NOM et Prénom ……………………………………….   *Classe de Quatrième ……*   *Contrat 8   Année 2009 2010*

EnCorrigé Contrôle C8 COSINUS ET BISSECTICES (1 h)

Compte rendu :

- *Equations :* *Trop de fautes de signe ! Relisez !*
- *Equidistances et constructions :* *Que de points perdus à cause du codage manquant !*
- *Cosinus :*
  - *Il faut écrire* ***l'hypothèse essentielle du triangle rectangle.***
  - *Beaucoup trop inversent côté adjacent et hypoténuse dans la relation du cosinus !*
  - *Beaucoup de fautes dans la méthode cos ❷ (équation de type cos (30°) =* $\frac{5}{x}$ *)*
- *Pythagore :* *A revoir absolument ;* ***Ne pas oublier l'hypothèse essentielle du triangle rectangle****.*

Plus généralement : Ce contrôle ne présentait aucune difficulté vu que 4 exercices sur 5 sont quasiment identiques au test. Seul l'exercice 2 était un peu nouveau mais si bien guidé.

Certains élèves ont une moins bonne note qu'au test ce qui laisse planer un gros doute sur la qualité de leur travail !

Marquez les étapes de vos raisonnements ; faites des phrases réponses.

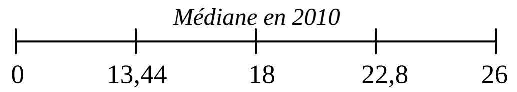
Manque général de rigueur dans l'application des propriétés et méthodes.

Soyez concis dans vos preuves : inutile de masquer son ignorance sous une tonne d'idioties, autant ne rien mettre !

Manque général de précision : rectangle où ? arrondi à quelle précision ? Beaucoup de confusions entre valeurs approchées et exactes. Mauvaise ou non utilisation du signe « ≈).

Lorsque les exercices 1 et 2 sont ratés, la note est décevante.

Médianes = 11,2 sur 20 en 2009 ; 12,4 sur 20 en 2008.



- Exercice n° 1 (…………………… / 4,5 points) : Equations. **Attention aux fautes de signe !**

$$1 - 3(2 - d) = 3d + 2 - d$$
$$1 - 6 + 3d = 2d + 2$$
$$-5 + 3d = 2d + 2$$
$$-2d + 3d = 5 + 2$$
$$d = 7$$

$$5 - (-6k - 7) = 3(1 - 2k)$$
$$5 + 6k + 7 = 3 - 6k$$
$$12 + 6k = 3 - 6k$$
$$6k + 6k = 3 - 12$$
$$12k = -9$$
$$k = \frac{-9}{12}$$
$$k = \frac{-3}{4} \text{ F.I.}$$

$$\frac{3m}{5 - 2m} = \frac{3}{4}$$

Par produits en croix, on obtient, ***en n'oubliant pas les parenthèses !***

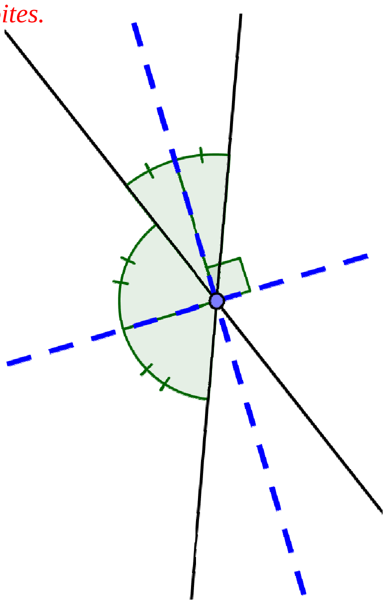
$$4 \times 3m = 3(5 - 2m)$$
$$12m = 15 - 6m$$
$$12m + 6m = 15$$
$$18m = 15$$
$$m = \frac{15}{18}$$
$$m = \frac{5}{6} \text{ F.I.}$$

➢ <u>Exercice n° 2 (……………..…..…… / 4,5 points)</u> : Equidistance.

Pour chaque figure, effacer les traits de construction **mais laisser les codages petits et visibles.**

① Tracer en pointillés bleus tous les points équidistants de ces deux droites.

On trace en pointillés bleus les 2 bissectrices (perpendiculaires) des deux droites.



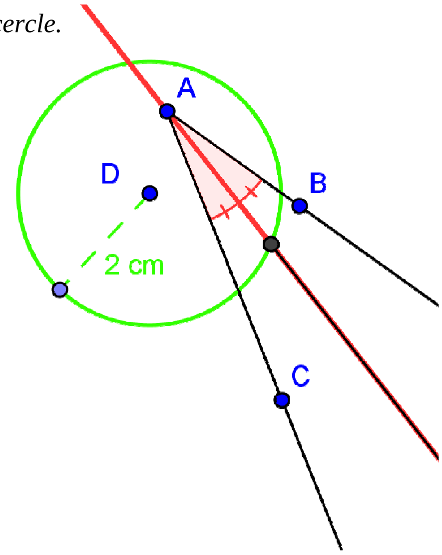
② Repasser en noir la zone des points qui sont en même temps :

- à même distance de [AB] et [AC].

  On trace la bissectrice de $\widehat{BAC}$.
- à plus de 2 cm du point D.

  C'est l'extérieur du cercle de centre D et de rayon 2 cm.

La zone cherchée sont les points de la bissectrice qui sont à l'extérieur du cercle.



③ Un nageur s'est aventuré dans des eaux infestées de requins tigre. Il est :

- plus près de la côte [AB] que [AC].

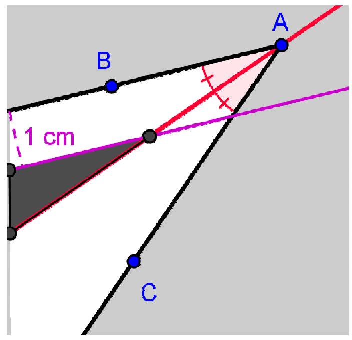
  C'est le demi plan « à gauche » de la bissectrice de $\widehat{EBF}$.
- à plus de 100 m de la côte [AB].

  C'est l'extérieur de la bande parallèle à la côte de 1 cm de large.

Dans quelle zone noire se trouve-t-il ?

(échelle 1 cm pour 100 m)

La zone cherchée sont les points à l'extérieur de la bande, « à gauche » de la bissectrice.



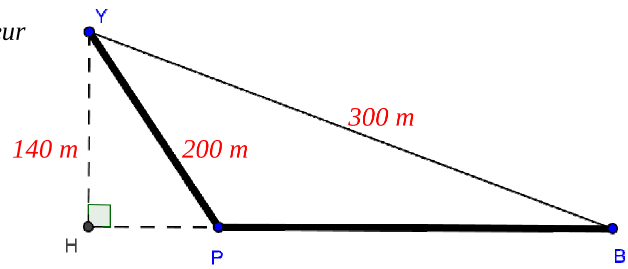
➢ <u>Exercice n° 3 (…………………..…… / 5 points)</u> :

Le pont de l'Alamillo enjambe le fleuve Guadalquivir qui traverse la ville de Séville en Espagne. Ce pont en forme de harpe a été construit à l'occasion de l'Exposition Universelle de Séville en 1992.

Il se compose d'un simple pylône penché, d'une longueur de 200 m et qui culmine à 140 m de hauteur.

Ce pylône soutient la totalité du pont par 13 énormes câbles (appelés « haubans »), dont deux de 300 m, les plus longs du monde en 2007.

Le but de l'exercice est de calculer l'inclinaison du pylône et la longueur du pont.



1. Reporter sur le schéma les longueurs 200 m, 140 m et 300m.

   Evidemment, il ne faut pas se tromper ici !!

2. Dans le triangle YPH, calculer la longueur HP (en m, arrondie à l'unité). (………….. / 1,5 pts)

D'après le codage, YPH est rectangle en H, donc, d'après le célèbre théorème de Pythagore version direct :

$$PY^2 = HP^2 + HY^2$$

$$200^2 = HP^2 + 140^2$$

d'où $40\,000 - 19\,600 = HP^2$

c-à-d $20\,400 = HP^2$

donc $\sqrt{20\,400} = HP$

soit $143 \approx HP$ *arrondi à l'unité*

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{YPH}$ (arrondi à l'unité), angle que fait le pylône avec l'horizontal. (……………………… / 1,5 pts)

D'après le codage, YPH est rectangle en H, d'où

$$\cos(\widehat{YPH}) = \frac{PH}{PY}$$

$$\cos(\widehat{YPH}) \approx \frac{143}{200}$$

D'où $\widehat{YPH} \approx \cos^{-1}\left(\frac{143}{200}\right)$

D'où $\widehat{YPH} \approx 44°$ *arrondi à l'unité*

Le pylône fait un angle d'environ 44° avec l'horizontal.

4. Le grand hauban fait un angle d'environ 28° avec l'horizontal c-à-d $\widehat{YBP} \approx 28°$. Reporter cette donnée sur la figure.
   En utilisant la trigonométrie, calculer la longueur BH, arrondie à l'unité. (……………..…….. / 1,5 pts)
5. En déduire la longueur BP du pont de l'Alamillo, arrondie à l'unité. (…………….…..….. / 0,5 pts)

D'après le codage, YBH est rectangle en H, d'où

$$\cos(\widehat{YBH}) = \frac{BH}{BY}$$

$$\cos(28°) \approx \frac{BH}{300}$$

d'où $300\cos(28°) \approx BH$

d'où $265\text{ m} \approx BH$ *arrondi à l'unité*

Par simple soustraction, on en déduit BP :

$$BP = BH - PH$$

$$BP \approx 265 - 143$$

$$BP \approx 122\text{ m}$$

Le tablier du pont de l'Alamillo a une longueur d'environ 122 m.

Cet exercice peut être beaucoup plus dur en supprimant les questions 2 et 4.

➢ Exercice n° 4 (..………………….. / 5 points) : Calcul de distances par triangulation.

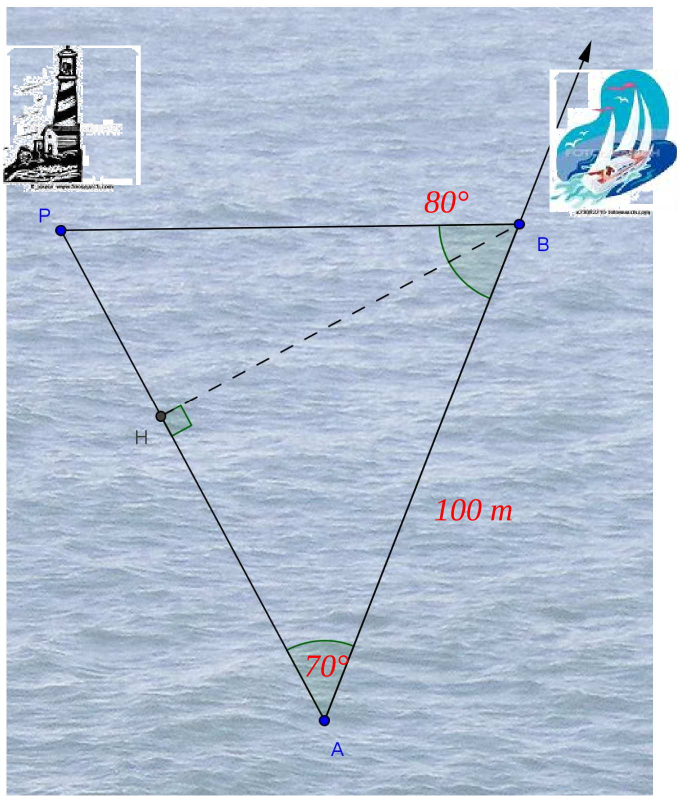
Un voilier se déplace dans une certaine direction (voir schéma).

La zone est dangereuse du fait de la présence de hauts fonds tout autour du phare (P). Le skipper décide donc de calculer la distance qui sépare son voilier du phare.

Pour cela, il relève en deux positions A et B distantes de 100 m, les angles que font la direction du voilier avec le phare : 70° en A puis 80° en B.

Sur la figure ci-contre qui matérialise la situation, on a tracé le triangle ABP et la hauteur issue de B.

Exercice quasi-identique à celui du test.



1. Placer toutes les informations données.
2. Dans le triangle AHB, calculer la mesure de l'angle $\widehat{HBA}$.
   (………………..… / 1 pt)

Puisque BHA est un triangle rectangle en H,

Alors $\widehat{A} + \widehat{H} + \widehat{B} = 180°$

Donc $\widehat{HBA} = 180 - \widehat{BHA} - \widehat{HAB}$

$$\widehat{HBA} = 180° - 90° - 70°$$

$$\widehat{HBA} = 20°$$

L'angle $\widehat{HBA}$ *mesure 20°.*

3. En déduire la longueur BH (en m arrondie à l'unité). (…………………………. / 1,5 pts)

Puisque BHA est un triangle rectangle en H,

alors $\cos(\widehat{HBA}) = \dfrac{BH}{BA}$

d'où $\cos(20°) = \dfrac{BH}{100}$

donc $100 \times \cos(20°) = BH$ *valeur exacte*

d'où 94 *m* $\approx BH$ *v.a. arrondie à l'unité*

4. Calculer (simplement !) la mesure de l'angle $\widehat{PBH}$. (………………..…… / 1 pt)

Par soustraction, on obtient tout simplement :

$\widehat{PBH} = \widehat{PBA} - \widehat{HBA}$

$\widehat{PBH} = 80° - 20°$

$\widehat{PBH} = 60°$

5. En déduire la distance PB entre le voilier et le phare (en m arrondie à l'unité). (…………... / 1,5 pts)

Puisque PBH est un triangle rectangle en H,

alors $\cos(\widehat{PBH}) = \dfrac{BH}{BP}$

d'où $\cos(60°) \approx \dfrac{94}{BP}$

donc $BP \approx \dfrac{94}{\cos(60°)}$

d'où *TA* $\approx$ *188 m v.a. arrondie à l'unité*

Le voilier se situe à environ 188 m du phare.

<u>Remarque :</u> Cet exercice montre que grâce à la trigonométrie, on peut calculer des longueurs dans un triangle même quelconque !

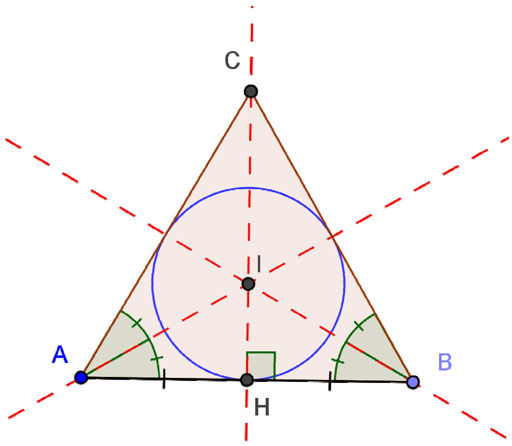
➢ <u>Exercice n° 5 (…………………….… / 7 points)</u> : Rayon du cercle inscrit à un triangle équilatéral.

Exercice quasi-identique à celui du test !

Soit ABC un triangle ***équilatéral*** tel que AB = 6. Voir figure réduite ci-contre.

*Construction : **laisser les codages petits et visibles.***

Effacer les traits de construction.



1. Construire I le centre du cercle inscrit au triangle ABC. (……….…….….. / 1 pt)

On trace au moins 2 bissectrices du triangle.

Leur intersection est le point I, le centre du cercle inscrit.

Tracer le cercle inscrit au triangle ABC. (………………… / 0,5 pts)

Pour avoir le rayon du cercle inscrit, on doit projeter perpendiculairement le point I sur l'un des côtés du triangle.

La bissectrice (CI) coupe le côté [AB] en H. Placer H.

Le but de l'exercice est de calculer le rayon du cercle inscrit à un triangle équilatéral,

c-à-d ici la longueur IH.

(Vous avez le droit d'utiliser le résultat d'une question pour la ou les questions suivantes)

2. Montrer que (CH) ⊥ (AB) et que BH = 3. (…………………….. / 1,5 pts)

Puisque ABC est isocèle en C, alors la bissectrice (CI) issue du sommet principal C est en même temps la médiatrice de [AB]. Inutile de parler de médiane ou hauteur !

Donc (CH) ⊥ (AB) et H milieu de [AB], donc BH = AB/2 = 6/2 = 3.

3. Montrer que $\widehat{HBI} = 30°$. (……………………. / 1 pt)

Puisque ABC est un triangle équilatéral, alors $\widehat{CBA} = 60°$.

Puisque (BI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CBA}$, *alors* $\widehat{HBI} = \dfrac{\widehat{CBA}}{2} = \dfrac{60°}{2} = 30°$.

Lisez bien l'énoncé : on sait déjà que (BI) est une bissectrice, inutile de le redémontrer !

4. Dans le triangle HIB, calculer la longueur BI (arrondie au 1/10$^{\text{ème}}$). (……………………….. / 1,5 pts)

Puisque le triangle HIB est rectangle en H,

alors $\cos(\widehat{HBI}) = \dfrac{BH}{BI}$

donc $\cos(30°) = \dfrac{3}{BI}$

d'où $BI = \dfrac{3}{\cos(30°)}$ *valeur exacte*

$BI \approx 3{,}5$ *v.a arrondie au 1/10*$^{\text{ème}}$

5. Calculer la longueur HI (arrondie au 1/10$^{\text{ème}}$). (…………………………… / 1,5 pts)

Puisque le triangle HIB est rectangle en H, alors, d'après le célèbre théorème de Pythagore version directe, on a :

$BI^2 = HB^2 + HI^2$

$3{,}5^2 \approx$ «$3^2 + HI^2$

D'où $12{,}25 - 9 \approx HI^2$

C-à-d $3{,}25 \approx HI^2$

Donc $\sqrt{3{,}25} \approx HI$

A la calculette, on obtient : HI ≈ 1,8 u.l.

Le rayon du cercle inscrit de centre I et de rayon IH est d'environ 1,8 unités de longueur.