

# Corrigé Contrôle C8 COSINUS ET BISSECTICES (55')

Compte rendu :

- Equations : Trop de fautes de signe ! Relisez !
- Equidistances et constructions : Que de points perdus à cause du codage manquant !
- Cosinus :
  - Il faut écrire **l'hypothèse essentielle du triangle rectangle.**
  - Beaucoup trop inversent côté adjacent et hypoténuse dans la relation du cosinus !
- Calcul d'angles dans un triangle : Propriété souvent oubliée (exo 3 Q2).
- Pythagore : A revoir absolument ; **Ne pas oublier l'hypothèse essentielle du triangle rectangle.**
- Thalès : (n°3 Q4) souvent peu ou mal appliqué !
- Bissectrices : Le cours n'est pas su.

Plus généralement : Ce contrôle ne présentait aucune difficulté vu que 4 exercices sur 5 sont quasiment identiques au test. Seul l'exercice 5 était nouveau mais il s'agissait de questions de cours !

**LISEZ BIEN VOS ENONCES !!!**

Certains élèves ont une moins bonne note qu'au test ce qui laisse planer un gros doute sur la qualité de leur travail !

Marquez les étapes de vos raisonnements ; **faites des phrases réponses.**

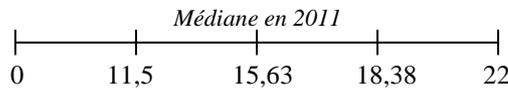
Manque général de rigueur dans l'application des propriétés et méthodes.

Soyez concis dans vos preuves : inutile de masquer son ignorance sous une tonne d'idioties, autant ne rien mettre !

Manque général de précision : rectangle où ? **Arrondi à quelle précision ?** Beaucoup de confusions entre valeurs approchées et exactes. Mauvaise ou non utilisation du signe « ≈ ».

Lorsque les exercices 1 et 2 sont ratés, la note est décevante.

Médianes = 18 sur 26 en 2010 ; 11,2 sur 20 en 2009 ; 12,4 sur 20 en 2008.



➤ Exercice n° 1 (..... / 4,5 points) : Equations. **Attention aux fautes de signe !**

$$\begin{aligned}
 -3(2f - 3) - 3 &= -3f + 2 - f \\
 -6f + 9 - 3 &= -4f + 2 \\
 -6f + 6 &= -4f + 2 \\
 6 - 2 &= -4f + 6f \\
 4 &= 2f \\
 2 &= f
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4 - (8k - 5) &= 2 + 2k - 1 \\
 4 - 8k + 5 &= 1 + 2k \\
 9 - 8k &= 1 + 2k \\
 9 - 1 &= 8k + 2k \\
 8 &= 10k \\
 \frac{8}{10} &= k \\
 \frac{4}{5} \text{ F.I.} &= k
 \end{aligned}$$

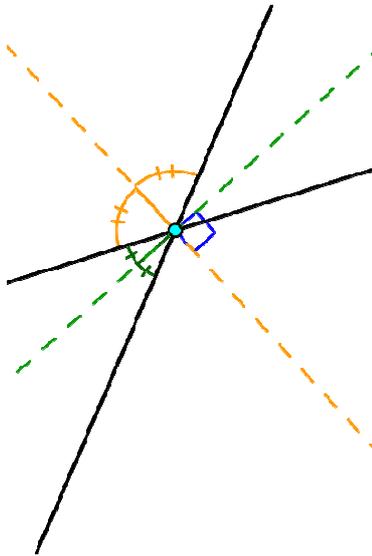
$$\begin{aligned}
 \frac{5}{2} &= \frac{3}{3h + 3} \\
 \text{Par produits en croix, on obtient, en} \\
 \text{n'oubliant pas les parenthèses !} \\
 5(3h + 3) &= 3 \times 2 \\
 15h + 15 &= 6 \\
 15h &= 6 - 15 \\
 15h &= -9 \\
 h &= \frac{-9}{15} \\
 h &= \frac{-3}{5} \text{ F.I.}
 \end{aligned}$$

➤ Exercice n° 2 (..... / 4 points) : Equidistance.

**Pour chaque figure, effacer les traits de construction mais laisser les codages petits et visibles.**

① Tracer en pointillés bleus tous les points équidistants de ces deux droites.

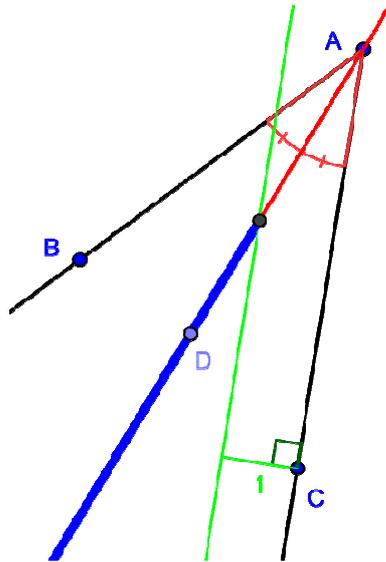
*On trace en pointillés bleus les 2 bissectrices (perpendiculaires) des deux droites.*



② Repasser en bleu la zone des points intérieurs à  $\widehat{BAC}$  qui sont en même temps :

- à même distance de [AB) et [AC).  
*On trace la bissectrice de  $\widehat{BAC}$ .*
- à plus de 1 cm de la droite (AC).  
*C'est l'extérieur de la bande de 1 cm de large, parallèle à la droite (AC).*

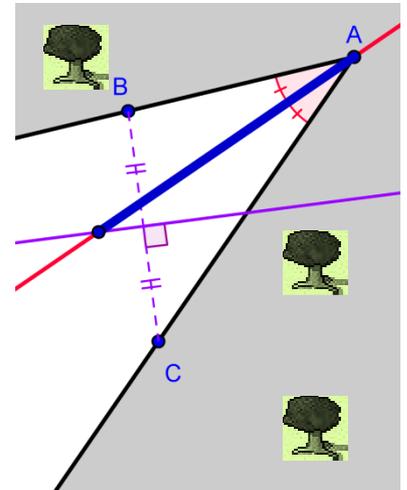
*La zone cherchée sont les points de la médiatrice, intérieurs à l'angle et à l'extérieur de la bande.*



③ Un hôpital est en construction. Il n'est pas en forêt mais :

- équidistant des routes [AB) et [AC).  
*On trace la bissectrice de  $\widehat{BAC}$ .*
- plus près de la ville B que de la ville C.  
*C'est le demi-plan « en haut » de la médiatrice de [CB].*

*Repasser en bleu la zone où il se trouve. La zone cherchée sont les points en même temps sur la bissectrice de  $\widehat{BAC}$  et en même temps « en haut » de la médiatrice de [CB].*



➤ **Exercice n° 3** (..... / 5,5 pts) : D'après le Brevet Caen 1993.

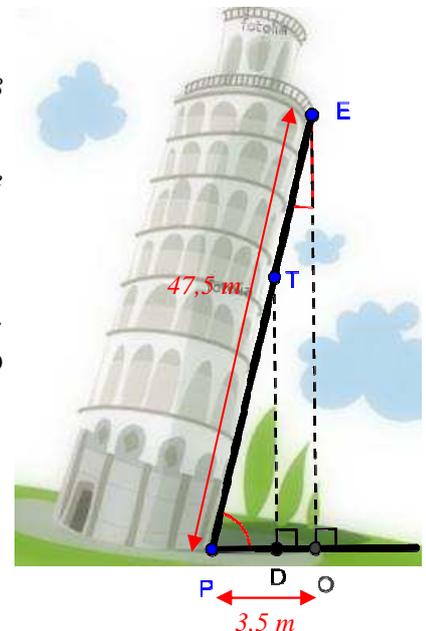
La Tour de Pise est l'un des plus célèbres monuments d'Italie. Elle a accueilli plus de 18 millions de visiteurs. Sa construction remonte à l'an 1173.

Dans les années 1990, son inclinaison devenait préoccupante et elle fut fermée au public le 7/1/1990 pour ne rouvrir que le 15 décembre 2001 après de grands travaux de consolidation.

Le but de l'exercice est de connaître l'inclinaison de la Tour par rapport à la verticale.

La longueur du pied P enfoncé de la Tour au bord E du 7<sup>ème</sup> étage était d'environ 47,5 m.

Lorsque le soleil est au zénith (bien à la verticale de E), l'ombre de la Tour a une longueur PO d'environ 3,5 m. (Source Wikipédia 2008)



**Reporter les longueurs 47,5 m et 3,5 m sur le schéma.**

**Dans la suite, toutes les réponses seront arrondies au dixième.**

- Calculer la mesure de  $\widehat{EPO}$ , angle que fait la Tour avec l'horizontale. (..... / 1,5 pts)
- En déduire l'inclinaison de la Tour avec la verticale. (..... / 1 pt)
- Sans utiliser la trigonométrie, calculer la hauteur OE du 7<sup>ème</sup> étage. (..... / 1,5 pts)
- Un touriste T a gravi les deux tiers des marches (c-à-d  $PT \approx 31,7$  m) lorsqu'il fait tomber son dentier D !  
De quelle hauteur TD le dentier tombe-t-il ? Coup de pouce : un autre célèbre théorème ! (..... / 1,5 pts)

1. D'après le codage, EPO est rectangle en O, d'où

$$\cos(\widehat{EPO}) = \frac{PE}{PO}$$

$$\cos(\widehat{EPO}) \approx \frac{3,5}{47,5}$$

$$D'où \quad \widehat{EPO} \approx \cos^{-1}\left(\frac{3,5}{47,5}\right)$$

$$D'où \quad \widehat{EPO} \approx 85,8^\circ$$

La Tour de Pise fait un angle d'environ  $85,8^\circ$  avec l'horizontale.

2. Puisque POE est un triangle rectangle en O,

$$\widehat{P} + \widehat{O} + \widehat{E} = 180^\circ$$

$$Donc \quad \widehat{E} = 180 - \widehat{O} - \widehat{P}$$

$$\widehat{E} \approx 180^\circ - 90^\circ - 85,8^\circ$$

$$\widehat{E} \approx 4,2^\circ$$

En 2008, la Tour de Pise faisait un angle d'environ  $4,2^\circ$  avec la verticale.

Beaucoup de réponses compliquées ici par Pythagore puis cosinus !

3. D'après le codage, EPO est rectangle en O, donc, d'après le célèbre théorème de Pythagore version direct, on a :

$$47,5^2 \approx OE^2 + 3,5^2$$

$$d'où \quad 2\,256,25 - 12,25 \approx OE^2$$

$$c\text{-à-d} \quad 2\,244 \approx OE^2$$

$$donc \quad \underline{\hspace{2cm}} \approx OE$$

$$soit \quad 47,4 \approx OE$$

Le bord E du 7<sup>ème</sup> étage se trouve à environ 47,4 m du sol.

4. Puisque  $\begin{cases} (TD) \perp (PO) \\ (EO) \perp (PO) \end{cases}$  alors (TD) // (EO).

Puisque  $\begin{cases} \textcircled{1} \text{ EPO est un triangle} \\ \textcircled{2} T \in [PE] \\ \textcircled{3} D \in [PO] \\ \textcircled{4} (TD) // (EO) \end{cases}$ , alors, d'après le

célèbre Théorème de Thalès version directe, on a :

$$\frac{PD}{PO} = \frac{PT}{PE} = \frac{TD}{EO}$$

$$d'où \quad \frac{31,7}{47,5} \approx \frac{TD}{47,4}$$

$$donc \quad PD \approx \frac{31,7}{47,5} \times 47,4 \approx 31,6 \text{ m}$$

Le dentier tombe d'une hauteur d'environ 31,6 m.

Lisez bien ce qui vous est demandé !

➤ **Exercice n° 4** (..... / 4,5 pts) : Distances par triangulation. D'après Brevet Strasbourg 1991.

• La triangulation est une technique mathématique qui permet de trouver, à partir de 2 mesures d'angle et d'une longueur, une distance non mesurable physiquement.

Ainsi, le géomètre Théo Raime est chargé par la ville de déterminer la largeur DC de la rivière avant la construction d'un futur pont à cet endroit.

• Ci-contre le croquis codé dans son carnet ainsi que les différentes mesures qu'il a prises :

$$AB = 100 \text{ m} \quad \widehat{ABC} = 40^\circ \quad \widehat{ABD} = 60^\circ$$

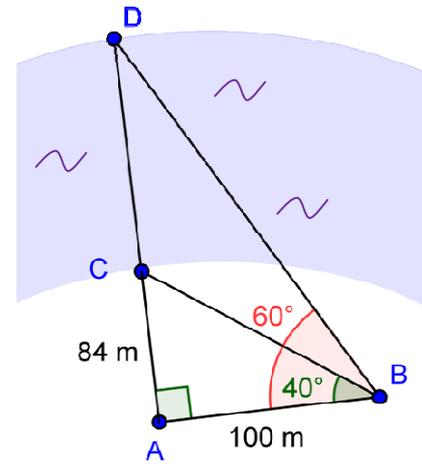
• Pour trouver la largeur DC de la rivière, Théo Raime a d'abord trouvé la longueur CA.

Voici comment il a procédé : En considérant le petit triangle ABC,

❶ Il a d'abord calculé la longueur BC par trigonométrie.

❷ Puis il a calculé la mesure de l'angle  $\widehat{C}$  dans le triangle ABC.

❸ Et enfin, il a fini par calculer la longueur CA par trigonométrie. Il a ainsi trouvé  $CA \approx 84 \text{ m}$ .



Placer ces 4 informations sur le schéma codé ci-dessus. Dans la suite, les réponses seront arrondies à l'unité, si besoin.

1. En considérant cette fois-ci le grand triangle ABD et en appliquant la même méthode que Théo, déterminer la longueur DA.  
(..... / 1,5 + 1 + 1,5 points)

❶ Calcul de BD par trigonométrie :

Puisque ABD est un triangle rectangle en A,

alors  $\cos(\widehat{ABD}) = \frac{BA}{BD}$   
 d'où  $\cos(60^\circ) = \frac{100}{BD}$   
 donc  $BD = \frac{100}{\cos(60^\circ)}$  valeur exacte  
 d'où  $BD = 200 \text{ m}$  valeur exacte

❷ Calcul de la mesure de  $\widehat{D}$  dans ABD.

Puisque ABD est un triangle rectangle en A,

Alors  $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ$   
 Donc  $\widehat{D} = 180^\circ - \widehat{A} - \widehat{B}$   
 $\widehat{D} = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ$   
 $\widehat{D} = 30^\circ$

❸ Calcul de DA par trigonométrie :

Puisque ABD est un triangle rectangle en A,

alors  $\cos(\widehat{BDA}) = \frac{DA}{DB}$   
 d'où  $\cos(30^\circ) = \frac{DA}{200}$   
 donc  $200 \times \cos(30^\circ) = DA$   
 d'où  $DA \approx 173 \text{ m}$  v.a. arrondie à l'unité

Trois remarques :

- On verra en Troisième une façon bien plus rapide de calculer DA, le côté opposé à l'angle aigu  $\widehat{ABD}$ , connaissant la longueur BA du côté adjacent. Il s'agit de la troisième formule trigonométrique : la tangente ! Et ici, on aurait :  
 $\tan(\widehat{ABD}) = \frac{AD}{AB}$  d'où  $AD = AB \times \tan(\widehat{ABD})$ .
- Cette question montre que grâce à la trigonométrie, on peut calculer n'importe quelle longueur grâce à 2 mesures d'angle et une longueur !
- Lisez bien ce qui vous est demandé de faire : on ne vous demande pas de refaire les calculs de Théo !

2. En déduire la largeur DC de la rivière. (..... / 0,5 pts)

Puisque les trois points A, C et D sont alignés, alors  $CD = AD - AC \approx 173 - 84 \approx 89 \text{ m}$ .

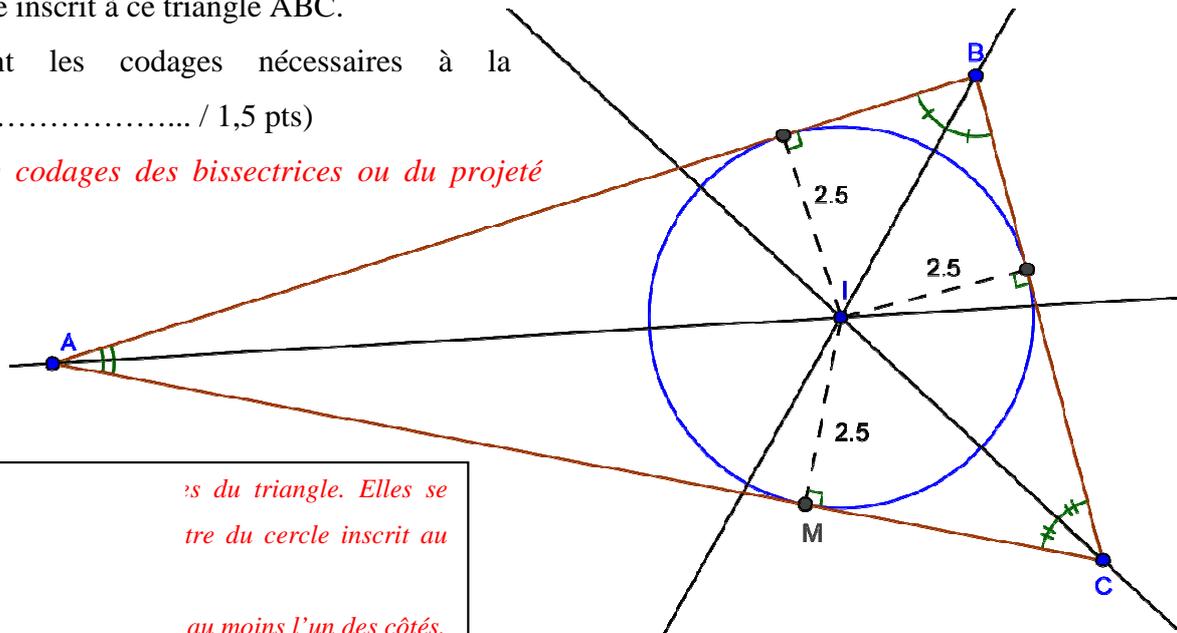
La rivière, à cet endroit mesure environ 89 m de large.

➤ **Exercice n° 5** (..... / 3,5 points) : Bissectrices, questions de cours.

1. Construire le cercle inscrit à ce triangle ABC.

Laisser seulement les codages nécessaires à la construction. (..... / 1,5 pts)

*Beaucoup d'oublis de codages des bissectrices ou du projeté orthogonal !*



*Les bissectrices du triangle. Elles se coupent au centre du cercle inscrit au triangle. Elles sont perpendiculaires au moins l'un des côtés. Le rayon IM par exemple.*

2. Pour chaque affirmation, trois choix vous sont proposés dont un seul est vrai. Lequel ? **L'entourer.**

(..... / 2 pts, les scores finaux négatifs sont ramenés à 0 pts)

Réponse juste = + 0,5 pts

Sans réponse = 0 pts

Réponse fausse = - 0,25 pts

Affirmations	Choix 1	Choix 2	Choix 3	Points (Prof)
① Les 3 bissectrices d'un triangle se coupent	en le centre du cercle circonscrit au triangle.	en un point équidistant des 3 sommets du triangle.	en un point équidistant des 3 côtés du triangle.	
② Lorsqu'un cercle est inscrit dans un triangle,	alors ses 3 sommets sont à même distance du centre de ce cercle.	alors ses 3 côtés sont tangents à ce cercle.	alors les milieux des 3 côtés sont à même distance du centre de ce cercle.	
③ La bissectrice d'un angle	partage l'angle en deux angles identiques.	coupe l'angle au milieu.	partage l'angle en deux angles symétriques.	
④ Soit un angle $\widehat{AMB}$ et C un point sur sa bissectrice, distinct de M.	alors $\widehat{CMA} = \widehat{BMA}$ .	alors $\widehat{AMB} = \frac{\widehat{AMC}}{2}$	alors $2 \widehat{CMA} = \widehat{AMB}$ .	

• **Affirmation ① :** Les choix ① et ② correspondent à l'intersection des médianes.

• **Affirmation ② :** Le choix ① correspond à l'intersection des médianes.

*Choix ② : puisque le centre du cercle inscrit est équidistant des 3 côtés du triangle, alors les 3 côtés sont tangents au cercle inscrit.*

*Choix ③ : confusion médianes (une médiane coupe le côté au milieu) et bissectrices.*

• **Affirmation ③ :** Choix ① : confusion entre « identiques » et « superposables ou symétriques ».

*Choix ② : « le milieu d'un angle » ne veut rien dire !*

*Choix ③ : Rappel : la bissectrice est définie comme l'axe de symétrie d'un angle.*

• **Affirmation ④ :** Il faut faire un croquis !!

*QCM très peu réussi : seulement 2 personnes sur 26 ont eu tout bon !*