LES REGLES DU CALCUL LITTERAL.

« Les Mathématiques sont des inventions très subtiles et qui peuvent beaucoup servir, tant à contenter les curieux qu'à faciliter tous les arts et à diminuer le travail des hommes. » Descartes[1]

- *Pré-requis pour prendre un bon départ :*

	A refaire	A revoir	Maîtrisé
Nombres décimaux relatifs : définition, propriétés, opérations…			
Fractions : définition, propriétés, simplification, opérations…			
Puissances : définition, propriétés, opérations etc.			
Développement de type k(a + b) = ……………………..			
Factorisation de type kz + kr = ………………………..			

[1] Descartes : grand philosophe et mathématicien français du XVIIème siècle.
Auteur de la célèbre maxime : « Cogito ergo sum » (Je pense donc je suis). De son nom est dérivé l'adjectif cartésien (esprit cartésien : esprit rationnel qui pense que toute chose est une conséquence résultant de causes).
Il est un ardent défenseur de la Science et de l'esprit scientifique.

NOM et Prénom : ………………………………………. 4ème ………

I. UTILISATION D'EXPRESSIONS LITTERALES.

Définition : Une expression est dite **littérale** lorsque des nombres sont représentés par des **lettres**.

On a déjà utilisé des lettres :

A. Pour énoncer une formule :

Plutôt qu'écrire :

➢ « La longueur $\mathcal{L}$ d'un cercle est égale au produit de π par le diamètre D du cercle », on a la formule littérale suivante : $\mathcal{L}(\text{cercle}) = \pi D = 2\pi R$ (classe de Sixième)

➢ « La somme de deux fractions de même dénominateur est égale à la fraction dont le numérateur est la somme des numérateurs et dont le dénominateur est le dénominateur commun. », on a la formule littérale suivante : $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$ (classe de Cinquième)

B. Pour désigner un nombre inconnu dans une égalité[2] :

Soit un triangle équilatéral de périmètre égal à 7,2 cm. On veut trouver la longueur commune de chacun des côtés de ce triangle équilatéral. Appelons L cette longueur commune cherchée :

On peut alors traduire l'énoncé par l'égalité : $3\,L = 7{,}2$.

C. Pour exprimer « en fonction de » :

On connaît la formule de l'aire $\mathcal{A}$ d'un disque en fonction de son rayon R : $\mathcal{A}(\text{disque}) = \pi R^2$.

Sachant que R est la moitié du diamètre D, on peut exprimer l'aire du disque *en fonction du* diamètre D :

$$\mathcal{A}(\text{disque}) = \pi \times \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \pi \times \frac{D}{2} \times \frac{D}{2} = \pi \times \frac{D^2}{4}$$

II. DEUX TYPES DE LETTRES UTILISEES.

❶ Quand une lettre représente un nb dont **la valeur n'est *pas fixée***, on dit que cette lettre est une **variable** :

La valeur de la lettre peut changer !

❷ Si au contraire, **la valeur de la lettre est *fixée***, on dit que cette lettre est une **constante :**

La valeur de la lettre est TOUJOURS la même !

Exemple : Reprenons l'aire $\mathcal{A}$ d'un disque : $\mathcal{A}(\text{disque}) = \pi R^2$. Dans cette formule :

- La lettre R (la longueur du rayon) est une .... : sa valeur change car R dépend du disque considéré.
- La lettre π est une .... : sa valeur ne change pas quelque soit le disque ! (Ce n'est que l'arrondi que l'on choisit pour π qui peut varier suivant la précision souhaitée.)

[2] Une égalité où il y a une ou plusieurs quantités inconnues s'appelle une équation. Cela sera vu au prochain contrat n°6 : « Les Equations ».

III. ECRITURES LITTERALES DEJA VUES ; VOCABULAIRE.

➢ Soient a et b deux nombres, alors :

a + b ou b + a désigne leur somme.

ab ou ba désigne leur ………………

$\frac{a}{b}$ ou $\frac{b}{a}$ désignent leur ……………

a² et b² désignent leurs ………………

-a et -b désignent leurs …………………

$\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$ désignent leurs …………………..

➢ D'autres écritures que l'on peut décrire en français :

2a	
a/2	
2n avec *n entier*	un nombre pair
2n + 1 avec *n entier*	un nombre impair
(a + b)²	
a² + b²	

Quels sont les avantages des écritures littérales par rapport au français ?

IV. SIMPLIFICATIONS D'ECRITURE DES PRODUITS.

Afin **d'alléger les écritures des produits <u>(et seulement pour eux !)</u>**, on adopte les conventions suivantes :

A. Ordre des facteurs dans un produit :

Les facteurs d'un produit s'écrivent dans l'ordre suivant :

1. Le produit des **nombres isolés hors parenthèses.**
2. Puis le produit **des lettres isolées hors parenthèses** écrites dans *l'ordre alphabétique.*
3. Puis le produit des **parenthèses** écrites dans *l'ordre alphabétique.*

B. Disparition du signe « × » dans un produit :

- Le signe de la multiplication « × » disparaît :

entre deux lettres : ex : a × b ou b × a s'écrit de la seule façon : ……

entre un nombre et une lettre : ex : 3 × a ou a × 3 s'écrit de la seule façon : …….

entre des nombres, des lettres et des parenthèses : ex : (2f + 1) × 4 × a s'écrit ………………

Le signe « ×» disparaît toujours sauf entre deux nombres pour lesquels on calcule leur produit.

- Enfin, 1 × a s'écrit ………… Ex : 1 × t = ….. y × 1 = …… 1 × (x + y) = …………

(-1) × a s'écrit ………… Ex : (-1) × z = …… (-1) × (t + z) = …………

$\frac{a}{1}$ s'écrit …………… Ex : $\frac{z}{1}$ = …… $\frac{-h}{1}$ = …… $\frac{b+1}{1}$ = ………

➢ Exercice : Simplifiez les écritures des produits suivants.

Méthode : $2 \times c \times (u + 5) \times 7b = 2 \times 7 \times b \times c \times (u + 5)$ ***Il n'y a que des produits donc on change l'ordre de tête !!***

$= 14\ bc\ (u + 5)$. *On a supprimé les signes $\times$ inutiles.*

$k \times 2 \times b =$ ………………..

$7b \times (x + 2) \times 5 \times a =$ ……………………

$t \times 2 \times f \times 6=$ ……………………….

$y \times 2 \times a \times 5\ b =$ ………………………….

$b \times 4 \times (y + 3) \times a \times 2 =$ …………………………

$(y + 5) \times z \times (-f - 3) \times 2k \times 5 =$ …………………

V. REDUCTIONS DES SOMMES ALGEBRIQUES.

Après la simplification d'écriture des produits, passons à la simplification d'écriture des sommes.

A. Définition d'une somme algébrique :

Une **somme algébrique** est une suite d'additions et/ou de soustractions de termes littéraux ou numériques.

Exemple : Soit la somme algébrique $E = 5 + a^2 + 2a - 2 + 3a^2 - a - 7 + 5a^2 + 10a^2$.

Cette expression algébrique comporte 3 sortes de termes : des termes en « a^2 », des termes en « a » et des termes numériques constants (5 ; -2 et -7).

B. Réduction des sommes algébriques :

Réduire l'écriture de la somme E, c'est **rassembler** puis **compter** ensemble les **termes de même sorte.**

En reprenant plus haut notre somme algébrique E, on calcule de tête les trois sortes de termes :

$+ a^2 + 3a^2 + 5a^2 + 10a^2 =$………… $+ 2a - a =$ ………… $5 - 2 - 7 =$ …………

Puis en rassemblant, on obtient finalement l'écriture réduite ou simplifiée de E : $E = 19a^2 + a - 4$.

C. Ordre dans une somme algébrique :

Dans une **somme algébrique**, l'ordre d'écriture est le suivant :

❶ Les doubles lettres dans l'ordre alphabétique.

❷ Puis les simples lettres dans l'ordre alphabétique en commençant par les plus hautes puissances.

❸ Puis en dernier les nombres isolés dont on calculera la somme.

➢ Exercice : Réduire en colonnes les sommes algébriques suivantes :

***Conseil :* Entourez en couleur les termes de même sorte, avec le signe + ou – qui les précède.**

$M = 2 + a - 3$

$=$

$A = 5 \times a + 6 - 3\times a + 3$

$=$

$=$

$P = 3y + 2 \times y - 4y$

$=$

$O = 3a - 2y + 5 - 8a + 3y - 6$

$=$

$U = 2c - 3 + 2a - c - a - c - a - 3$

$=$

$=$

$L = 5 + 2ab - 10 + a + b - 3a + 5ab + 2a$

$=$

$E = 2xy - 6z + 8yz - xy - yz + z$

$=$

$S = 2x - x^2 + 3 \times x - 2 \times x + 3 + 5\,x^2 - 1$

$=$

$S = 4x^2 + 3\,x + 2$

$I = 5 - x + 6 \times x - 10\,x^2 + 10 - x^2 + x$

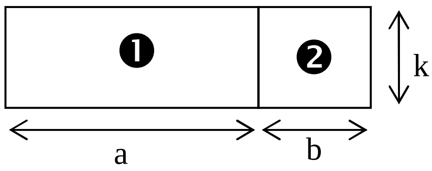
$=$

$I = -11x^2 + 6x + 15$

VI. PRODUIT D'UN NOMBRE PAR UNE SOMME ALGEBRIQUE.

➢ Comment calculer des expressions de type produit par une somme, comme par exemple $3 \times (5 + \pi)$?

Et plus généralement de type : $k(a + b)$? **k(a + b) se lit « k facteur de (a + b) ».**



➢ Illustrons géométriquement ce produit k (a + b).

On peut considérer pour cela un rectangle de largeur k et de longueur (a + b).

Pour calculer l'aire totale du grand rectangle formé par les deux petits rectangles ❶ et ❷, il y a deux manières possibles :

Première manière : *on va calculer la somme des aires des 2 petits rectangles ❶ et ❷.*	*Deuxième manière :* *on va calculer directement l'aire du grand rectangle.*
Aire (Rectangle ❶) = ….. × …... Aire (Rectangle ❷) = ….. × …...	La largeur et la longueur du grand rectangle sont : …… et (……… + ……..)
Donc Aire (Grand Rectangle) = ………….. + ……..……	Donc Aire (Grand Rectangle) = …... × ……………..

Les deux calculs permettant de calculer évidemment la même aire, les deux écritures sont donc équivalentes.

On peut donc écrire : ………………………….. = ……………………………………

A. Formule très importante de distributivité :

Généralisons : Quelques soient les valeurs des trois quantités k, a et b, on a :

❶ Factorisation

$$k\,a + k\,b = k\,(a + b)$$

❷ Développement

- Le sens ❶ permet de transformer une somme en un produit.

  C'est l'action de factoriser c-à-d la ………………………….

- Le sens ❷ permet de transformer un ……………………..…… en une ………………………

  C'est l'action de développer c-à-d le ……………………………

B. Cinq remarques sur la distributivité :

① Une même expression peut donc avoir 2 formes :

une **forme développée ou somme : ka + kb** et une **forme factorisée ou produit : k(a + b)**

② Le facteur ***k*** s'appelle le ***facteur commun***.

k est commun aux 2 termes ***k*a** et ***k*b**. On peut donc factoriser (mettre en commun) ***k*** dans ***k*a + *k*b** pour trouver ***k* (a + b).**

③ L'égalité très importante **« *k* (a + b) = *k*a + *k*b »** s'appelle :

l'égalité de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

Quand on développe le produit ***k* (a + b)** en la somme ***k*a + *k*b**, c'est comme si on « distribuait » ***k*** sur **a** puis sur **b**.

④ L'égalité reste évidemment valable avec la soustraction : $k(a - b) = \dots\dots\dots - \dots\dots\dots$

Evidemment, on a aussi par exemple $k(a + b + c - d) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

⑤ Cas particuliers importants : signe « + » ou signe « – » devant une parenthèse :

$+ (a + b) = (+1) \times (a + b)$ **Un « + » devant une parenthèse revient à multiplier cette parenthèse par (+1).**

$= (+1) \times a + (+1) \times b$ On a développé en utilisant le sens ❷ : k (a + b) = ka + kb.

D'où **+ (a + b) = + a + b**

$- (a + b) = (-1) \times (a + b)$ **Un « – » devant une parenthèse revient à multiplier cette parenthèse par (–1).**

$= (-1) \times a + (-1) \times b$ On a développé en utilisant le sens ❷ : k (a + b) = ka + kb.

D'où **– (a + b) = – a – b**

C. Développement d'un produit en somme :

Méthode sur un exemple : On veut développer le produit 2 (3a – 5 + 3y) en somme algébrique.

$2 (3a - 5 + 3y) = 2 \times 3a - 2 \times 5 + 2 \times 3y$ On a développé ***de tête*** le produit 2 (3a – 5 + 3y) en utilisant le sens ❷.

$= 6a - 10 + 6y$ On a réduit les écritures des mini-produits en faisant attention aux signes.

Pour simplifier, ***ON EFFECTUERA DIRECTEMENT LES MINI-PRODUITS :*** 2 (3a – 5 + 3y) = 6a – 10 + 6y.

Exercice : **Dessiner les flèches de développement** puis développer puis réduire les expressions suivantes :

$2 (a + 5 - 3b) =$	$2 - x + (y + 2x) =$	$(\pi - 5) \times 3 =$
$y + (-3 - y) - 2 =$	$-6x (3x + 2y) =$	$- (-x + z) - z =$
$-3 (3b - 8) =$	$3y (-2 - 3a) =$	$-2 (5 - 3t + 7ab) =$
$x - (y - 2x) =$	$n - (3y - n) =$	$(2 - x + y) + 3x - y +5 =$

D. Factorisation d'une somme en produit :

Méthode sur un exemple : On veut factoriser la somme algébrique 15a + 25b – 5 en produit.

15a + 25b – 5 = **5** × 3a + **5** × 5b – **5** × 1 On **décompose** les 3 groupes **en produit**. **Le facteur commun** ***5*** apparaît !

= ***5*** (3a + 5b – 1) On a mis le facteur ***5*** en commun et transformé la somme en produit grâce au sens ❶.

Exercice : Factorisez les sommes et différences suivantes en produits :

3x + 3 =

14 + 35b – 7 =

15ax – 25ab – 30a =

2my – 4y + 6ky =

$\mathscr{P}$ (rectangle) = 2L + 2ℓ

=

8b² – 2b =

E. Développement d'un quotient :

$$\frac{8x+2}{2} = \frac{8x}{2} + \frac{2}{2} = 4x + 1$$

$$\frac{16a-3}{8} = \frac{16a}{8} - \frac{3}{8} = 2a - \frac{3}{8}$$

$$\frac{11+3x}{5} = \frac{11}{5} + \frac{3}{5}x$$

- La barre de fraction joue le rôle de parenthèses (priorité au quotient) :

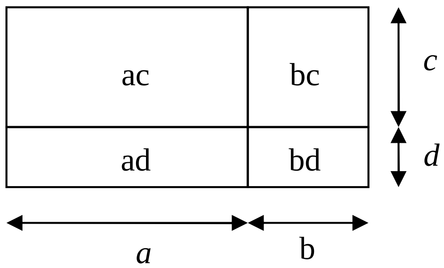
Développer une fraction revient donc à séparer la fraction.

- Inversement, **Factoriser la somme algébrique de 2 fractions revient à les mettre au même dénominateur !**

F. Produit de deux sommes :

L'aire du grand rectangle ci-contre peut être calculée de deux manières qui sont équivalentes :

l'aire du grand rectangle = la somme des aires des 4 petits rectangles



D'où la formule : (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd

Méthode: On veut développer le produit (2x – 4)(3 – x) en somme algébrique puis la réduire :

(2x – 4)(3 – x) = 6x – 2x² – 12 + 4x On a développé en distribuant (2x – 4) sur (3 – x) et en faisant bien Attention aux signes « + » ou « – » devant chaque facteur.

= $-2x^2 + 10x - 12$ On a réduit puis ordonné dans l'ordre des puissances décroissantes.

- Exercices : Développer les produits suivants en sommes puis les réduire en colonnes :

(x + 3)(2x – 5) =

R = 2x² + x – 15

(3y – 8)(-3 – x) =

R = -3xy + 8x – 9y + 24

VII. EXERCICES RECAPITULATIFS.

❶ Développer en colonnes puis réduire (attention aux priorités et aux signes) :

$B = 3 + (x - 5) - 2(3 - 2x)$

$=$

$B = 5x - 8$

$E = 2x + 3 + 5(6 - x)$

$=$

$E = -3x + 33$

$A = (y \times 5 + 5) - (5 - y) \times 4 + 10 - 6y$

$=$

$A = 3y - 5$

$U = -(9 - t) - 2(6t + 3) + 5t + 10$

$=$

$U = -6t - 5$

$G = \frac{5}{25}(10x - \frac{15}{9}) =$

$G = 2x - \frac{1}{3}$

$O = \frac{1}{2}(x - 4) + 3(\frac{1}{6} - \frac{x}{3})$

$=$

$O = -\frac{x}{2} - \frac{3}{2}$

$S = (3y - 5)(2 + 6y) + 2y^2 - 3y + 5$

$=$

$S = 20y^2 - 27y - 5$

$S = x^2(2x^{-3} + 3) + 5x^2 - 3 - (-2x^{-1} + 2)$

$=$

$S = 8x^2 + 4x^{-1} - 5$

❷ En route pour la classe de $3^{ème}$: « Trois Identités Remarquables ». Développer :

$(a+b)^2 = (\ldots + \ldots)(\ldots + \ldots)$ $=$	$(a-b)^2 =$ $=$	$(a-b)(a+b) =$ $=$

❸ Factoriser les sommes algébriques suivantes :

$-3z - 9t + 3$ $=$	$-24bp + 8p^2 - 4pr$ $=$	$15\,j^7 + 10\,j^4$ $=$	$-18a^2 + (-6)at - 12$ $=$

❹ Compléter les égalités suivantes :

$\ldots\ldots\ (3x - \ldots\ldots\ldots) = -6x + 10y$	$\ldots\ldots\ (-2 + 3y - 4x) = \ldots\ldots\ldots + 15y^2 - \ldots\ldots\ldots$
$5y\,(2y^3 + \ldots\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ldots - 15ky$	$-3f\,(\ldots\ldots\ldots - 4 + 5f^6) = -6f^3 + \ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots\ldots$

❺ Tester les expressions suivantes pour les valeurs proposées :

$(a+b)^2 = a^2 + b^2$ pour $a = \frac{1}{3}$ et $b = -1$ D'une part, on a : $(a+b)^2 =$	$2t^2 - \frac{w}{3} = \frac{-5}{2}(-2t + w)$ pour $w = \frac{1}{2}$ et $t = \frac{-4}{6}$

❻ N°49 p.61 Livre Diabolo Maths 4ème (Hachette 2006).

Soient les 5 expressions littérales suivantes :

$A = 3(2k - 7) - (-4k + 5)$

$P = 5f^2 - 5y - 3f - 7f^2 + 2y + f - 5$

$E = (2b^3 + 5b)(-3b^2 + 2b - 7)$

$R = 7x + 2x^2 - 5$

$O = \frac{-21}{35d}\left(15d^4 - \frac{d^2}{3}\right)$

1. Quelles sont les expressions dont la forme est réduite ? …………………………….
2. Quelles sont les expressions développées mais non réduites ? ………………………..
3. Quelles sont les expressions écrites sous la forme d’un produit de facteurs ? …………………….
4. Développer et réduire au maximum chacune des 5 expressions précédentes.

$A = 3(2k - 7) - (-4k + 5)$

$=$

$P =$

$=$

$E = (2b^3 + 5b)(-3b^2 + 2b - 7)$

$=$

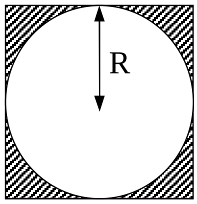
$O =$

VIII. TRADUIRE SOUS FORME D'EXPRESSION LITTERALE.

Dans des situations issues de la vie courante ou de la géométrie, l'usage de lettres permet de traduire ces situations par des expressions littérales qui dépendront de ces lettres.

L'avantage est d'obtenir une « formule générale ».

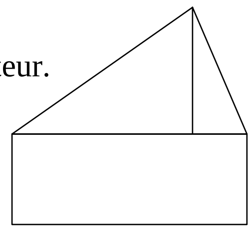
De plus, en faisant varier la valeur de la ou des lettres, on pourra voir comment la situation varie.



❶ La figure ci-contre est composée d'un disque de rayon « R » à l'intérieur d'un carré.

1. Ecrire en fonction de « R » la longueur « $\mathcal{L}$ » des côtés du carré ? $\mathcal{L}$(carré) = ……………
2. Pour calculer l'aire de la partie hachurée, on utilise la formule (juste !) :

   $\mathcal{A}$(partie hachurée) = $4R^2 - \pi R^2$ Justifier cette formule.
3. Factoriser cette expression.
4. Pour R = 3 cm, calculer la valeur exacte en cm² de l'aire de la partie hachurée (en gardant π dans les calculs) puis donner une valeur approchée au $1/10^{\text{ème}}$ (en remplaçant π par 3,1).

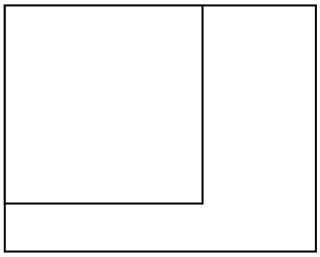


❷ La figure ci-contre est composée d'un rectangle et d'un triangle dont on a tracé une hauteur.

Pour calculer l'aire de cette figure, on utilise la formule : $\mathcal{A} = \dfrac{(a + b)\,h}{2} + c\,(a + b)$.

1. Reporter sur la figure les lettres a, b, c et h.
2. Factoriser la formule donnée.
3. Calculer l'aire de la figure lorsque a = 7 cm, b = 3 cm, c = 4 cm et h = 5 cm.

❸ D'après le n°48 p.61 Livre Diabolo Maths 4ème (Hachette 2006).



On considère un carré de longueur de côté « c » (en cm).

On augmente la longueur de deux côtés consécutifs, l'un de 2 cm et l'autre de 3 cm. On obtient ainsi un rectangle AFRO.

1. Compléter le schéma ci-contre matérialisant la situation.
2. Périmètre du rectangle AFRO (en cm).
   a. Ecrire en fonction de « c » le périmètre $\mathscr{P}$ de ce rectangle (c-à-d trouver l'expression littérale dépendante de la lettre « c » qui permet de calculer le périmètre de ce rectangle). Développer puis réduire l'expression obtenue.
   b. Calculer Le périmètre d'AFRO pour c = 3 cm puis pour c = 6 cm.
3. Aire du rectangle AFRO (en cm²).
   a. Ecrire en fonction de « c » l'aire $\mathscr{A}$ de ce rectangle. Développer puis réduire l'expression obtenue.
   b. Calculer l'aire d'AFRO pour c = 3 cm puis pour c = 6 cm.

❹ Traduction de situations issues de la vie courante sous forme d'expressions littérales :

1. *Les professeurs sont des personnes très stressées, c'est bien connu ! Aussi, un institut de relaxation leur propose des séances de massage à 15€ la séance.*

   De plus, pour les remercier d'enseigner une si belle matière, les professeurs de Maths ont droit à une réduction unique de 5€ quelque soit le nombre de séances commandées.

   Ecrire le prix total à payer « P » en fonction du nombre « n » de séances commandées.

2. *Pour le réveillon du Jour de l'An, Yves Aitrocho a acheté des tripes à 10€ le kilo, 800g de cervelle et 2 bouteilles de lait à 50 centimes chacune. La fermière lui a rendu 2,5€.*

   Soit « m » la masse de tripes achetée et « p » le prix au kilo de la cervelle.

   Exprimer en fonction de « m » et de « p », la somme d'argent « S » donnée par Yves à la fermière.

3. Soient « a » mon âge actuel et « b » ton âge actuel.

   Dans chacun des cas suivants, écrire une égalité en fonction de « b » et de « a ».

   Exemple : « J'ai le double de l'âge que tu as. » se traduit par : a = 2b.

   « Tu as 15 ans de moins que moi. »

   « J'ai le double de l'âge que tu avais il y a 10 ans »

   « Dans 8 ans, tu auras le triple de mon âge. »

   « J'ai 2 fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez. »

4. *Un élève dit en moyenne 5 fois « C'est infaisable ! » pour un exercice de Maths facile et le quadruple lorsque l'exercice est difficile. Alex Cuzbidon a 15 exercices à faire dont « n » faciles.*

   Ecrire en fonction de « n » le nombre de fois où Alex aura dit « C'est infaisable ! ». Puis réduire.

5. *Squinkel est un écureuil opportuniste qui collectionne les pièces de 1 et de 2 centimes tombées par terre. Il a réussi à amasser 110 pièces au total.*

   Soit « n » le nombre de pièces de 2 centimes. Ecrire en fonction de « n » la somme d'argent correspondant à l'ensemble des pièces. Puis réduire.

❺ Calcul littéral et gestion d'entreprise.

Une petite entreprise vend des objets à 20€. Chaque objet lui coûte 15€ en frais de production. Indépendament du nombre d'objets produits, il faut ajouter des frais fixes mensuels de 800€ (loyer, charges etc.).

Ce mois-ci, l'entreprise a produit 300 objets. Soit « n » le nombre d'objets vendus.

1. Ecrire en fonction de « n » le bénéfice de cette société (la somme d'argent gagnée) pour ce mois. (écriture la plus réduite possible).
2. Gagne-t-elle ou perd-elle de l'argent si elle vend 100 objets ? 150 objets ? 200 objets ? Justifier.
3. Combien d'objets doit-elle vendre au minimum ce mois-ci pour rentrer dans ses frais (ne pas perdre de l'argent) ?
4. Pour augmenter le bénéfice, la direction peut agir sur plusieurs paramètres :
    a. Soit elle décide d'augmenter le volume de production :

    Réécrire le bénéfice en fonction de « n » pour une production de 400 (écriture la plus réduite possible).

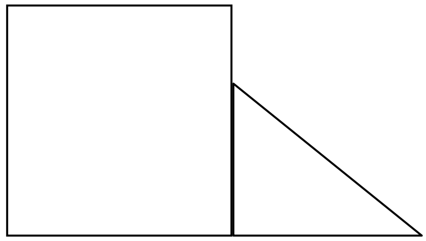
    b. Soit elle décide d'augmenter le prix unitaire de vente :

    Réécrire le bénéfice en fonction de « n » pour un prix unitaire de 25€ (écriture la plus réduite possible).

    c. Soit elle essaye de faire baisser les frais de production :

    Réécrire le bénéfice en fonction de « n » avec des frais de production de 13€ (écriture la plus réduite possible).

❻ <u>D'après le Brevet Groupe Est 2001.</u>



Sur la figure réduite ci-contre, on sait que :

ABCD est un carré dont chaque côté a pour longueur « x » cm.

ECF est un triangle rectangle en C.

Le point E appartient au segment [BC].

On donne CF = 4 cm.

1. Compléter le schéma (noms des points, mesures, codage).
2. a) Exprimer l'aire du carré ABCD (notée $\mathcal{A}(x)$) en fonction de la longueur x.

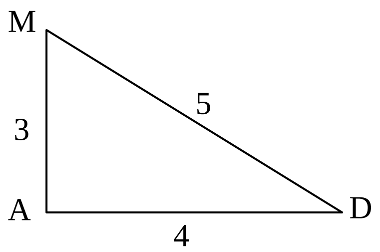
   b) Calculer $\mathcal{A}(x)$ pour $x = 5/3$.
3. On suppose que $x > 1$.

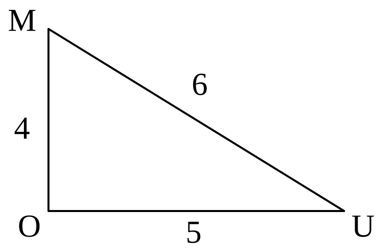
   Sachant que BE = 1/2 cm, calculer en fonction de x, l'aire du triangle ECF (notée $\mathcal{A}'(x)$).
4. On note $\mathcal{S}(x)$, la somme en fonction de x des deux aires $\mathcal{A}(x)$ et $\mathcal{A}'(x)$.

   a) Vérifier que $\mathcal{S}(x) = x^2 + 2x - 1$.

   b) Calculer $\mathcal{S}(x)$ pour $x = 5/3$.

❼ D'après le n°80 p.65, Livre Diabolo Maths 4ème (Hachette 2006) : Triplets Pythagoriciens.





Préliminaires : Les triangles ci-dessus sont-ils rectangles ? Justifiez.

D'une part, on a : $MD^2 =$

- *Rappel du contrat 2 :* *Soit (a ; b ; c) un triplet de nombres.*

On appelle triplet pythagoricien l'ensemble de trois nombres entiers positifs a, b et c, qui vérifient l'égalité de Pythagore « $a^2 + b^2 = c^2$ » (a, b et c peuvent donc représentées les trois longueurs d'un triangle rectangle).

Exemples : D'après ce qui précède le triplet (3 ; 4 ; 5) est un triplet pythagoricien mais pas (4 ; 5 ; 6).

- *Le but de l'exercice est de trouver une formule qui permettra de construire de certains de ces triplets.*

Soient donc m et n deux nombres entiers non nuls.

On considère les trois nombres a, b et c donnés par les formules suivantes :

$$a = m^2 - n \qquad b = 2mn \qquad c = m^2 + n^2$$

1. Quelques exemples :

   a. On prend m = 3 et n = 2. Calculer les valeurs de a, b et c correspondantes.

   Le triplet obtenu est-il un triplet pythagoricien ? Justifier par des calculs.

b. On prend m = 5 et n = 3. Calculer les valeurs de a, b et c correspondantes.
Le triplet obtenu est-il un triplet pythagoricien ? Justifier par des calculs.

c. Que peut-on conjecturer ? (c-à-d quelle hypothèse peut-on émettre ?).

d. De la même manière qu'en a) et b), fabriquer deux autres triplets pythagoriciens.

2. <u>Cas général :</u> Soient m et n deux entiers naturels non nuls et tels que m > n.

Soient les trois nombres a, b et c donnés par les formules suivantes :

$a = m^2 - n^2$ $b = 2mn$ $c = m^2 + n^2$

A l'aide du calcul littéral, montrer que ces trois nombres a, b et c forment un triplet pythagoricien.

IX. POUR PREPARER LE TEST ET LE CONTROLE.

A. Je dois savoir :

- Remplissez ce tableau :

	A refaire	A revoir	Maîtrisé
Réduire une somme algébrique.			
Calculer la valeur d'une expression littérale.			
Développer des expressions de type « + (a + b) » ou « – (a + b) ».			
Développer des produits de type « k (a + b) ».			
Développer des produits de type « (a + b) (c + d) ».			
Développer avec des facteurs fractionnaires ou puissances.			
Développer (séparer) une fraction.			
Factoriser des sommes de type « ka + kb » (2 termes ou plus).			
Traduire à l'aide d'une expression littérale une situation géométrique ou issue de la vie courante.			
Aimer le calcul algébrique.			

- **Pour préparer le test et le contrôle : Livre (Diabolo Maths 4ème Hachette 2006) p.60 et 66.**

B. Conseils :

- Réduction : **Utiliser de la couleur pour identifier les termes similaires, avec leur signe + ou –.**

Bien compter puis ranger par ordre de puissances les différents termes (termes en x^2 puis termes en x puis termes constants etc.).

Attention, on ne peut **additionner que des termes similaires entre eux** (des x^2 avec des x^2 ; des x avec des x ; **mais pas** des x avec des y ; pas de nombres avec des lettres ; pas de x avec des x^2).

- Développement : Faire les flèches de développement au dessus du produit.

Ecrivez directement le résultat des produits.

Bien prendre en compte le signe devant chaque nombre quand on fait les produits.

- Factorisation : Bien connaître ses tables de multiplication.

Ne pas oublier qu'une puissance est un produit. Ex : $y^2 - 2y = y \times \mathbf{y} - 2 \times \mathbf{y}$: le facteur commun est **y** !

Factoriser une somme de fractions revient à mettre au même dénominateur !

C. Erreurs à ne pas faire :

- Réduction : Additionner, soustraire des termes de nature différente. Ex : x + 3 = 3x ARCHI FAUX !
- Développement : Ne pas tenir compte du signe devant chaque terme ou devant une parenthèse.

Ex : -2 (-x – 3) = 2x – 6 ARCHI FAUX ! Refaites le calcul -2 (-x – 3) =

Faute de signe pour les expressions de type – (a + b). Ex : -(x – 3) = -x – 3 Faux !

- Factorisation : Faute dans la factorisation de « ka + k ». Ex : 3x + 3 = 3(x) Faux ! Corrigez.

Plus généralement : énormément de fautes de signe ; les formules k(a + b) et (a+b)(c+d) non sues.

Les fractions et les relatifs et le manque de pratique des méthodes posent des problèmes : entraînez vous !

D. Fiche de révision à faire :

Quel est l'intitulé du prochain contrat ? ……………………………………………………