

# STATISTIQUES

## Objectifs du cours :

- Savoir calculer la moyenne
- Savoir calculer la médiane
- Savoir calculer l'étendue
- Savoir calculer les fréquences et les effectifs cumulés (croissant et décroissant)
- Connaître les différents types de représentations graphiques

## Planning :

Date	En Classe	Date	A préparer ou à rendre
<b>29 mai</b>	Cours Statistiques	<b>30 mai GA</b>	Suite exos
<b>30 mai GA</b>	Exercices	<b>1 juin GB</b>	Suite exos
<b>1 juin GB</b>	Exercices	<b>5 juin</b>	Fin des exercices
<b>5 juin</b>	Fin des exercices		

# I. Caractéristiques de position d'une série statistique

## 1) Série statistique

Enquête auprès d'élèves de 3<sup>e</sup> :

« A quelle heure te couches-tu en général lorsqu'il y a classe le lendemain ? »

Heures	$8 \leq h < 9$	$9 \leq h < 10$	$10 \leq h < 11$	$11 \leq h < 12$	TOTAL
Centre des classes	8,5	9,5	10,5	11,5	
Effectifs	2	8	11	4	25
Fréquences en %	8	32	44	16	100
« Effectifs » convertis en °	28,8	115,2	158,4	57,6	360

x3,6

« La dernière ligne sera utilisée au paragraphe 3)b. »

## 2) Moyenne pondérée après avoir centré les classes

$$M = (2 \times 8,5 + 8 \times 9,5 + 11 \times 10,5 + 4 \times 11,5) : 25 \approx 10,18 \text{ h}$$

$$\text{Or } 0,18\text{h} = 0,18 \times 60 \text{ min} = 10,8 \text{ min}$$

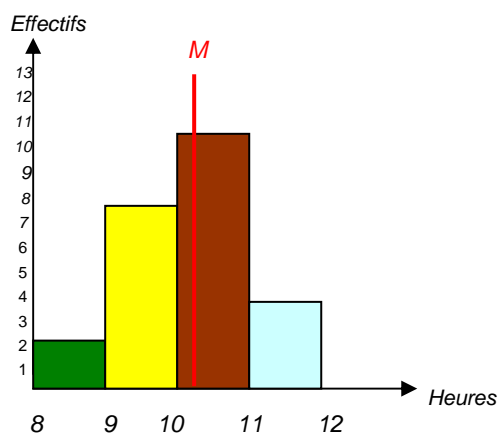
$$\text{et } 0,8 \text{ min} = 0,8 \times 60 \text{ s} = 48 \text{ s}$$

$$\text{donc } M = 10\text{h } 10\text{min } 48\text{s}$$

La moyenne est une caractéristique de position.

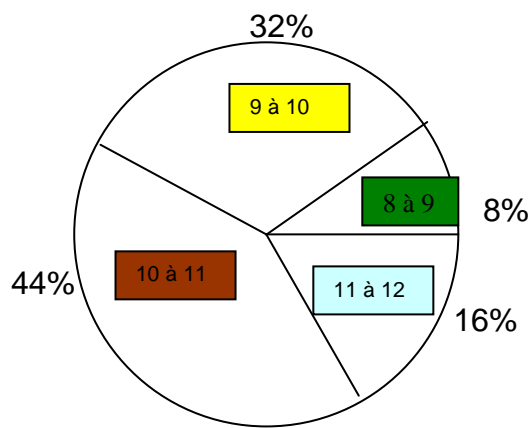
## 3) Représentations graphiques

### a) Diagramme en bâtons



b) Diagramme circulaire

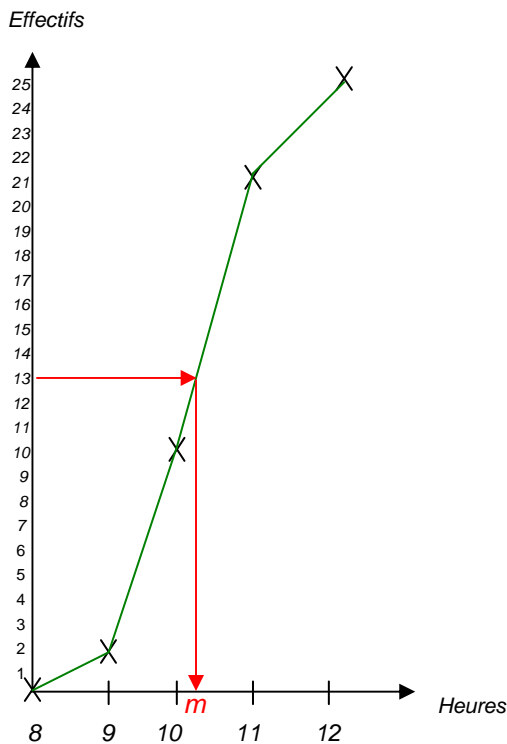
« Revenir au tableau du 1) »



4) Cumuls

Heures	$h < 9$	$h < 10$	$h < 11$	$h < 12$
Effectifs cumulés	2	10	21	25
Fréquences cumulés	8	40	84	100

5) Polygone des effectifs cumulés et médiane



La médiane partage l'effectif en deux. C'est au 13<sup>ème</sup> élève que l'on peut déterminer la médiane :  
 $12 + 1 + 12 (= 25)$

↑  
le 13<sup>ème</sup>

On lit la médiane sur l'axe des abscisses.  
 $m \approx 10h\ 20min$   
 La moitié des élèves se couche avant 10h20, l'autre moitié après.

La médiane est une caractéristique de position.

## II. Caractéristiques de dispersion d'une série statistique

### 1) Séries statistiques

Voici les 10 dernières notes obtenues par 3 élèves :

Julie : 15 ; 9 ; 14 ; 13 ; 10 ; 12 ; 12 ; 12 ; 11 ; 10  
 Bertrand : 12 ; 13 ; 12 ; 10 ; 12 ; 3 ; 14 ; 12 ; 15 ; 15  
 Jérôme : 4 ; 6 ; 18 ; 7 ; 17 ; 10 ; 12 ; 13 ; 17 ; 14

### 2) Moyennes

$$M_{(Julie)} = (15 + 9 + 14 + 13 + 10 + 12 + 12 + 12 + 11 + 10) : 10 = 11,8$$

$$M_{(Bertrand)} = (12 + 13 + 12 + 10 + 12 + 3 + 14 + 12 + 15 + 15) : 10 = 11,8$$

$$M_{(Jérôme)} = (4 + 6 + 18 + 7 + 17 + 10 + 12 + 13 + 17 + 14) : 10 = 11,8$$

### 3) Médianes

Pour déterminer les notes médianes, il faut ordonner les séries. La médiane partage l'effectif en deux.

Julie :	9	10	10	11	12	12	12	13	14	15
Bertrand :	3	10	12	12	12	12	13	14	15	15
Jérôme :	4	6	7	10	12	13	14	17	17	18

$$m_{(Julie)} = 12$$

$$m_{(Bertrand)} = 12$$

$$m_{(Jérôme)} = (12 + 13) : 2 = 12,5$$

### 4) Etendue

L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite.

$$E_{(Julie)} = 15 - 9 = 6$$

$$E_{(Bertrand)} = 15 - 3 = 12$$

$$= 15 - 10 = 5$$

$$E_{(Jérôme)} = 18 - 4 = 14$$

car « 3 » est négligeable dans la série de Bertrand.  
 On dit qu'on a élagué la série.

L'étendue est une caractéristique de dispersion.

### 5) Conclusions

$$M_{(Julie)} = 11,8$$

$$m_{(Julie)} = 12$$

$$E_{(Julie)} = 6$$

$$M_{(Bertrand)} = 11,8$$

$$m_{(Bertrand)} = 12$$

$$E_{(Bertrand)} = 5$$

$$M_{(Jérôme)} = 11,8$$

$$m_{(Jérôme)} = 12,5$$

$$E_{(Jérôme)} = 14$$

Les moyennes sont égales et pourtant les notes ne se répartissent pas de la même manière autour de la caractéristique de position.

### III. Applications

#### Exercice n°1

A la fin de la classe de seconde, on a calculé, pour chaque élève et dans chaque matière, une note moyenne représentant les résultats de l'année.

	Antoine	Blandine	Charlotte	Damien	Eva	Fabrice
Français	16	15	11	10	11	16
Histoire - géographie	14	14	10	12	11	14
Langue vivante 1	13	13	15	11	11	17
Langue 2	10	12	8	10	11	15
Langue 3	5	7	4	4	11	16
Initiation économique et sociale	5	17	5	11	11	6
Mathématiques	16	11	18	12	11	4
Science de la vie et de la terre	7	8	15	16	11	5
Sciences physiques	6	4	17	13	11	5
Education physique et sportive	18	9	7	11	11	12

1°) **Moyenne sans coefficient** – Calculer la moyenne pour chacun des élèves ci-dessus.

2°) **Moyennes pondérées** – Ces élèves ont suivi 3 langues dans une seconde « IES » (Initiation Economique et Sociale). Ils doivent choisir leur orientation dans une classe de première L, ES ou S.

Pour prendre une décision, ils se renseignent sur les coefficients de chaque matière dans les différentes séries. Voici les renseignements qu'ils obtiennent :

	L	ES	S
Français	5	4	3
Histoire – géographie	3	3	2
Langue vivante 1	3	3	3
Langue 2	3	3	
Langue 3	3		
Science économique et sociale		4	
Mathématiques	4	3	5
Science de la vie et de la terre			4
Sciences physiques			4
Education physique et sportive	1	1	1

- Calculer, avec les coefficients, ce que serait la moyenne de chaque élève dans chaque série.
- Peut-on conseiller, ou déconseiller, certaines séries à certains élèves ?

**Exercice n°2**

En 1983, les exploitations agricoles en France étaient réparties comme suit :

Types d'exploitations	0 à 4 ha	5 à 20 ha	21 à 50 ha	51 à 100 ha	101 ha et plus
Effectifs en milliers	297	346	330	120	37

1°) Calculer l'**effectif** total (c'est à dire le nombre total d'exploitations agricoles).

2°) Recopier ce tableau (laisser de quoi rajouter 4 lignes en dessous) en rajoutant une ligne supplémentaire intitulée « **Fréquences en %** », et calculer, pour chaque colonne, le *pourcentage* d'exploitations ayant la superficie indiquée dans la colonne par rapport au nombre total d'exploitations.

3°) a) Compléter ce tableau à l'aide d'une quatrième ligne intitulée « **Effectifs cumulés** », et calculer, pour chaque colonne, le nombre d'exploitations ayant la superficie indiquée *ou moins*.

b) Combien d'exploitations ont une superficie de moins de 101 ha ? de 50 ha ou moins ?

c) Compléter ce tableau à l'aide d'une cinquième ligne intitulée « **Fréquences cumulées** », et calculer le *pourcentage* d'exploitations ayant la superficie indiquée dans la colonne *ou moins*.

4°) a) Traduire le tableau par un **diagramme en bâton** des effectifs en milliers.

b) Traduire le tableau par un **histogramme** des effectifs cumulés.

c) Traduire le tableau par un **diagramme circulaire** des fréquences.

**Exercice 3 :**

On donne la répartition des notes d'un brevet blanc du collège G. LEMISE.

Classes des Notes (notes sur 40)	[5 ;10[	[10 ;15[	[15 ;20[	[20 ;25[	[25 ;30[	[30 ;35[	[35 ;40]
Effectifs	10	15	25	30	12	15	3

Calculer à 1 % près, le pourcentage d'élèves ayant eu une note supérieure ou égale à 20 sur 40.

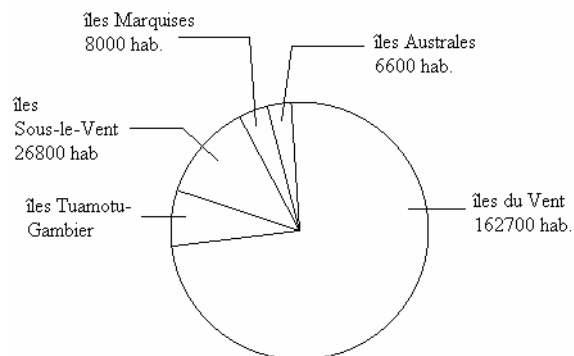
**Exercice 4 :** Il y a deux correcteurs au brevet des collèges: le premier a 11 de moyenne avec 55 candidats et son collègue n'a que 9,5 de moyenne avec 45 candidats. Quelle est la moyenne générale.

**Exercice 5:** Les gendarmes ont effectué un contrôle de vitesse sur le bord d'une route nationale.

vitesse	[50;70[	[70;90[	[90;110[	[110;130[
effectif	15	90	35	5

Calculer la vitesse moyenne des automobilistes contrôlés.

**Exercice 6:** La Polynésie française compte 219 500 habitants. Leur répartition géographique est représentée par le diagramme circulaire suivant:



a) calculer le nombre d'habitants des îles Tuamotu-Gambier

b) calculer le pourcentage des habitants des îles Sous-le-Vent par rapport à la population totale.

**Exercice 7:** On a relevé la nationalité des vainqueurs des 85 premiers Tours de France cyclistes entre 1903 et 1998. Le tableau ci-dessous donne le nombre de victoires par nationalité.

	France	Belgique	Italie	Espagne	Autres
nombre de victoires	36	18	9	9	13
fréquence en %					

1. Compléter le tableau.
2. Construire un diagramme circulaire représentant cette situation (on prendra 5 cm pour rayon du cercle). On justifiera correctement le calcul des angles.

**Exercice 8:** Un sondage effectué auprès de 800 automobilistes a donné les résultats suivants.

dépense mensuelle (en euros)	Nombre d'automobilistes
[30 ; 70[	62
[70 ; 110[	156
[110 ; 150[	264
[150 ; 190[	148
[190 ; 230[	98
[230 ; 270[	72

a) construire l'histogramme des effectifs.

b) combien d'automobilistes ont dépensé moins de 150 euros? Combien ont dépensé au moins 150 euros?



**Exercice 9:** En sortie de fabrication, on choisit 100 pièces au hasard et on les pèse (les masses sont en grammes). On obtient le tableau suivant:

masse	320	330	340	350	360	370	380
effectif	2	3	20	25	22	20	8

- Déterminer la masse moyenne.
- Déterminer une masse médiane.

**Exercice 10:** Voici la répartition des salaires annuels (en milliers d'euros) dans une entreprise.

salaire	[10;20[	[20;30[	[30;40[	[40;50[	[50;60[
effectif	100	60	20	10	10

- Déterminer le salaire moyen.
- Déterminer un salaire médian.

**Exercice 11:** Dans un bureau de poste, on observe, sur une journée, le temps d'attente des clients au guichet. On obtient le tableau suivant:

Temps d'attente	Nombre de clients
[0 ; 5[	10
[5 ; 10[	16
[10 ; 15[	24
[15 ; 20[	24
[20 ; 25[	12
[25 ; 30[	10
[30 ; 35[	4

- calculer le temps d'attente moyen.
- Proposer un temps d'attente médian.

**Exercice 12:** Le directeur choisit 30 dossiers et note le temps de traitement (en minutes) de chacun des dossiers. Voici le tableau:

durée	[0;10[	[10;20[	[20;30[	[30;40[	[40;50[	[50;60[
nombre	3	7	10	6	3	1

- calculer la durée moyenne de traitement d'un dossier.
- En supposant que les dossiers sont équitablement répartis dans chaque classe, peut-on trouver une durée médiane.

**Exercice 13:** Les résultats chronométrés de l'épreuve du 60 m pour les garçons de 14 ans du collège ont été regroupés dans le tableau suivant:

Temps $t$ en s	Nombre d'élèves
$8,4 \leq t < 8,9$	4
$8,9 \leq t < 9,4$	7
$9,4 \leq t < 9,9$	15
$9,9 \leq t < 10,4$	8
$10,4 \leq t < 10,9$	3

1. Dresser le tableau des effectifs cumulés croissants.

2. Compléter:

Au moins la moitié des élèves de 14 ans du collège court le 60 m en moins de ..... .

3. Quelle est la performance moyenne d'un garçon de 14 ans, au 60 m, dans ce collège?

**Exercice 14:** Nicolas a planté les 20 conifères de sa haie il y a cinq ans. Ils ont atteint des tailles différentes en fonction de leur emplacement et de l'ensoleillement. Voici ces tailles en mètres:

3,1 ; 2,9 ; 2,8 ; 3,5 ; 3,0 ; 2,9 ; 2,6 ; 2,5 ; 2,8 ; 3,4 ; 3,6 ; 3,1 ; 3,0 ; 2,9 ; 2,8 ; 3,2 ; 3,3 ; 3,0 ; 3,1 ; 2,8.

1. a) Quelle est la moyenne de cette série?

b) Ranger cette série dans l'ordre croissant.

Proposer une taille médiane pour ces arbres

c) Calculer l'étendue de cette série.

2. on regroupe les observations dans ce tableau:

Taille $T$ en mètres	Nombre d'arbres
$2,5 \leq T < 2,7$	
$2,7 \leq T < 2,9$	
$2,9 \leq T < 3,1$	
$3,1 \leq T < 3,3$	
$3,3 \leq T < 3,5$	
$3,5 \leq T < 3,6$	

a. Compléter ce tableau.

b. Quelle est la valeur approchée de la moyenne lorsqu'elle est calculée à partir des données du tableau?

c. Compléter la phrase suivante:

la moitié des arbres a une taille inférieure à .....

**Exercice 15:** Un devoir commun de mathématiques a été proposé à l'ensemble des classes de troisième d'un collège. Les résultats sur 20 sont les suivants:

12 8 15 11 4 7 13 2 9 10 17 13  
 14 3 6 6 8 12 9 16 12 9 4 15  
 5 3 13 2 18 5 6 11 10 14 6 14  
 8 17 10 11 16 10 8 10 9 11 10 14  
 7 13 19 14 10 15 12 13 6 12 11 9  
 13 16 15 13 5 10 7 16 10 8 16 11

1. Recopier et compléter le tableau suivant:

Note	0	1	.....	20
Effectif				
fréquence				
effectif cumulé				
fréquence cumulée				

2. Répondre aux questions suivantes:

- combien d'élèves étaient présents au contrôle?
- combien d'élèves ont obtenu une note supérieure à 10?
- combien d'élèves ont obtenu une note inférieure à 12?
- quel est le pourcentage d'élèves ayant eu une note supérieure à 15?
- Quel est le pourcentage d'élèves ayant eu au plus 7?

3. Représenter la série par un diagramme en bâton  
En déduire la médiane de ces notes.

4. Les professeurs de mathématiques emmènent en excursion les 36 élèves qui ont obtenu les meilleurs résultats.

Damien a eu 10. Partira-t-il en excursion?

5. Calculer la moyenne de cette série de notes.

Un élève est dit moyen s'il obtient une note strictement supérieure à 8 et inférieure à 12.  
Calculer le pourcentage d'élèves moyens dans l'ensemble des classes de troisième.

Pour vous entraîner dans votre livre : P152 et suivantes : N°1 – 13 – 28