NOM et Prénom …………………………………………. Classe de Quatrième …… Contrat 8 Année 2007 2008

Corrigé TEST T8 COSINUS ; BISSECTRICES (1 h)

Compte rendu :

Test CATASTROPHIQUE : *cours (méthodes et formules) non su par 90% des élèves ! Ras le bol !*

- *Activités numériques :* *Trop de fautes de développement et de signe ! Relisez !*
  Grosse confusion entre 2,3% et +2,3% !
  Ne mélangez pas les méthodes pour la pplté : soit tableau, soit formule mais pas les deux en même temps.
- *Cosinus :*
  - *Il faut écrire* ***l'hypothèse essentielle du triangle rectangle.***
  - *Beaucoup trop inversent côté adjacent et hypoténuse dans la relation du cosinus !*
  - *Beaucoup de fautes dans la méthode cos ❷ (équation de type cos (30°) =* $\frac{5}{x}$*)*
- *Bissectrices :*
  - ***Un point n'est pas une droite, attention aux notations !***
  - *Construction du centre du cercle inscrit à revoir. Laissez les arcs de construction.*
  - *Revoyez l'exercice fondamental sur les bissectrices dans le cours : deux bissectrices sont données plus ou moins directement, puis on exploite la 3*$^{\text{ème}}$.
- *Pythagore : A réviser absolument ;* ***Ne pas oublier l'hypothèse essentielle du triangle rectangle****.*
- *TRCC : A réviser absolument.*

Plus généralement : Ce ne sont pas les cosinus qui posent des problèmes mais les autres parties du programme (quadrilatères, TRCC, Pythagore, justifier qu'un triangle est rectangle etc.)

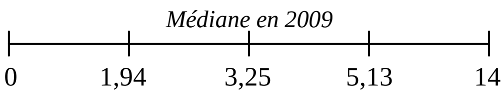
Marquez les étapes de vos raisonnements ; faites des phrases réponses.

Manque général de rigueur dans l'application des propriétés, ne récitez pas appliquez !

Manque général de précision : valeur exacte (v.e) ? valeur approchée (v.a), à quelle précision demandée ?

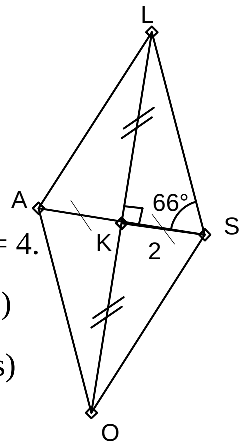
Faites l'effort de lire les énoncés.

Médiane = 5,75 sur 14 en 2008.



- Exercice n° 1 (……...…………….… / 4 points) : Au choix.

• *Choix 1 : Géométrie : Cosinus et losange.*



Sur la figure réduite ci-contre, LAOS est un losange de centre K tel que $\widehat{LSK} = 66°$ et AS = 4.

1. Calculer au dixième près le périmètre $\mathscr{P}$ du losange LAOS. (………………..… / 2,5 pts)
2. Calculer au dixième près la longueur de la grande diagonale. (……………..…. / 1,5 pts)

• *Choix 2 : Activités numériques.*

1. Résoudre l'équation : $6 - (-2k + 3) = -2 - 3\,(3 - 2k) - 2k$ (……………..… / 1,5 pt)
2. Suite à la récente inflation (augmentation des prix), le SMIG (salaire de base) qui était de 1279 € bruts[1] par mois, a augmenté de 2,3 % ce mardi 29/4/2008.

Quel est le nouveau SMIG mensuel, arrondi à l'euro près ? (…………………. / 2,5 pts)

[1] Le salaire est dit « brut » lorsqu'on n'a pas encore retiré les prélèvements obligatoires : cotisations sociales, retraite, taxes diverses etc. Après avoir effectué ces différents prélèvements, on obtient le salaire « net » : c'est ce que l'on reçoit effectivement sur son compte en banque.

• Choix 1 : Géométrie : Cosinus et losange. Choisie par 10 élèves sur 24 soit à peu près 42% des élèves.

1. Rappel : Un losange est un quadrilatère avec tous ses côtés de même longueur et son périmètre est la longueur de sa frontière. Calculons la longueur SL :

- Puisque LAOS est un losange, alors ses diagonales [LO] et [AS] sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu commun K donc $\begin{cases} \text{KLS est rectangle en K} \\ KS = \dfrac{AS}{2} = 2 \end{cases}$.

- Puisque KLS rectangle en K, alors

$\cos(\widehat{KSL}) = \dfrac{SA}{SL}$

$\cos(66°) = \dfrac{2}{SL}$

D'où $SL = \dfrac{2}{\cos(66°)}$ Valeur exacte

$SL \approx 4{,}9$ unités de longueur (u.l.)

Les côtés du losange mesurent à peu près 4,9 u.l.

$\mathcal{P}$(losange LAOS) $= 4 \times SL$

$= 4 \times \dfrac{2}{\cos(66°)}$

$= \dfrac{8}{\cos(66°)}$ valeur exacte

$\mathcal{P}$(losange LAOS) $\approx$ 19,7 u.l v.a. au 1/10ème

Le périmètre du losange LAOS est d'à peu près 19,7 unités de longueur.

Calculons la longueur KL : par Pythagore, soit par cos ①.

Puisque KLS rectangle en K, alors, d'après le célèbre théorème de Pythagore, $LS^2 = KL^2 + KS^2$

$4{,}9^2 \approx KL^2 + 2^2$

$4{,}9^2 - 2^2 \approx KL^2$

$20{,}0 \approx KL^2$

donc $KL \approx +\sqrt{20{,}0}$ car $KL > 0$

$KL \approx 4{,}5$ u.l

La longueur KL est d'à peu près 4,5 unités de longueur.

Remarque : on aurait pu trouver KL par cos de l'angle $\widehat{KLS}$.

Finalement, la diagonale mesure à peu près $2 \times 4{,}5$ c-à-d 9 u.l.

• Choix 2 : Activités numériques choisies par 14 élèves sur 24 soit à peu près 58% des élèves.

1. $6 - (-2k + 3) = -2 - 3(3 - 2k) - 2k$

$6 + 2k - 3 = -2 - 9 + 6k - 2k$ On a développé.

$3 + 2k = -11 + 4k$ On a réduit.

$3 + 11 = 4k - 2k$ On a rassemblé.

$14 = 2k$ On a reréduit.

$7 = k$ On a donné la solution.

2. *Etape ❶ Tableau (précis au niveau des intitulés + unités) :*

Dire que le SMIG augmente de +2,3% signifie que : si le SMIG de départ est de 100€, il augmente de 2,3 € et atteindra donc 102,3 € (= 100 + 2,3) pour 100€ au départ.

$\times \frac{100}{102,3}$

SMIG brut mensuel avant le 29/4/2008 (en €)	*100*	*1 279*
SMIG brut mensuel après le 29/4/2008 (en €)	*102,3*	*S*

$\times \frac{102,3}{100}$

Etape ❷ Coefficient + Formule :

• *Coeff* = $\frac{102,3}{100}$

• *Formule :* SMIG après le 29/4/2008 (en €) = $\frac{102,3}{100}$ × SMIG avant le 29/4/2008 (en €)

Etape ❸ Calcul de la 4ème proportionnelle + Phrase Réponse :

$\frac{S}{1\ 279} = \frac{102,3}{100}$

$S = \frac{102,3}{100} \times 1\ 279$

$S = 1\ 308,417$ €

Le SMIG brut mensuel vaut à peu près 1 308,4 € à partir du 29 avril 2008.

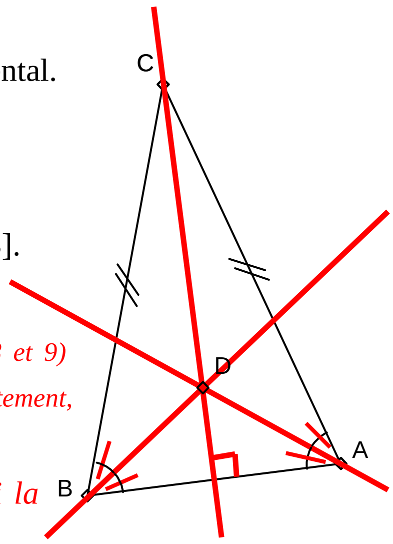
Pour trouver le SMIG net, il faut enlever à peu près 20%.

➢ Exercice n° 2 (………………… / 0,5 + 1 + 1 + 0,5 pts) : Exercice fondamental.

Sur la figure non à l'échelle ci-contre, le triangle BAC est isocèle en C.

La bissectrice de $\widehat{ABC}$ et la hauteur issue de C se coupent en le point D.

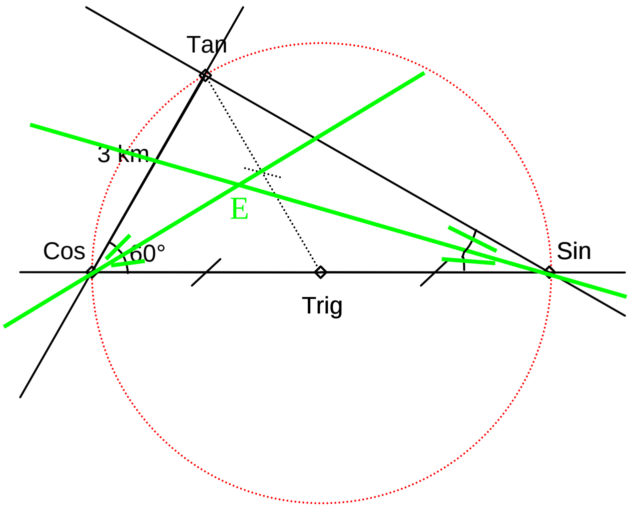
Montrer que les points de la droite (AD) sont équidistants des côtés [AC] et [AB].



Cette exercice fondamental sur les bissectrices (fait en classe livret sur les bissectrices p.8 et 9) exploite la situation suivante : deux droites remarquables sont données plus ou moins directement, puis on exploite la 3ème.

- *Puisque BAC isocèle en C, alors la hauteur issue du sommet C est aussi la bissectrice de $\widehat{BCA}$.*
- *Puisque les deux bissectrices des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$ se coupent en D, alors D est le centre du cercle inscrit au triangle ABC.*
- *Puisque la droite (AD) passe* $\left\{\begin{array}{l}\text{par le troisième sommet A}\\ \text{et par le centre D du cercle inscrit}\end{array}\right\}$, *alors (AD) est la 3ème bissectrice du triangle ABC.*
- *Puisque (AD) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CAB}$, alors (AD) est l'axe de symétrie de $\widehat{CAB}$, donc tous les points de cette bissectrice (AD) sont équidistants des côtés [AC] et [AB].*

➢ <u>Exercice n° 3 (……………………….. / 4 points)</u> : Au pays de la Trigonométrie.



Les trois villages Cos, Sin et Tan sont **équidistants** de la ville de Trig qui est située elle même **à mi-parcours** de Cos et Sin.

Sur le schéma ci-contre correspondant à la situation sont dessinées les trois routes reliant ces trois villages.

De plus, on sait que CT = 3km et $\widehat{SCT} = 60°$.

<u>Note :</u> Les trois villages Cos, Sin et Tan seront représentés respectivement par les trois lettres majuscules C, S et T dans vos calculs.

CT = 3km et $\widehat{SCT} = 60°$.

1. Montrer que ces trois routes forment un triangle rectangle. (…………. / 1 pt)
2. Calculer la distance séparant les villages de Cos et Sin. (…………… / 1 pt)
   Puis la distance arrondie au mètre entre les villages de Sin et Tan. (…………… / 1 pt)
3. Les trois villages sont à la pointe du développement durable mais trop petits pour posséder chacun sa propre station de recharge électrique. Ils décident donc de mutualiser leurs efforts pour construire une seule station E de recharge électrique. Cette station E doit être placée équitablement donc équidistante des trois routes reliant les trois villages. Construire (au compas, en vert en laissant visibles les traits de construction en pointillés) l'emplacement de cette station S. (……….. / 1 pt)

1. • *Puisque* $\left\{\begin{array}{l}\text{Trig est équidistant de C, S et T}\\ \text{Trig est le milieu de [CS]}\end{array}\right\}$*, alors T est sur le cercle* $\mathcal{C}_{[CS]}$ *de diamètre [CS].*

• *Puisque* $\left\{\begin{array}{l}T \in \mathcal{C}_{[CS]}\\ \text{T distinct de C et de S}\end{array}\right\}$*, alors, d'après TRCC réciproque, CST triangle rectangle en T.*

2. • *Puisque CST rectangle en T, alors* $\cos(\widehat{TCS}) = \dfrac{CT}{CS}$

$$\cos(60°) = \frac{3}{CS}$$

$$\text{Donc} \quad CS = \frac{3}{\cos(60°)} \qquad \text{Valeur exacte}$$

$$\text{Donc} \quad CS = 6\text{ km} \qquad \text{Valeur exacte}$$

• *Puisque CST rectangle en T, alors, d'après le célèbre théorème de Pythagore,* $CS^2 = TC^2 + TS^2$

$$6^2 = 3^2 + TS^2$$

$$36 - 9 = TS^2$$

$$27 = TS^2$$

$$\text{donc } TS = +\sqrt{27} \text{ car } TS > 0$$

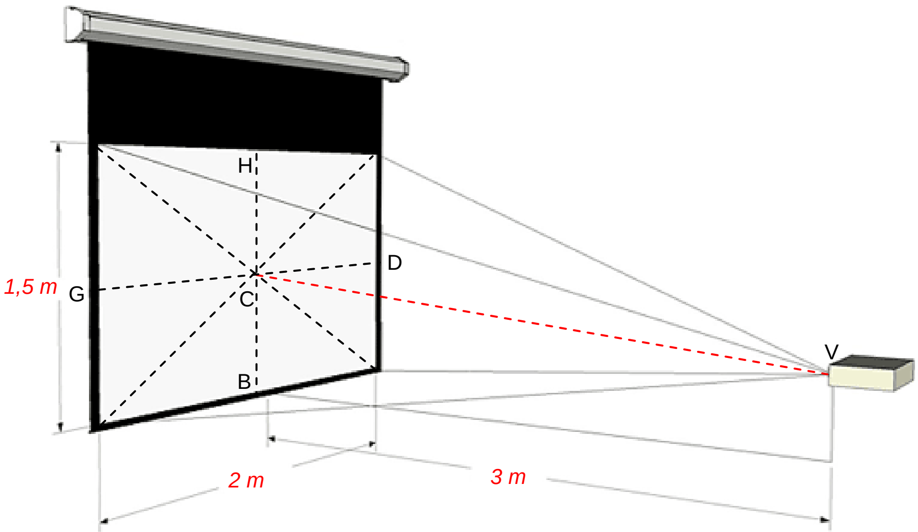
Avec la calculatrice, on peut donner une valeur approchée au mètre ici : $TS \approx 5{,}196$ *km v.a au m.*

Remarque : On pouvait trouver ce résultat en passant par le cosinus de l'angle $\widehat{TSC}$.

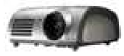
Les villages de Cos et Sin sont séparés exactement de 6 km, ceux de Tan et Sin de 5,196 km à peu près.

3. Puisque cette station E doit être placée équidistante des trois routes reliant les trois villages, alors S doit être l'intersection des 3 bissectrices de CST. Donc E est le centre du cercle inscrit au triangle CST.

- Exercice n° 4 (………………………… / 3 pts + Bonus 1,5 pts) : Cosinus full HD.



Thierry Chmonfils et Aubin Didon ont fait une folie ! Ils se sont achetés un système home cinéma complet : un vidéo-projecteur, un écran aux dimensions avantageuses (2 m de large et 1,5 m de haut) et une sonorisation en 7.1. Il ne reste plus qu'à installer tout cela.



Le vidéo projecteur V est placé *bien dans l'axe de l'écran à 3 m du centre C de l'écran.*

Reportez les données sur le schéma.

1. Justifier rapidement que le triangle HVC est rectangle. (……………….… / 0,5 pts)
2. Calculer la longueur VH, arrondie au centimètre. (………..………. / 1 pt)
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{HVC}$, arrondie au dixième de degré. (…………………… / 1 pt)
4. En déduire l'angle minimal d'*ouverture verticale* du vidéo projecteur, arrondie au dixième, pour que l'image projetée recouvre bien l'écran verticalement. (…………………..… / 0,5 pts)
5. Bonus : Quel est l'angle minimal d'*ouverture horizontale* du vidéo projecteur, arrondie au dixième, pour que l'image projetée recouvre bien l'écran horizontalement. Résultat seul demandé. (……..… / 1,5 pts)

1. Puisque le vidéo projecteur V est placé bien dans l'axe de l'écran, alors la droite (VC) est perpendiculaire au plan (GHDB) de l'écran.

Donc (VC) ⊥ (HC), donc le triangle HVC est rectangle en C.

2. Puisque C est le centre de l'écran, alors $CH = \frac{HB}{2} = \frac{1,5}{2} = 0,75m$.

Puisque HVC rectangle en C, alors, d'après le théorème de Pythagore, $HV^2 = CH^2 + CV^2$

$$HV^2 = 0,75^2 + 3^2$$
$$HV^2 = 9,5625$$
$$\text{donc } HV = +\sqrt{9,5625} \quad \text{car } TS > 0$$
$$HV \approx 3,09 \text{ m} \quad \text{v.a au cm}$$

3. Puisque HVC rectangle en C, alors $\cos(\widehat{HVC}) = \frac{VC}{VH}$

$$\cos(\widehat{HVC}) \approx \frac{3}{3,092}$$
$$\text{Donc } \widehat{HVC} \approx \cos^{-1}\left(\frac{3}{3,092}\right)$$
$$\text{D'où } \widehat{HVC} \approx 14,0° \qquad \text{valeur approchée au } 1/10^{\text{ème}}.$$

4. *Puisque (CV) est la bissectrice de* $\widehat{HVB}$, *alors* $\widehat{HVB} = 2 \times \widehat{HVC} \approx 2 \times 14° \approx 28°$.

*Pour que l'image projetée recouvre bien l'écran verticalement, il faut que l'angle minimal d'*ouverture verticale *du vidéo projecteur soit à peu près 28°.*

5. *Pour répondre à cette question, il faut refaire exactement la même démarche que dans les quatre questions précédentes mais dans le triangle GVC cette fois-ci :*

- *On montre d'abord que GVC est rectangle en C.*
- *Puis on calcule la longueur CG. On trouve* $CG = \frac{GD}{2} = 1$ *m*
- *Puis, grâce au célèbre théorème de Pythagore, on calcule la longueur de l'hypoténuse [GV].*

On trouve $GV^2 = 10$ *donc* $GV = \sqrt{10} \approx 3{,}16$ *m*

- *Puis, par la méthode « $\cos^{-1}$ », on calcule la mesure de l'angle* $\widehat{GVC}$.

On trouve $\widehat{GVC} \approx \cos^{-1}\left(\frac{3}{3{,}16}\right) \approx 18{,}4°$.

- *Puis, on en déduit par symétrie axiale la mesure de l'angle « horizontal » d'ouverture minimale* $\widehat{GVD}$.

On trouve comme angle d'ouverture à peu près 36,8° ($= 2 \times \widehat{GVC}$ *).*