :

$\widehat{ATH} = \widehat{ATD} - \widehat{HTD}$

$\widehat{ATH} = 50° - 30°$

$\widehat{ATH} = 20°$

5. En déduire la distance AT entre l'avion et Tananarive (en km arrondie à l'unité). (…………... / 1,5 pts)

Puisque AHT est un triangle rectangle en H,

alors $\cos(\widehat{ATH}) = \dfrac{TH}{TA}$

d'où $\cos(20°) \approx \dfrac{650}{TA}$

donc $TA \approx \dfrac{650}{\cos(20°)}$

d'où $TA \approx 692$ *km v.a. arrondie à l'unité*

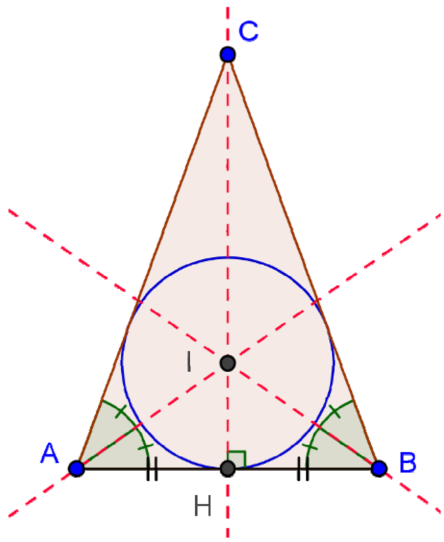
L'avion se situe à environ 692 km d'Ivato, l'aéroport d'Antananarivo (nom malgache de Tananarive).

Remarque : Cet exercice montre que grâce à la trigonométrie, on peut calculer des longueurs dans un triangle même quelconque !

- <u>Exercice n° 5 (…………..………………….… / 7 pts)</u> : Rayon du cercle inscrit à un triangle isocèle.

Soit ABC un triangle ***isocèle en C*** tel que $\widehat{CBA}$ = 70° et AB = 4.

Construction : laisser les codages petits et visibles. Effacer les traits de construction.



1. Construire I le centre du cercle inscrit au triangle ABC. (…….…………….. / 1 pt)

On trace au moins 2 bissectrices du triangle.

Leur intersection est le point I, le centre du cercle inscrit.

Tracer le cercle inscrit au triangle ABC. (………………… / 0,5 pts)

Pour avoir le rayon du cercle inscrit, on doit projeter perpendiculairement le point I sur l'un des côtés du triangle.

La bissectrice (CI) coupe le côté [AB] en H. Placer H.

Le but de l'exercice est de calculer le rayon du cercle inscrit à un triangle isocèle, c-à-d ici la longueur IH.

(Vous avez le droit d'utiliser le résultat d'une question pour la ou les questions suivantes)

2. Montrer que (CH) ⊥ (AB) et que BH = 2. (…………………….. / 1,5 pts)

Puisque ABC est isocèle en C, alors la bissectrice (CI) issue du sommet principal C est en même temps la médiatrice de [AB].

Donc (CH) ⊥ (AB) et H milieu de [AB], donc BH = AB/2 = 4/2 = 2.

3. Montrer que $\widehat{HBI}$ = 35°. (…………………….. / 1 pt)

Puisque (BI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CBA}$, alors $\widehat{HBI} = \dfrac{\widehat{CBA}}{2} = \dfrac{70°}{2} = 35°$.

4. Dans le triangle HIB, calculer la longueur BI (arrondie au 1/10ème). (……………………….. / 1,5 pts)

Puisque le triangle HIB est rectangle en H,

alors $\cos(\widehat{HBI}) = \dfrac{BH}{BI}$

donc $\cos(35°) = \dfrac{2}{BI}$

d'où $BI = \dfrac{2}{\cos(35°)}$ *valeur exacte*

$BI \approx 2{,}4$ *v.a arrondie au 1/10ème*

Calculer la longueur HI (arrondie au 1/10ème). (…………………………… / 1,5 pts)

Puisque le triangle HIB est rectangle en H, alors, d'après le célèbre théorème de Pythagore version directe, on a :

$BI^2 = HB^2 + HI^2$

$2{,}4^2 \approx 2^2 + HI^2$

D'où $5{,}76 - 4 \approx HI^2$

C-à-d $1{,}76 \approx HI^2$

Donc $\sqrt{1{,}76} \approx HI$

A la calculette, on obtient : HI ≈ 1,3.

Le rayon du cercle inscrit de centre I et de rayon IH est d'environ 1,3 unités de longueur.