NOM et Prénom ………………………………………. *Classe de Quatrième ……* *Contrat 8 Année 2004 2005*

Corrigé Test T8 COSINUS ; DROITES REMARQUABLES

Compte rendu :

Test très hétérogène : ceux qui connaissent leur cours (méthodes et formules) réussissent normalement, les autres…

Utilisez de la couleur dans vos figures.

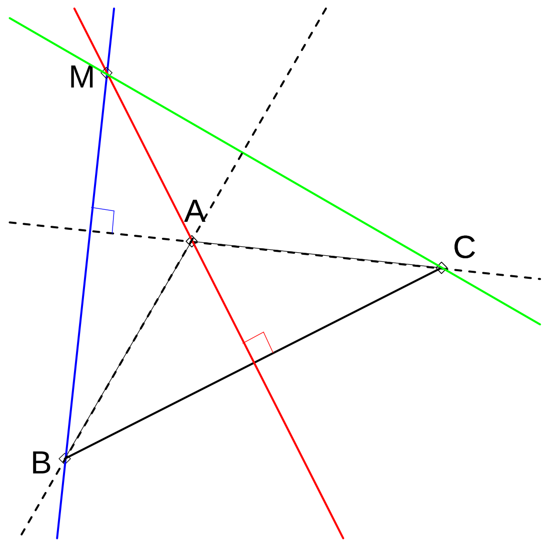
- *Cosinus :*
  - *Il faut écrire* ***l'hypothèse essentielle du triangle rectangle.***
  - *Beaucoup inversent côté adjacent et hypoténuse dans la relation du cosinus !*
  - *Beaucoup de fautes dans la méthode cos ❷ (équation de type cos (30°) =* $\frac{5}{x}$*)*
- *Droites remarquables :*
  - ***Un point n'est pas une droite, attention aux notations !***
  - *Confusion bissectrice-médiane (Exo 3 question 3) : une bissectrice coupe ultrararement le côté opposé en son milieu ; et réciproquement, une médiane partage ultrararement l'angle en deux (sauf dans les cas des triangles isocèles ou équilatéraux).*
  - *Revoyez les exos fondamentaux : deux droites remarquables sont données plus ou moins directement, puis on exploite la 3ème.*
- *Pythagore : A réviser absolument. Ne pas oublier l'hypothèse essentielle du triangle rectangle.*

Médiane = 3,5/10 en 2007 ! (2,5 en 2006 ! 2,75 en 2005 !)

- Exercice n° 1 (………………. /3 points) :

Sur la figure ci contre, ABC est isocèle en A.

On a tracé la bissectrice de $\widehat{BAC}$, et la perpendiculaire à (CA) passant par B. Ces deux droites se coupent en M.



1. Que représente le point M pour le triangle ABC ? (2 points)
2. Tracez (CM) en vert. Montrez que (CM) $\perp$ (AB). (1 point)

Il s'agit ici de l'exo fondamental sur les hauteurs, déguisé !

1. *• Puisque ABC isocèle en A, alors la bissectrice issue de A est en même temps la hauteur issue de A.*

   Puisque $\left\{\begin{array}{c}\text{(MB) passe par le sommet B}\\ \text{(MB)} \perp \text{(AC)}\end{array}\right\}$ *alors (MB) hauteur issue de B.*

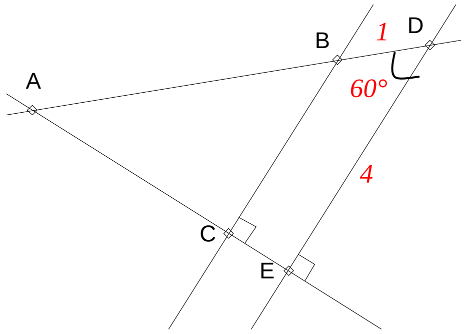
   • Puisque M est l'intersection des 2 hauteurs (MB) et (MA), alors M est l'orthocentre de ABC.
2. *Puisque (MC) passe par l'orthocentre M et le 3ème sommet C, alors (MC) est la 3ème hauteur de ABC.*

Donc (MC) $\perp$ (AB).

- Exercice n° 2 (…………….…..…….. / 3 points) :

Sur la figure ci contre, on sait que $\widehat{ADE} = 60°$, DE = 4 et BD = 1.

1. Calculer AD puis en déduire AB. (……………. / 1,5 pts)
2. Calculer AC. (……………..… / 1,5 points)



Avant tout, reporter les mesures et/ou le codage sur la figure !

1. Puisque ADE rectangle en E, alors :

$$\text{Cos}\,(\widehat{ADE}) = \frac{DE}{DA}$$

$$\text{Cos}\,(60°) = \frac{4}{DA}$$

$$\text{Donc } DA = \frac{4}{\cos(60°)} = 8 \quad \text{(valeur exacte)}$$

Puisque B ∈ [AD], alors AB = AD − BD

$$= 8 - 1$$

$$= 7$$

2. On trouve facilement, par la somme des angles dans un triangle que $\widehat{BAC} = 30°$ (à faire).

Puisque ABC rectangle en C,

$$\text{alors} \quad \text{Cos}\,(\widehat{BAC}) = \frac{AC}{AB}$$

$$\text{Cos}\,(30°) = \frac{AC}{7}$$

$$\text{Donc } AC = 7 \times \cos(30°) \quad \text{valeur exacte.}$$

$$\left(AC = 7 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{valeur exacte.}\right)$$

$$\approx 6{,}06 \quad \text{valeur approchée au centième.}$$

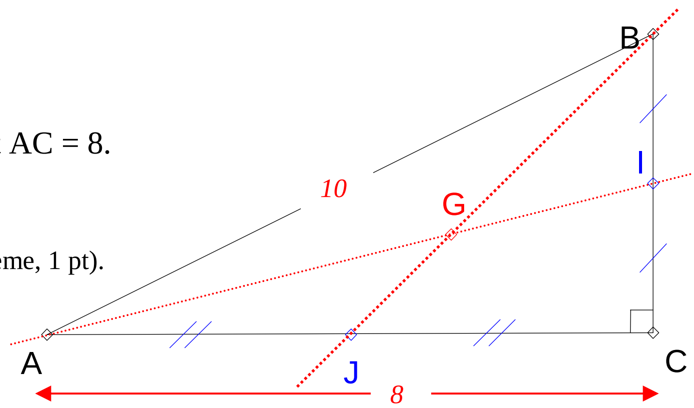
Autre méthode : on peut aussi trouver AC, en prouvant d'abord que $\widehat{ABC} = 60°$ par angles correspondants ; puis on calcule BC par cos ❶ puis AC par Pythagore. Mais c'est bien plus long !

- Exercice n° 3 (………..……… / 4 points) :

Soit ABC un triangle rectangle en C tel que AB = 10 et AC = 8.

Les médianes issues de A et de B se coupent en G.

1. Calculer $\widehat{BAC}$ (valeurs exacte puis approchée au dixième, 1 pt).
2. Calculer BC (valeur exacte, 1 pt).
3. Calculer AI (valeur exacte, 1 pt).
4. En déduire AG (valeurs exacte puis approchée au dixième, 1 pt).



Avant tout, reporter les mesures et/ou le codage sur la figure !

1. Puisque ABC rectangle en C, alors :

$$\text{Cos}\,(\widehat{BAC}) = \frac{AC}{AB}$$

$$\text{Cos}\,(\widehat{BAC}) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Donc } \widehat{BAC} = \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) \qquad \text{valeur exacte.}$$

A la calculatrice, on trouve : $\widehat{BAC} \approx 36{,}9°$ valeur approchée au dixième de degré.

2. *Puisque ABC est rectangle en C, alors, d'après le théorème de Pythagore :*

$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$
$$8^2 + BC^2 = 10^2$$

D'où $BC^2 = 100 - 64 = 36$

Finalement $BC = +\sqrt{36}$ *(car BC est une longueur donc BC > 0)*

$BC = 6$ *valeur exacte.*

3. *Puisque AIC est rectangle en C, alors, d'après le théorème de Pythagore :*

$$AI^2 = AC^2 + IC^2$$
$$AI^2 = 8^2 + 3^2$$
$$AI^2 = 64 + 9$$
$$AI^2 = 73$$

Finalement $AI = +\sqrt{73}$ *v.e* *(AI est une longueur donc* $AI = +\sqrt{73} \approx 8{,}5 > 0$*)*

Remarque : *Dans cette question, on ne peut pas utiliser le cosinus car on ne connaît pas* $\widehat{IAC}$ *(la médiane n'est pas une bissectrice !).*

4. *Puisque G est le point d'intersection de 2 médianes de ABC alors G centre de gravité du triangle ABC.*

Donc $AG = \frac{2}{3} AI$

$AG = \frac{2}{3} \times \sqrt{73}$ *valeur exacte*

$AG \approx 5{,}7$ *valeur approchée au dixième.*